Методы решения логарифмических уравнений



Субботина Наталья Аркадьевна
Учитель математики
МАОУ СОШ №1 им. М Аверина
г. Валдая


Задачи урока:
Повторить…
Решить…
Найти интересные сведения…
Проверить…
Обобщить…

Логарифмическое уравнение и его свойства

Определение

- ***Логарифмическими уравнениями*** называют уравнения вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, где $a > 0$, $a \neq 1$, и уравнения, сводящиеся к этому виду.

$\log_2 (3x-6) = \log_2 (2x-3)$ → Логарифмическое уравнение

$\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0$ → Логарифмическое уравнение, приводимое к квадратному

Теорема

- Если $f(x)>0$ и $g(x)>0$, то логарифмическое уравнение $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, (где $a>0$, $a\neq 1$) равносильно уравнению $f(x) = g(x)$.

Основные методы решения логарифмических уравнений

Основные методы решения

Функционально-графический метод

?

Метод потенцирования

?

Метод введения новой переменной

?



Функционально-графический метод(алгоритм)

$$\log_2 x = -x+1$$

- Ввести функцию f(x),равную левой части и g(x),равную правой части
- Построить на одной координатной плоскости графики функций y=f(x) и y=g(x)
- Определить точки пересечения графиков
- Найти абсциссы точек пересечения – это и есть корни уравнения
- Записать ответ

Решение уравнения функционально-графическим методом

Решим уравнение графически

$\log_2 x = -x+1$

Построим график уравнения

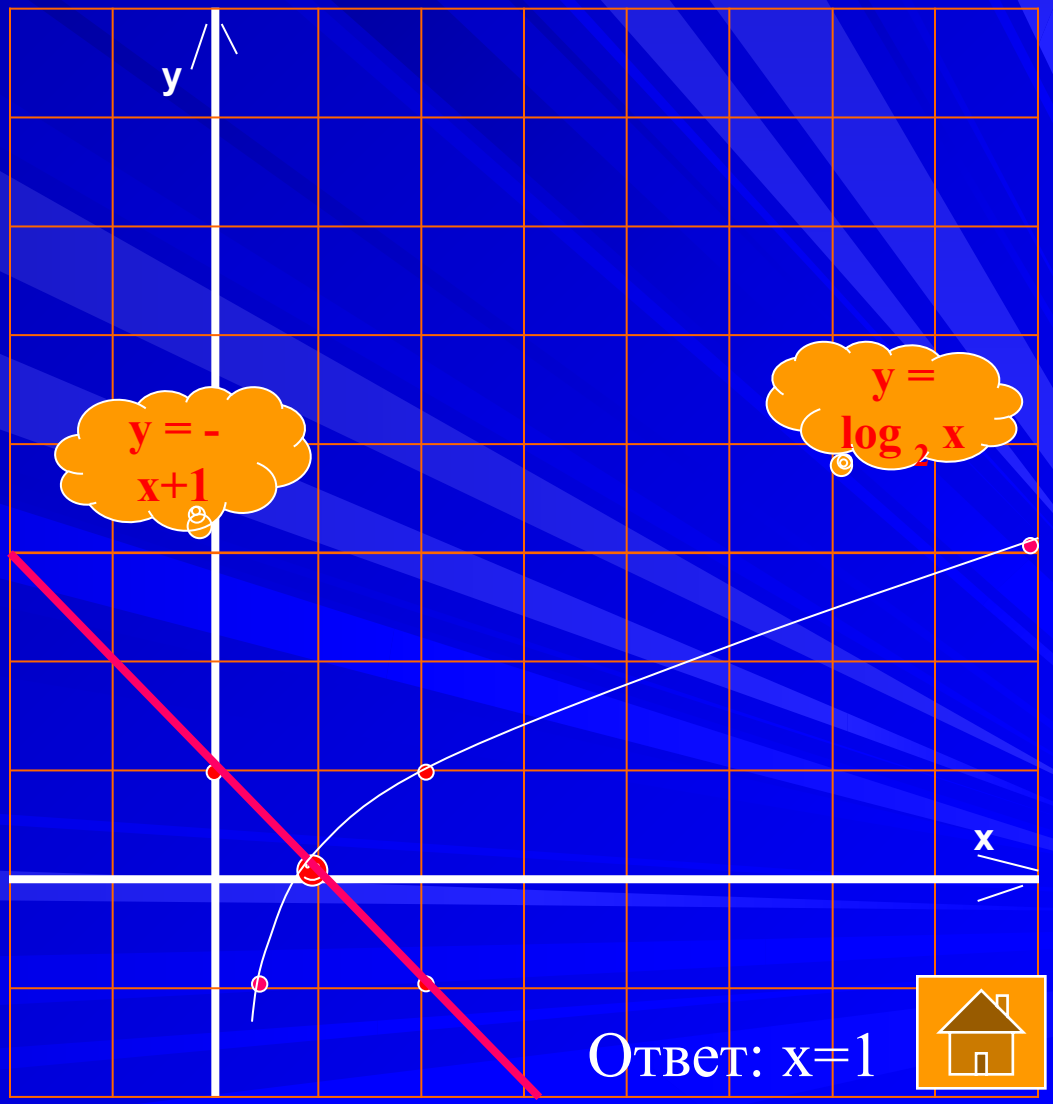
$y = \log_2 x$

x	2	1
y	1	0

Построим график уравнения

$y = -x+1$

x	2	0
y	-1	1



Ответ: x=1

Метод потенцирования (алгоритм)

$\log_3 (x^2-3x-5)=\log_3 (7-2x)$

- Записать условия, определяющие область допустимых значений (О.Д.З.): **$f(x)>0$, $g(x)>0$**
- Перейти от уравнения **$\log_a f(x)=\log_a g(x)$**
  к уравнению **$f(x)=g(x)$**
- Решить полученное уравнение
- Проверить полученные корни по условиям, определяющим область допустимых значений переменной (О.Д.З.).

*Те корни уравнения, которые **удовлетворяют** этим условиям, **являются корнями** логарифмического уравнения. Те корни уравнения, которые **не удовлетворяют хотя бы одному из этих условий**, объявляются **посторонними корнями** логарифмического уравнения.*

- Записать ответ





Решение уравнения методом потенцирования

Освободимся от знаков логарифмов

Найдём О.Д.З.

$\begin{cases} x^2-3x-5>0, \\ 7-2x>0 \end{cases}$

Проверим корни по условиям

$\log_3 (x^2-3x-5)=\log_3 (7-2x)$

$x^2-3x-5=7-2x$

Решим квадратное уравнение

$X = 4$

$X = -3$

Не удовлетворяет второму неравенству системы

$x^2-x-12=0$

Удовлетворяет обоим неравенствам

$x=4,\ x=-3$

Ответ

$x = -3$

Метод введения новой переменной(алгоритм)

$$2\log^2_5 x+5\log_5 x+2=0$$

- Ввести новую переменную, найти О.Д.З.
- Решить получившееся уравнение и найти значение новой переменной
- Сделать подстановку найденного значения новой переменной и вычислить неизвестную переменную
- Записать ответ



Решение уравнения методом введения новой переменной

Введем новую переменную $y = \log_5 x$, $x>0$

$2\log_5^2 x+5\log_5 x+2=0$

Получим

$2y^2+5y+2=0$

Решим квадратное уравнение

$D=9$

$y= -2$, $y= -\frac{1}{2}$

Сделать подстановку найденного значения переменной y и вычислить значение переменной x

$x=1/25$

$X=1/\sqrt{5}$

Ответ

1) $\log_5 x= -2$, $x=1/25$

2) $\log_5 x= -\frac{1}{2}$, $X=1/\sqrt{5}$

Отгадайте загадку…

Ехал я к царевне.

Вижу кругом добро,

в добре ещё добро,

я взял третье добро из кармана

и выманил добро из добра.

(помощь в заданиях следующего слайда)



Даны уравнения

$1.\log_2(x^2+7x-5)=\log_2(4x-1),$

$2.\log_2{}^2(3+x)+\log_2(3+x)=2$

$3.\log_9 x= -x+1.$

Установите соответствие между уравнениями и методами их решения.

а) метод введения новой переменной

б) функционально-графический метод

в) метод потенцирования

Ответы

- 2а Рожь
- 3а Солнце
- 1б Дети
- 1в Лошадь
- 3б Хлеб



