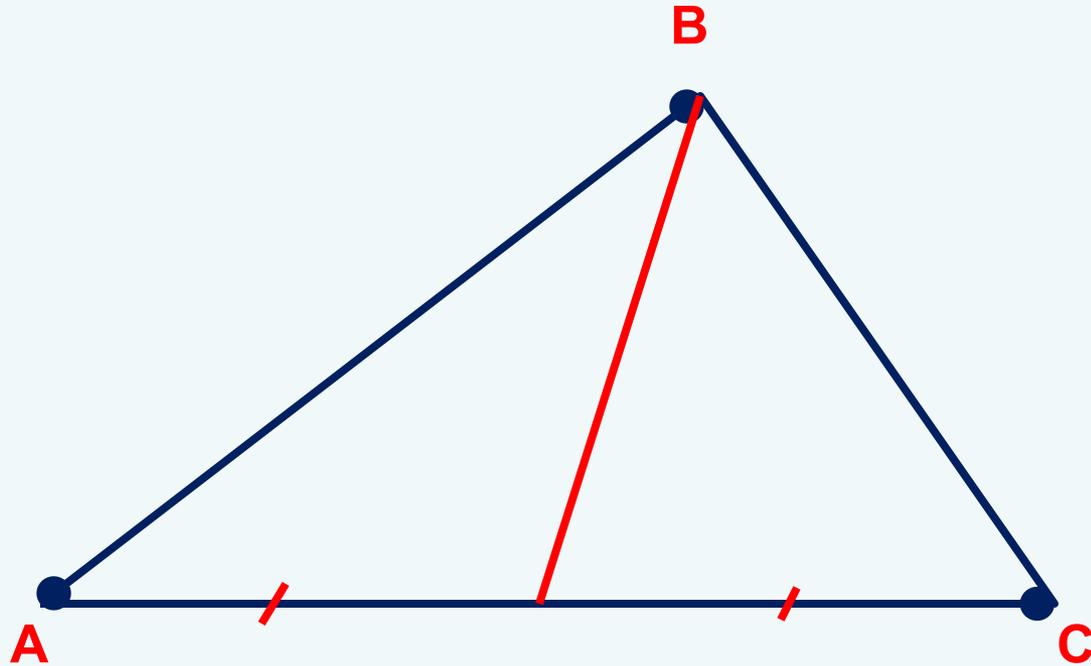


# Медиана треугольника и ее свойства

Преподаватель: Виноградова Дарья

# Цели урока:

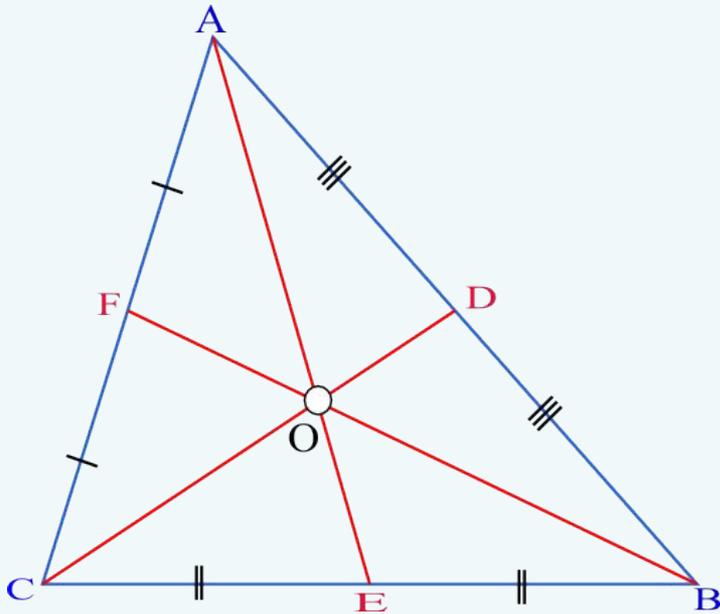
- Дать определение медианы треугольника
- Сформулировать основное свойство медианы
- Сформулировать и доказать теорему о свойстве медианы равнобедренного треугольника
- Другие свойства
- Записать основные соотношения для медианы и решить задачи с применением этих формул



### Определение:

**Медианой** треугольника называется отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны. Точка пересечения медианы со стороной треугольника называется **основанием медианы**.

# Основное свойство



$$\frac{AO}{OE} = \frac{CO}{OD} = \frac{BO}{OF} = \frac{2}{1}$$

Все три медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая называется **центроидом** или **центром тяжести** треугольника, и делится этой точкой на две части в отношении **2:1**, считая от вершины.

## Теорема (Свойство медианы равнобедренного треугольника)

В равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является биссектрисой и высотой.

- **Доказательство:**

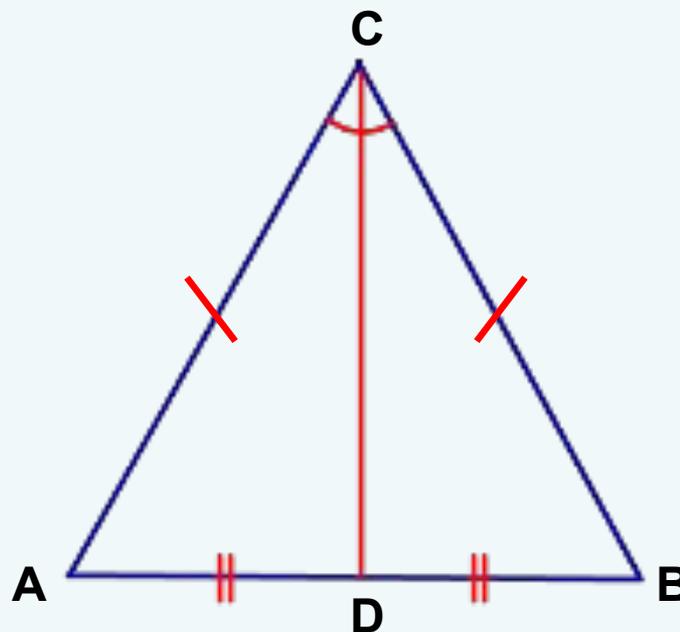
Пусть  $ABC$  – данный равнобедренный треугольник с основанием  $AB$  и  $CD$  – медиана, проведенная к основанию.

$\triangle CAD = \triangle CBD$  (по 1 признаку равенства треугольников).

$\Rightarrow \angle ACD = \angle BCD$ . Поэтому  $CD$  – биссектриса.

$\Rightarrow \angle ADC = \angle BDC$  и смежные, поэтому  $CD$  – высота треугольника.

**Теорема доказана.**



# Другие свойства

- Медиана разбивает треугольник на два **равновеликих** (по площади) треугольника.
- Треугольник делится **тремя** медианами на **шесть** равновеликих треугольников.
- В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая из вершины с прямым углом, равняется **половине** гипотенузы.
- **Большей** стороне треугольника соответствует **меньшая** медиана.

# Основные соотношения

Если известны все стороны треугольника (знаем $a, b, c$ )	Если известны все медианы (знаем $m_a, m_b, m_c$ )
$m_c = \frac{\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}}{2}$ <p><math>m_c</math> – медиана к стороне <math>c</math></p>	$a = \frac{2}{3} \sqrt{2(m_b^2 + m_c^2) - m_a^2}$



# Решение задач

1

- В треугольнике ABC стороны AB, BC и CA равны соответственно 4, 5, 7.

Найти все медианы треугольника.

Отве

$$m_{AC} = \frac{\sqrt{33}}{2}$$

т:

$$m_{AB} = \frac{\sqrt{33}}{2}$$
$$m_{CB} = \frac{\sqrt{105}}{2}$$

2

- Известно, что в треугольнике abc медиана  $m_a = \frac{\sqrt{154}}{2}$ ,

$$m_b = \frac{\sqrt{94}}{2}, m_c = \frac{\sqrt{55}}{2}.$$

Найти стороны треугольника.

Ответ:

$$a = 4,$$
$$b = 6,$$
$$c = 7$$

# Домашнее задание

Учебник: Л. С. Атанасян «Геометрия 7-9»

№106, 109, 114

**Спасибо за внимание!**