

10784.36
5x
2.719372
9÷1

10784.36
5x
2.719372
9÷1

Квадратные уравнения: методы решения.

10784.36
5x
2.719372
9÷1

10784.36
5x
2.719372
9÷1

**«Уравнение - это золотой ключ,
открывающий все
математические сезамы».**

С. Коваль.

ПЛАН УРОКА

- 1. Теоретическая разминка.***
- 2. Энциклопедия квадратных уравнений.***
- 3. Думающий колпак.***
- 4. Историческая справка.***
- 5. Копилка ценных мыслей.***
- 6. Домашнее задание.***



Вопросы теоретической разминки:

1. Сформулируйте определение квадратного уравнения.
2. Объясните, в чём заключается смысл ограничения в определении квадратного уравнения ($a \neq 0$).
3. Перечислите виды квадратных уравнений.
4. Какое квадратное уравнение называется неполным? Приведите пример. [подробнее](#)
5. Какое квадратное уравнение называется приведённым? Приведите пример.
6. Способы решения полного квадратного уравнения? [подробнее](#)



$$ax^2 + bx + c = 0$$

Специальные методы:

1. Метод выделения квадрата двучлена.
2. Метод «переброски» старшего коэффициента.
3. На основании теорем.



Общие методы:

Разложение на множители;

Введение новой
переменной;

Графический метод.





ДУМАЮЩИЙ КОЛПАК

Большим и указательным пальцами мягко оттягивают назад и прижимают, массируя, раковины ушей.

УЧЕБНЫЕ ИНСТРУКЦИИ

- **Держите голову прямо, чтобы подбородку было удобно.**
- **Упражнение повторяют трижды или более раз.**



Впервые ввёл термин «квадратное уравнение» немецкий философ **Кристиан Вольф**.

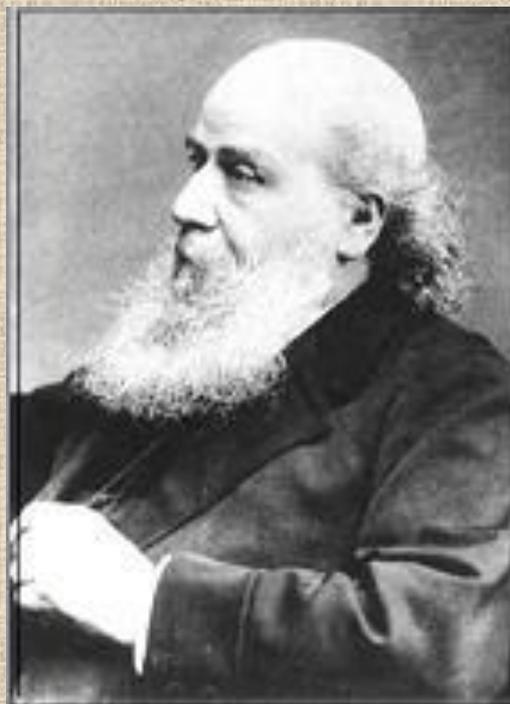


Кристиан Вольф - знаменитый немецкий философ, родился в 1679 г. в Бреславле, в семье простого ремесленника, изучал в Йене сначала богословие, потом математику и философию.

http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A5%D1%80%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%B0%D0%BD_%D0%92%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%84



Сильвестр Джеймс Джозеф – английский математик, который ввел термин «дискриминант».



В 13 – 16 веках даются отдельные методы решения различных видов квадратных уравнений. Слияние этих методов произвел в 1544 году немецкий математик – **Михаэль Штифель**. Это было настоящее событие в математике.



http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A8%D1%82%D0%B8%D1%84%D0%B5%D0%BB%D1%8C_%D0%9C%D0%B8%D1%85%D0%B0%D1%8D%D0%BB%D1%8C

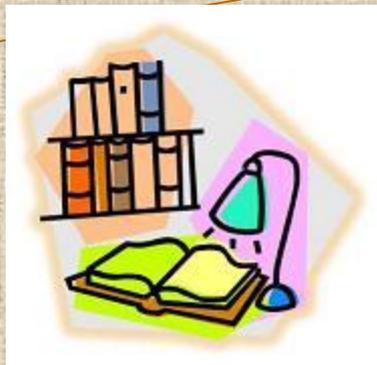
Домашнее задание

• Решите уравнение $3x^2 + 5x + 2 = 0$:

1. используя формулу дискриминанта – «3»,
2. двумя способами – «4»,
3. тремя способами – «5».

Дополнительно.

• Решите уравнение $(x^2 - x)^2 - 14(x^2 - x) + 24 = 0$ методом введения новой переменной.



Энциклопедия квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$(a \neq 0)$$



[подробнее](#)

РЕШЕНИЕ НЕПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$b=0$$

$$ax^2+c=0$$

подробнее

$$c=0$$

$$ax^2+bx=0$$

подробнее

$$b, c=0$$

$$ax^2=0$$

подробнее



Алгоритм решения

$$b=0$$

$$ax^2+c=0$$

1. Переносим c в правую часть уравнения.

$$ax^2 = -c.$$

2. Делим обе части уравнения на $a \neq 0$.

$$x^2 = \frac{-c}{a}.$$

3. Если $-c/a > 0$ - два решения:

$$x_1 = \sqrt{(-c)/a} \text{ и } x_2 = -\sqrt{(-c)/a}$$

Если $\frac{-c}{a} < 0$ - нет решений.

Алгоритм решения

$$c=0$$

$$ax^2+bx=0$$

1. Выносим x за скобки:

$$x(ax + b) = 0.$$

2. «Разбиваем» уравнение на два:

$$x = 0, ax + b = 0.$$

3. Два решения:

$$x = 0 \text{ и } x = \frac{-b}{a} \quad (a \neq 0).$$



Алгоритм решения

$$b, c = 0$$

$$ax^2 = 0$$

1. Делим обе части уравнения на $a \neq 0$.

$$x^2 = 0$$

2. Одно решение: $x = 0$.

Подведём итог!

Неполные квадратные уравнения:

$$ax^2 = 0$$

$$x = 0$$

$$ax^2 + bx = 0, \\ (b \neq 0)$$

$$x = 0, \\ x = -\frac{b}{a}$$

$$ax^2 + c = 0, \\ (c \neq 0)$$

Если $-\frac{c}{a} < 0$, то корней нет

Если $-\frac{c}{a} > 0$, то $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$



$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$D < 0$

Корней нет

$D = 0$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$D > 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$b = 2k$ (чётное число)

$$D_1 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$$

$$x = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

$$(D_1 \geq 0)$$

Теорема Виета

если x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + px + q = 0$

то $x_1 + x_2 = -p$ ($D \geq 0$)

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

если x_1 и x_2 – корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$

то $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ($D \geq 0$)

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$



Метод выделения квадрата двучлена.

Суть метода: привести квадратное уравнение общего вида к неполному квадратному уравнению.

Пример: $x^2 - 6x + 5 = 0.$

[подробн
ее](#)



Метод «переброски» старшего коэффициента.

Корни квадратных уравнений

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{и} \quad y^2 + by + ac = 0$$

связаны соотношениями

$$x_1 = \frac{y_1}{a} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{y_2}{a}$$

[подробнее](#)

Пример: $2x^2 - 9x - 5 = 0.$



На основании теорем:

Если в квадратном уравнении $a+b+c=0$, то один из корней равен 1, а второй по теореме Виета равен $\frac{c}{a}$

Если в квадратном уравнении $a+c=b$, то один из корней равен -1, а второй по теореме Виета равен $\left(-\frac{c}{a}\right)$

Примеры: $200x^2 + 210x + 10 = 0$.

[подробнее](#)



Метод разложения на множители

Цель: привести квадратное уравнение общего вида к виду $A(x) \cdot B(x) = 0$,
где $A(x)$ и $B(x)$ – многочлены относительно x .

Способы:

- Вынесение общего множителя за скобки;
- Использование формул сокращенного умножения;
- Способ группировки.

Пример:

$$4x^2 + 5x + 1 = 0.$$

[подробнее](#)

Введение новой переменной.

Удачный выбор новой переменной делает структуру уравнения более прозрачной.

Пример: $(2x+3)^2 = 3(2x+3) - 2.$

[подробн
ее](#)



Графический метод

Для решения уравнения $f(x) = g(x)$
необходимо построить графики
функций

$$y = f(x), \quad y = g(x)$$

и найти точки их пересечения;
абсциссы точек пересечения и
будут корнями уравнения.

Пример: $x^2 = x + 2$.

[подробн
ее](#)



Графический метод часто применяют не для нахождения корней уравнения, а для определения их количества.



Метод выделения квадрата двучлена.

Решим уравнение $x^2 - 6x + 5 = 0$.

$$x^2 - 6x + 5 = 0.$$

$$(x - 3)^2 - 4 = 0.$$

$$(x - 3)^2 = 4.$$

$$x - 3 = 2 ; x - 3 = -2.$$

$$x = 5, x = 1.$$

Ответ: 5; 1.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$



Метод “переброски” старшего коэффициента

Решите уравнение $2x^2 - 9x - 5 = 0$.

$$y^2 - 9y - 10 = 0.$$

$D > 0$, по теореме, обратной теореме Виета, получаем корни: -1; 10, далее возвращаемся к корням исходного уравнения: -0,5; 5.

Ответ: 5; -0,5.

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ и } y^2 + by + ac = 0$$

связаны соотношениями:

$$x_1 = \frac{y_1}{a} \quad x_2 = \frac{y_2}{a}$$



Теорема 1. Если в квадратном уравнении $a + b + c = 0$, то один из корней равен 1, а второй по теореме Виета равен $\frac{c}{a}$

Решите уравнение $137x^2 + 20x - 157 = 0$.

$$137x^2 + 20x - 157 = 0.$$

$$a = 137, b = 20, c = -157.$$

$$a + b + c = 137 + 20 - 157 = 0.$$

$$x_1 = 1, x_2 = -157/137.$$

Ответ: 1; $-157/137$.



Теорема 2. Если в квадратном уравнении $a + c = b$, то один из корней равен -1 , а

второй по теореме Виета равен $\left(-\frac{c}{a}\right)$

Решите уравнение $200x^2 + 210x + 10 = 0$.

$$200x^2 + 210x + 10 = 0.$$

$$a = 200, b = 210, c = 10.$$

$$a + c = 200 + 10 = 210 = b.$$

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{10}{200}$$

Ответ: $-1; -0,05$



Метод разложения на множители.

Решите уравнение $4x^2 + 5x + 1 = 0$.

$$4x^2 + 5x + 1 = 0.$$

$$4x^2 + 4x + x + 1 = 0.$$

$$4x(x+1) + (x+1) = 0.$$

$$4x(x + 1) = 0.$$

Произведение двух множителей равно нулю, если хотя бы один из них равен нулю, а второй при этом не теряет смысла, или когда оба равны нулю.

$$4x = 0 \text{ и } x + 1 = 0.$$

$$x = 0, x = -1.$$

Ответ: 0; -1.



Метод введения новой переменной.

Решите уравнение $(2x+3)^2 = 3(2x+3) - 2$.

$$(2x+3)^2 = 3(2x+3) - 2.$$

Пусть: $t = 2x + 3$.

Произведем замену переменной: $t^2 = 3t - 2$.

$$t^2 - 3t + 2 = 0. D > 0.$$

По теореме, обратной теореме Виета: $t_1 = 1, t_2 = 2$.

Произведем обратную замену и вернемся к переменной x , получим следующие корни:

-1; -0,5.

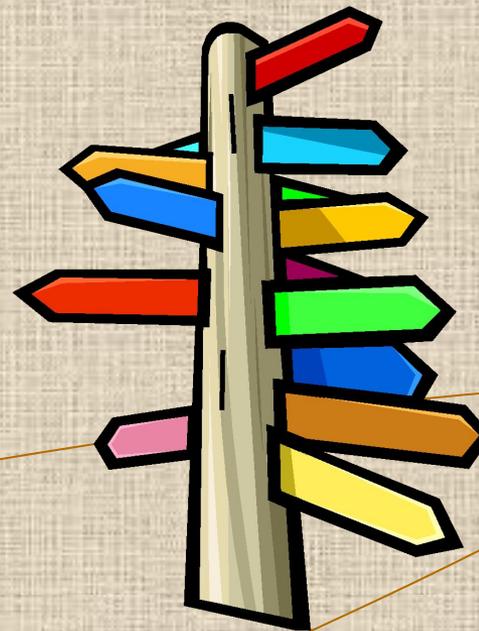
Ответ: -1; -0,5.



	№ уравнения	№ метода
1	$100x^2 + 53x - 153 = 0$	1. $b, c = 0$ $ax^2 = 0$
2	$20x^2 - 6x = 0$	2. $c = 0$ $ax^2 + bx = 0$
3	$299x^2 + 300x + 1 = 0$	3. $b = 0$ $ax^2 + c = 0$
4	$3x^2 - 5x + 4 = 0$	4. b - нечётное $ax^2 + bx + c = 0$
5	$7x^2 + 8x + 2 = 0$	
6	$35x^2 - 8 = 0$	5. b - чётное $ax^2 + bx + c = 0$
7	$4x^2 - 4x + 3 = 0$	
8	$(x - 8)^2 - (3x + 1)^2 = 0$	6. Теорема Виета. 7. Метод выделения квадрата двучлена. 8. Метод «переброски» старшего коэффициента. 9. T1 или T2. 10. Метод разложения на множители. 11. Метод введения новой переменной.
9	$4(x - 1)^2 + 0,5(x - 1) - 1 = 0$	
10	$12x^2 = 0$	



№ метода	шифр
1	!
2	те
3	но
4	тик
5	нем
6	ке
7	до
8	го
9	ма
10	по
11	эт
12	ру
13	-



№ уравнения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Слог										



<http://dic.academic.ru/dic.nsf/bse/158739/%D0%92%D0%B5%D0%B9%D0%B5%D1%80%D1%88%D1%82%D1%80%D0%B0%D1%81%D1%81>

Математик немного поэ
Т. Вейерштрасс

