

Логарифмы

Ильмир Закарьяев ТЭ-95

Цели проекта:

 обеспечить компьютерную поддержку изучения свойств логарифмов и их применения в ходе преобразования выражений, содержащих логарифмы;

 познакомить учащихся с проявлением и применением логарифмов в природе и обществе.

Определение логарифма

Логарифмом положительного числа b по положительному и отличному от 1 основанию a называют показатель степени, в которую нужно возвести число a , чтобы получить число b .

Основное логарифмическое

тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

Десятичные логарифмы

Если основание логарифма равно 10, то логарифм называется десятичным:

Натуральные

Если основание логарифма e , то логарифм называется натуральным:

- положительные

$$a > 0, a \neq 1$$

c

Пример:

Вычислите:

$$1) \frac{\lg 8 + \lg 18}{2 \lg 2 + \lg 3} = \frac{\lg (8 \cdot 18)}{\lg (2^2 \cdot 3)} = \frac{\lg 144}{\lg 12} = \frac{\lg 12^2}{\lg 12} = 2$$

$$2) \log_2 11 - \log_2 44 = \log_2 \frac{11}{44} = \log_2 \frac{1}{4} = -2$$

Логарифмирование алгебраических выражений

Если число X представлено алгебраическим выражением, то логарифм любого выражения можно выразить через логарифмы составляющих его чисел.

Потенцирование логарифмических выражений

Переход от логарифмического выражения к алгебраическому называется потенцированием, то есть, произвести действие, обратное логарифмированию.

Пример:

Найти x ,

если $\log_7 x = 2 \log_7 5 + \log_7 36 - \log_7 125$

Решени

$$\log_7 x = 2 \log_7 5 + \log_7 6^2 - \log_7 5^3$$

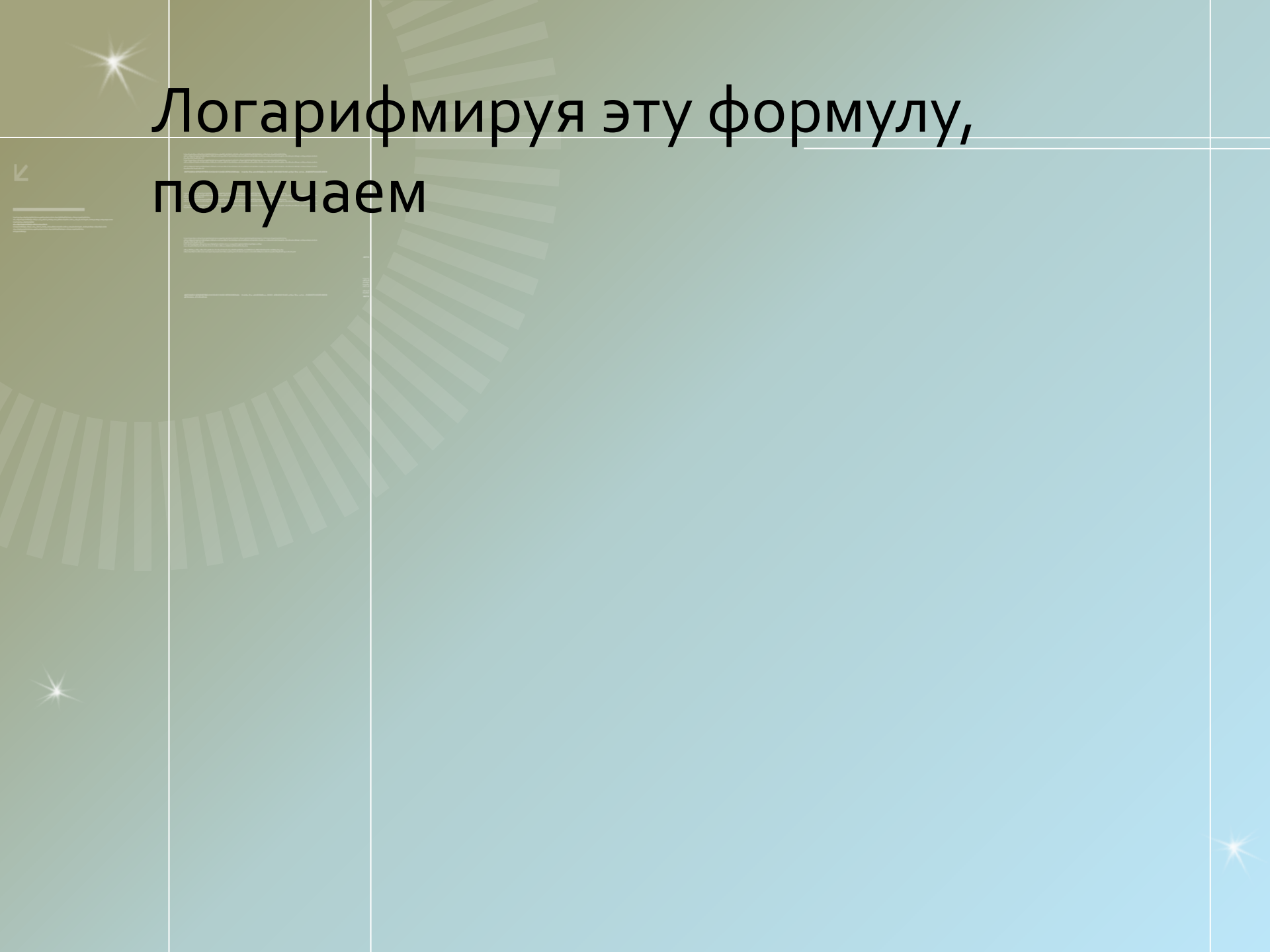
$$\log_7 x = \log_7 5^2 + \log_7 6^2$$

$$\log_7 x = \log_7 30$$

$$x = 30$$

Частоту любого звука можно выразить формулой

Ноте «до» соответствует частота, равная n колебаниям в секунду.
В октаве частота колебаний нижнего звука в 2 раза меньше верхнего.
Тогда ноте «до» 1-й октавы будут соответствовать $2n$ колебания в секунду, а ноте «до» 3-й октавы - колебания в секунду и т.д.
Обозначим все ноты хроматической гаммы номерами p .



Логарифмируя эту формулу,
получаем

Принимая частоту самого низкого
«до» за единицу $n=1$ и приводя
логарифмы к основанию 2, имеем

Свойства монотонности логарифмов

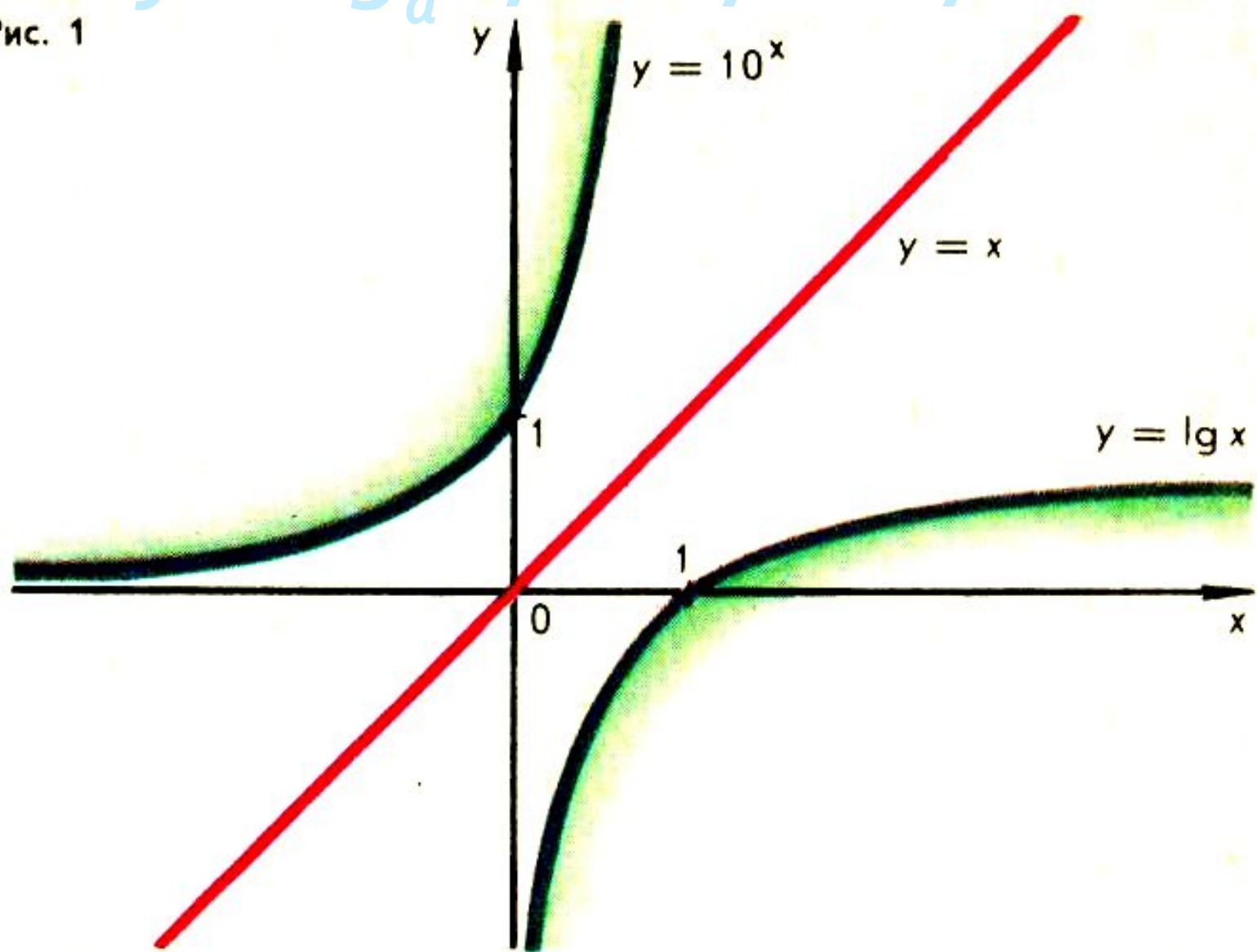
Если $a > 1$ и $b > c$, то

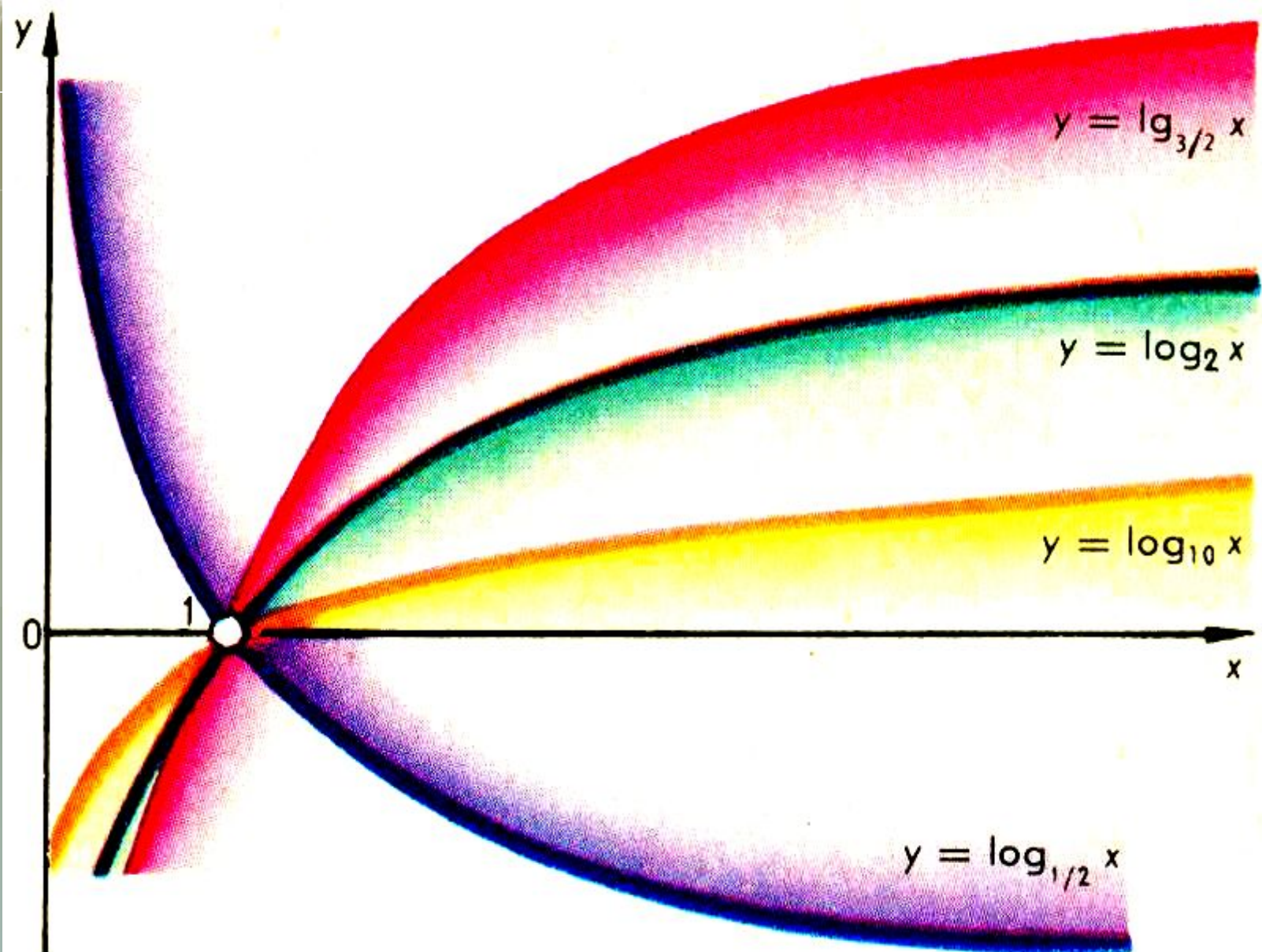
Если $0 < a < 1$ и $b > c$,
то

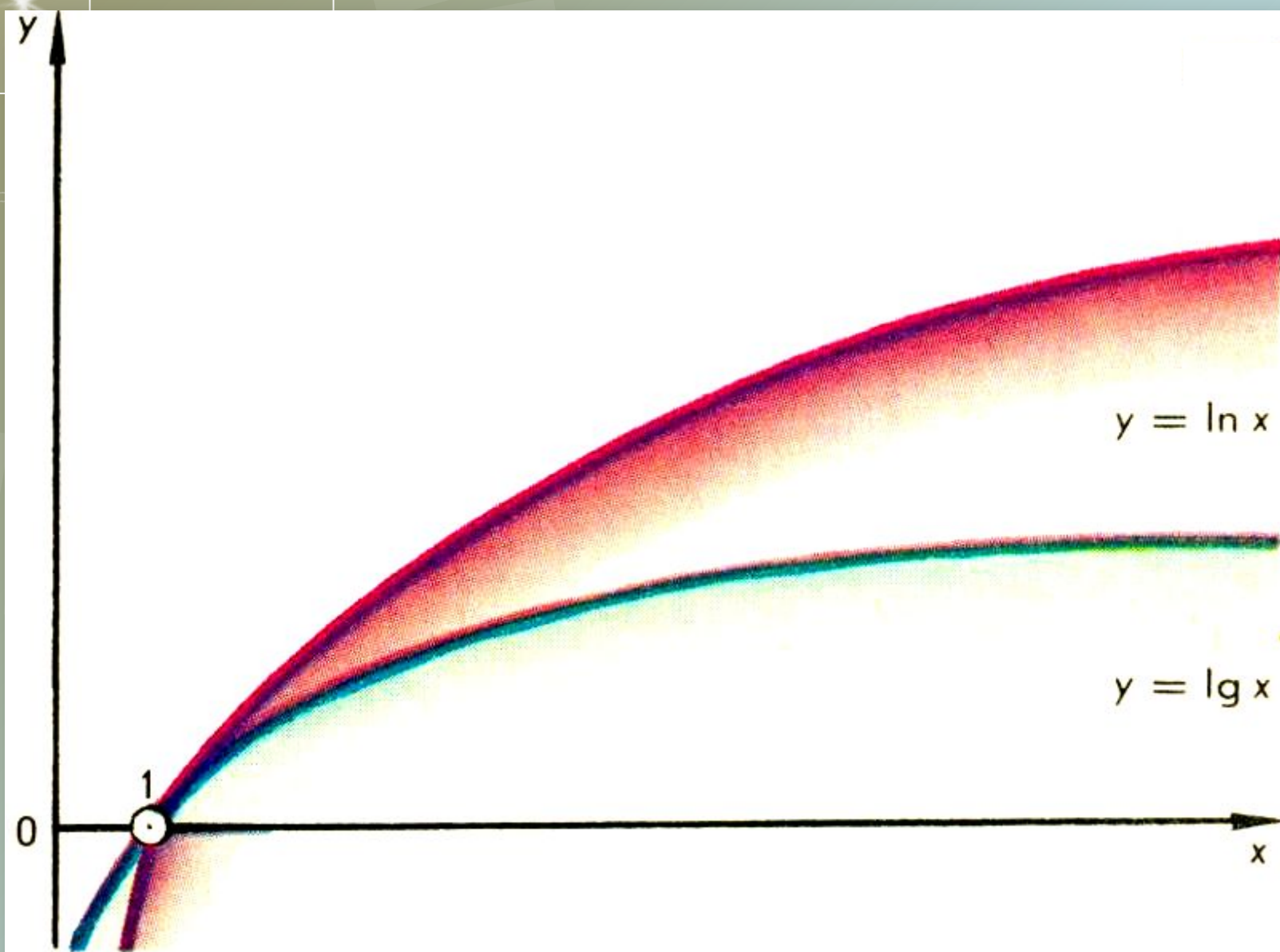
Логарифмическая функция

$$y = \log_a x, \quad x > 0, \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

рис. 1







Джон Непер



(1550 г.— 4 апреля 1617г.)

Шотландский математик - изобретатель логарифмов.

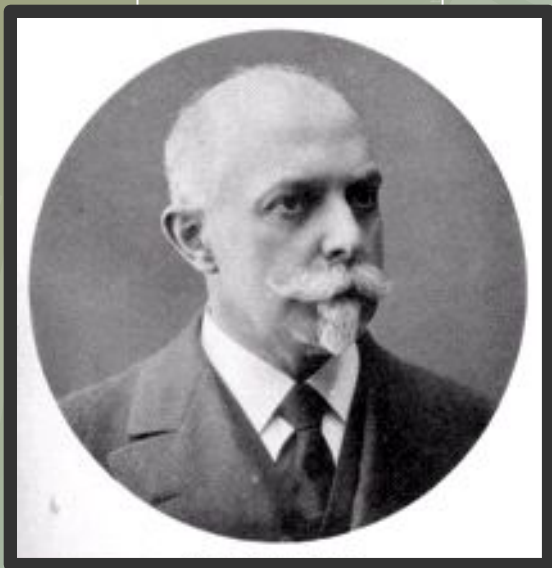
В 1590-х годах пришел к идее логарифмических вычислений и составил первые таблицы логарифмов, однако свой знаменитый труд “Описание удивительных таблиц логарифмов” опубликовал лишь в 1614 году.

Ему принадлежит определение логарифмов, объяснение их свойств, таблицы логарифмов синусов, косинусов, тангенсов и приложения логарифмов в сферической тригонометрии.

Логарифмы в музыке

*Даже изящные искусства питаются ею
Разве музыкальная гамма не есть -
Набор передовых логарифмов?*

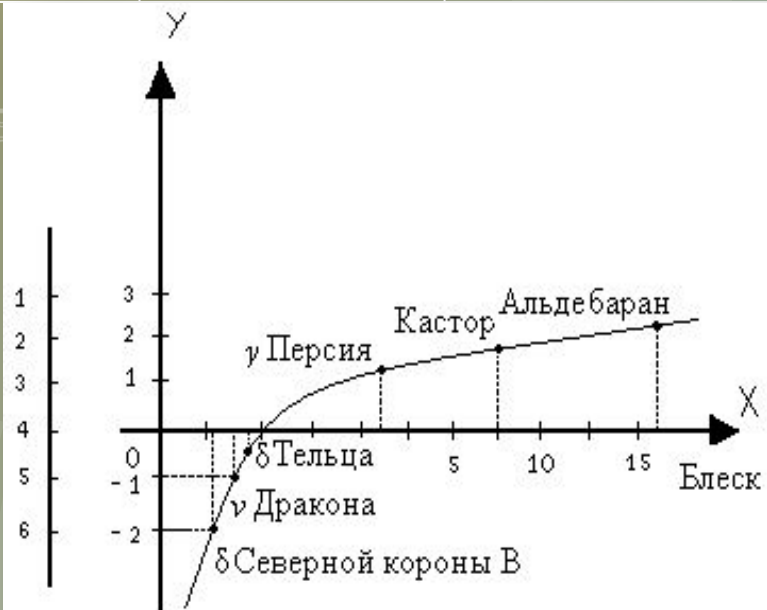
Из «Оды экспоненте»



А.А. Эйхенвальд



Звезды, шум и логарифмы



По вертикальной оси отложим блеск звезд в единицах Гиппарха (распределение звезд по субъективным характеристикам (на глаз) на 6 групп), а на горизонтальной - показания приборов.

По графику видно, что объективные и субъективные характеристики не пропорциональны, а прибор регистрирует возрастание блеска не на одну и ту же величину, а в 2,5 раза. Эта зависимость выражается логарифмической функцией.



Логарифм

ШУМ



Единица измерения децибел используется в звуковой технике.

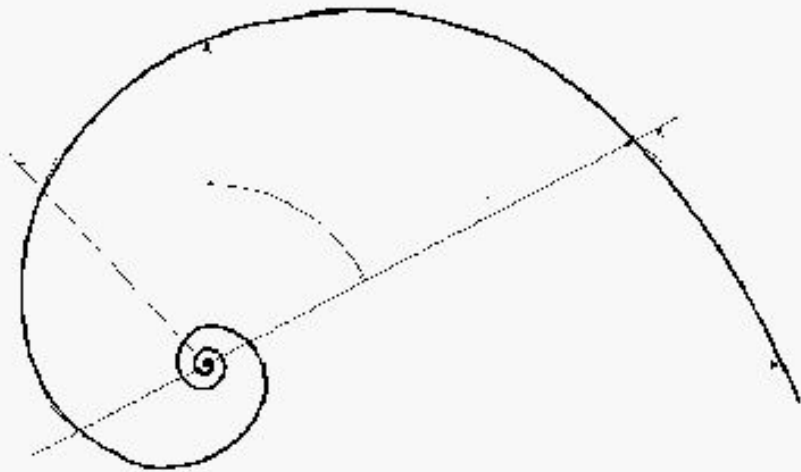
Связано это с тем, что мы реагируем не на абсолютные, а на относительные изменения уровня какого-либо воздействия, в том числе и звукового.

Если сила звука (интенсивность, I , Вт/м²) изменится в 10 раз, то субъективное ощущение громкости — всего лишь на одну ступеньку, при 100-кратном увеличении силы звука — на две ($\lg 100 = 2$), при 1000-кратном — на три ($\lg 1000 = 3$). Поэтому увеличение или уменьшение силы звука принято измерять в логарифмических единицах и каждое десятикратное изменение силы звука оценивается единицей, называемой Бел (Б).

На практике используется в основном единица, равная десятой части Бела - децибел.

Значение в децибелах равно десяти десятичным логарифмам отношения интенсивностей двух сигналов.

Логарифмическая спираль



На рисунке видно, что эта спираль пересекает все прямые, проходящие через полюс под одним и тем же углом.



Раковины морских животных могут расти лишь в одном направлении. Чтобы не слишком вытягиваться в длину, им приходится скручиваться, причем каждый следующий виток подобен предыдущему. А такой рост может совершаться лишь по логарифмической спирали или ее аналогиям. Поэтому раковины многих моллюсков, улиток, закручены по логарифмической спирали.



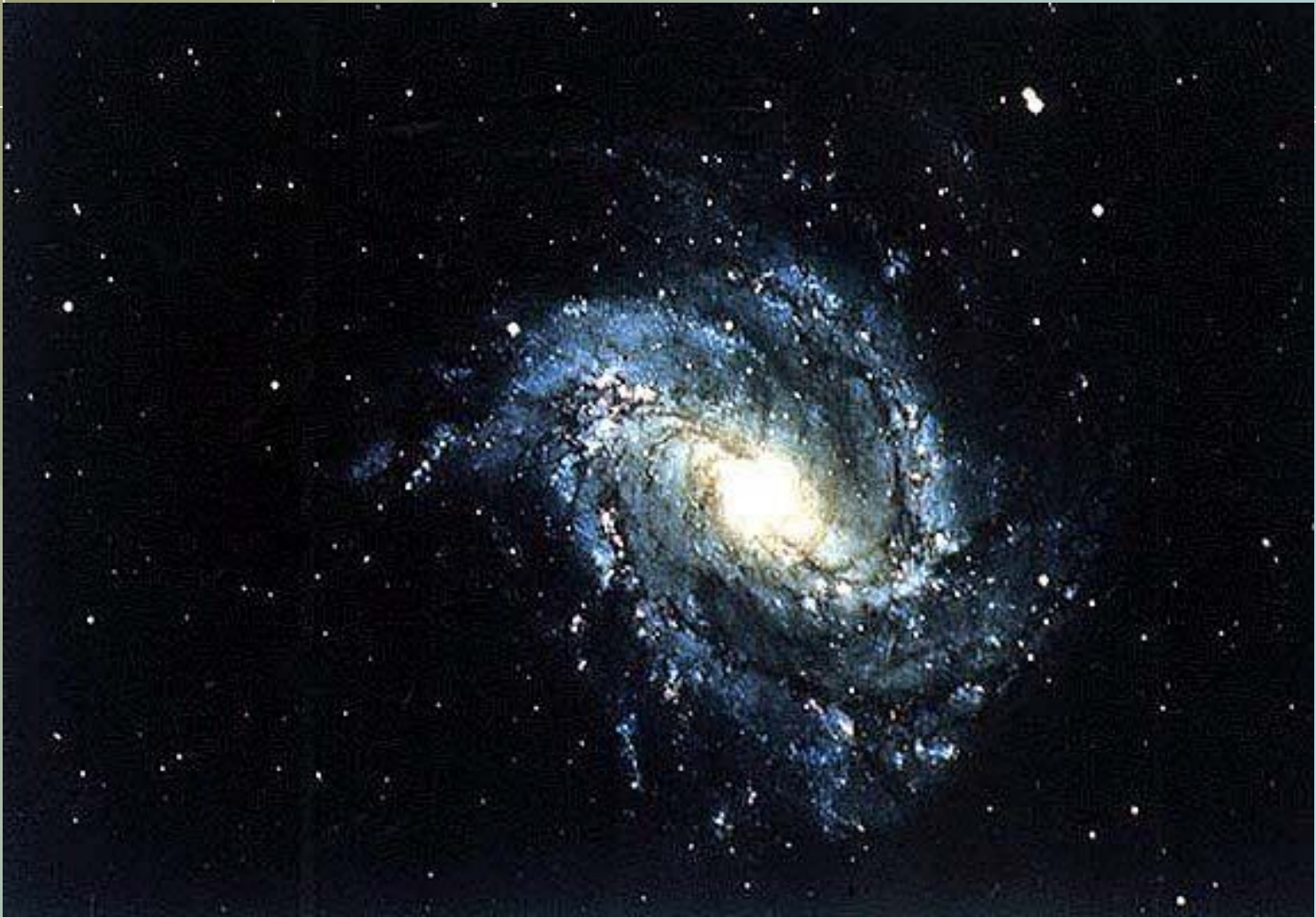
Рога таких животных, как архары, закручены по логарифмической спирали.



В подсолнухе семечки расположены по дугам, близким к логарифмической спирали



По логарифмической спирали
формируется и тело циклона



По логарифмическим спиральям закручены и многие галактики, в частности – Галактика Солнечной системы.