

---

# Методы решения логарифмических уравнений



Субботина Наталья Аркадьевна  
Учитель математики  
МАОУ СОШ №1 им. М Аверина  
г. Валдая

## Задачи урока:



# Логарифмическое уравнение и его свойства

## Определение

- *Логарифмическими уравнениями* называют уравнения вида  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ , где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ , и уравнения, сводящиеся к этому виду.

$$\log_2 (3x-6) = \log_2 (2x-3)$$



Логарифмическое  
уравнение

$$\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0$$



Логарифмическое  
уравнение,  
приводимое к квадратному

## Теорема

- Если  $f(x) > 0$  и  $g(x) > 0$ , то логарифмическое уравнение  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ , (где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ) равносильно уравнению  $f(x) = g(x)$ .

# Основные методы решения логарифмических уравнений



# Функционально-графический метод(алгоритм)

$$\log_2 x = -x + 1$$

- Ввести функцию  $f(x)$ ,равную левой части и  $g(x)$ ,равную правой части
- Построить на одной координатной плоскости графики функций  $y=f(x)$  и  $y=g(x)$
- Определить точки пересечения графиков
- Найти абсциссы точек пересечения – это и есть корни уравнения
- Записать ответ



# Решение уравнения функционально-графическим методом

Решим  
уравнение  
графически

$$\log_2 x = -x + 1$$

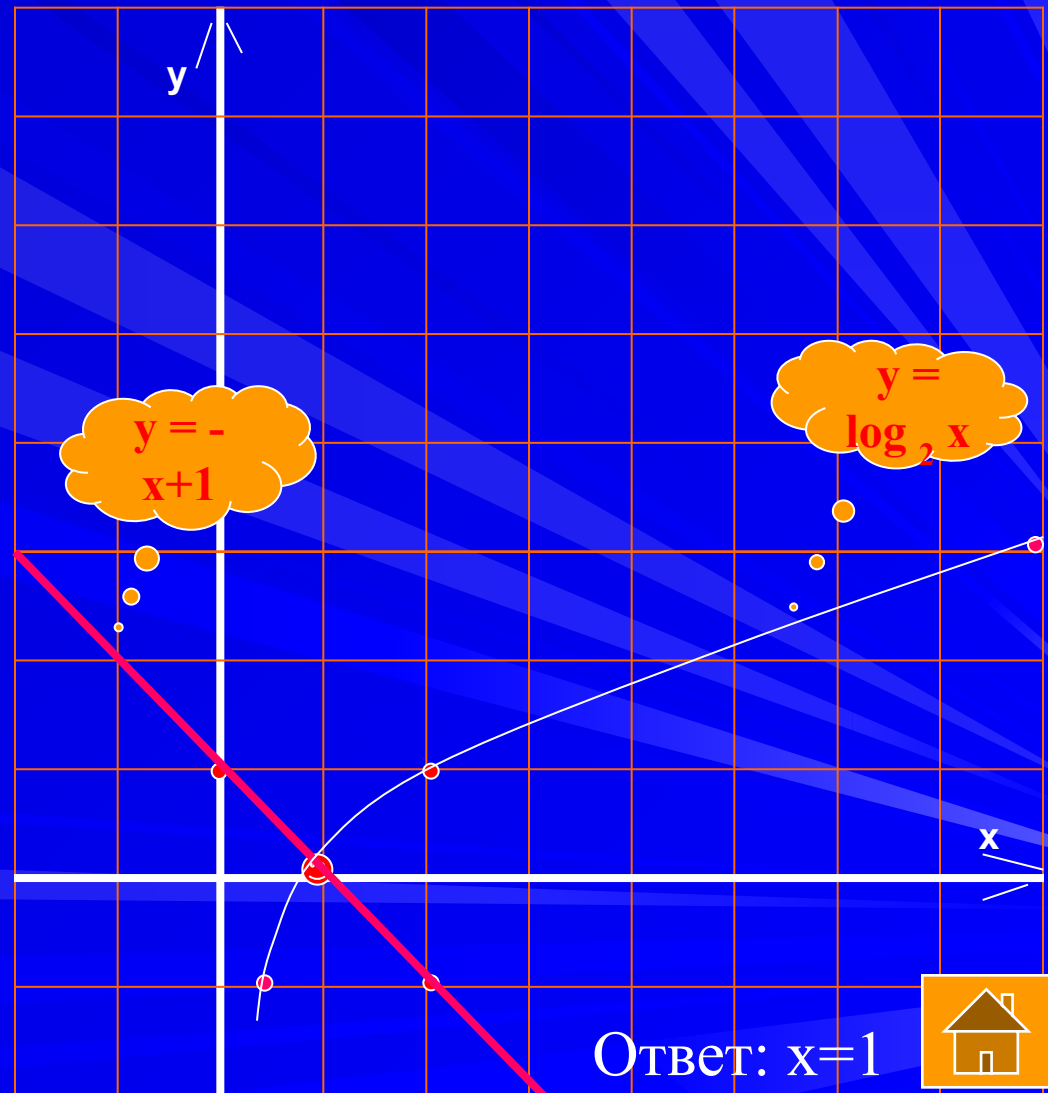
Построим  
график уравнения

$$y = \log_2 x$$

|   |   |   |
|---|---|---|
| x | 2 | 1 |
| y | 1 | 0 |

Построим  
график уравнения  
 $y = -x + 1$

|   |    |   |
|---|----|---|
| x | 2  | 0 |
| y | -1 | 1 |



Ответ:  $x=1$



# Метод потенцирования (алгоритм)

$$\log_3 (x^2-3x-5)=\log_3 (7-2x)$$

- Записать условия, определяющие область допустимых значений (О.Д.З.):  $f(x) > 0$ ,  $g(x) > 0$
- Перейти от уравнения  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$  к уравнению  $f(x) = g(x)$
- Решить полученное уравнение
- Проверить полученные корни по условиям, определяющим область допустимых значений переменной (О.Д.З.).

*Те корни уравнения, которые **удовлетворяют** этим условиям, являются **корнями** логарифмического уравнения. Те корни уравнения, которые **не удовлетворяют хотя бы одному из этих условий**, объявляются **посторонними корнями** логарифмического уравнения.*

- Записать ответ



# Решение уравнения методом потенцирования

Освободимся  
от знаков  
логарифмов

Найдём  
О.Д.З.

Проверим корни  
по условиям

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 5 > 0, \\ 7 - 2x > 0 \end{cases}$$

$$\log_3 (x^2 - 3x - 5) = \log_3 (7 - 2x) \\ x^2 - 3x - 5 = 7 - 2x$$

Решим  
квадра  
тное  
уравне  
ние

$$x = 4$$

$$x = -3$$

Не  
удовлетворяет  
второму  
неравенству  
системы

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$x = 4, x = -3$$

Удовлетворяет  
обоим  
неравенствам

Ответ

$$x = -3$$



# Метод введения новой переменной(алгоритм)

$$2\log^2_5x+5\log_5x+2=0$$

- Ввести новую переменную, найти О.Д.З.
- Решить получившееся уравнение и найти значение новой переменной
- Сделать подстановку найденного значения новой переменной и вычислить неизвестную переменную
- Записать ответ



# Решение уравнения методом введения новой переменной

Введем новую переменную  
 $y = \log_5 x, x > 0$

$$2\log_5^2 x + 5\log_5 x + 2 = 0$$

Получим

$$2y^2 + 5y + 2 = 0$$

Сделать подстановку  
найденного значения  
переменной  $y$  и  
вычислить  
значение переменной  $x$

$$D = 9$$

$$y = -2, \\ y = -1/2$$

Решим  
квадратное  
уравнение

Ответ

$$x = 1/25$$

$$x = 1/\sqrt{5}$$

$$1) \log_5 x = -2, \\ x = 1/25$$

$$2) \log_5 x = -1/2, \\ x = 1/\sqrt{5}$$



Отгадайте загадку...

*Ехал я к царевне.*

*Вижу кругом добро,*

*в добре ещё добро,*

*я взял третье добро из*

*кармана*

*и выманил добро из добра.*

(помощь в заданиях следующего слайда)



## **Даны уравнения**

$$1. \log_2(x^2 + 7x - 5) = \log_2(4x - 1),$$

$$2. \log_2^2(3+x) + \log_2(3+x) = 2$$

$$3. \log_9 x = -x + 1.$$

**Установите соответствие  
между уравнениями и  
методами их решения.**

**а) метод введения новой  
переменной**

**б) функционально-графический  
метод**

**в) метод потенцирования**

# Отвѣты

- 2а Рожь
- 3а Солнце
- 1б Дети
- 1в Лошадь
- 3б Хлеб



000

ВСЕМ

За урок!

