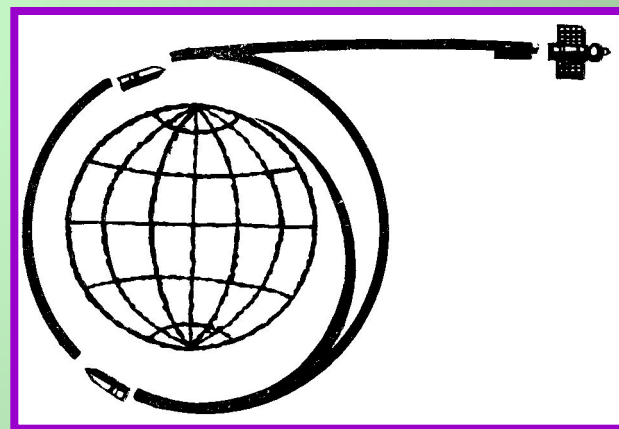


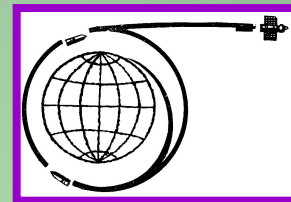
Квадратные И некоторые другие уравнения

немного истории
И
практическое
применение



**Алексеева М.М.
104-116-566**

Квадратные и некоторые другие уравнения



Шишок компьютерный – гид
поисковик
по Интернету.



Гера – хозяин кошачьей семьи



Гипа (Гипотенуза) – мудрая кошка,
знает много историй.



Пифагор - очень важный КОТ

Линейные уравнения

Общий вид
 $ax+b=0$

Если $a \neq 0$,
то $X = -b/a$.

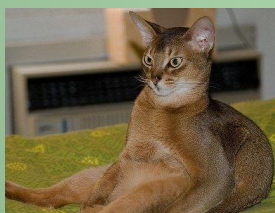
Пример
 $3x+5=0$
 $x=-5/3$

Если $a=0$; $b \neq 0$,
то корней нет.

$$0 \cdot x + b = 0$$

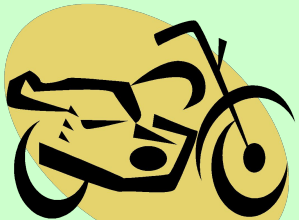
$$0 \cdot x + 5 = 0$$

Если $a=0$ и $b=0$,
то X – любое число.
 $0 \cdot X = 0$



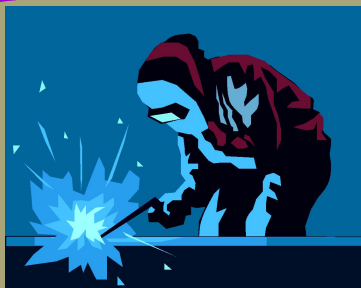


Линейные уравнения



$$S = Vt$$

S-путь
V-скорость
t-время



$$Q = gm$$

Q-теплота сгорания
q-удельная теплота сгорания
m-масса

$$M = \rho V$$

m-масса
 ρ плотность
V-объем



Квадратные уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

Если $D > 0$, то 2 корня

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Если $D = 0$, то 1 корень

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Если $D < 0$, то корней нет.



$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$a=3, b=-2, c=-1;$$

$$D = 4 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 4 + 12 = 16;$$

$$x_1 = 1; x_2 = -1/3.$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0;$$

$$x = -2/2 = -1.$$

$$5x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = -31;$$

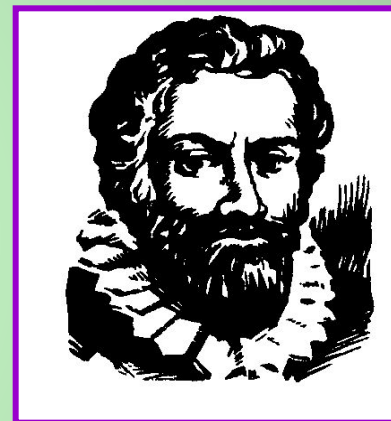
Корней нет.

Квадратные уравнения



Аль-Хорезми
1040-1123

Фибоначчи
1170-1228



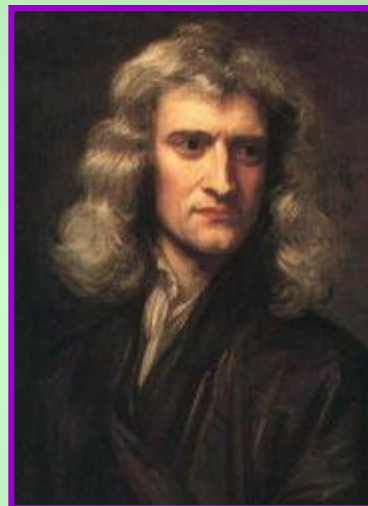
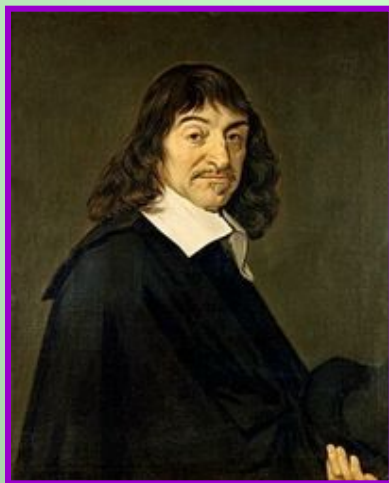
Франсуа
Виет
1540-1630

Квадратные уравнения



Николо
Тарталья
1499-1557

Рене
Декарт
1596-1650



Исаак
Ньютон
1643-1727

Джероламо
Кардано
1501-1647



Кубические уравнения

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

Сводится к уравнению

$$x^3 + px + q = 0$$

Которое имеет решение:

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

Николо
Тарталья
1499-1557



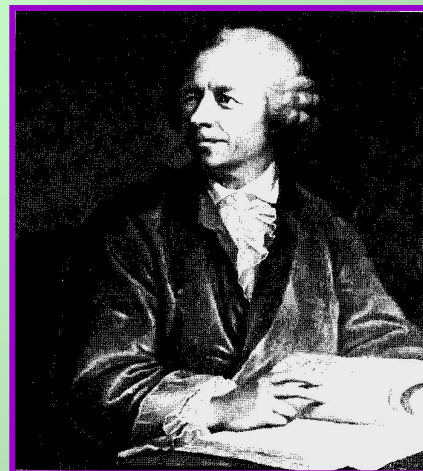
Джероламо
Кардано
1501-1576

Уравнения n-ой степени

$$a_1x^n + a_2x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$$



Нильс Генрих Абель
1802-1829



Леонард Эйлер
1707-1783

Неопределенные уравнения



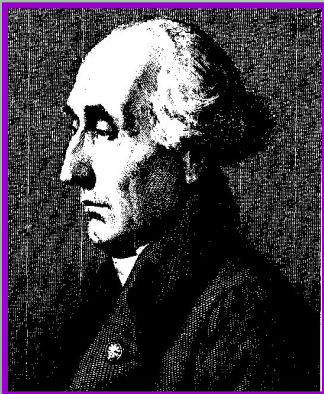
Диофант
3-ий век н.э.

Диофантовы уравнения
 $AX+BY+C=0$

Великая теорема Ферма

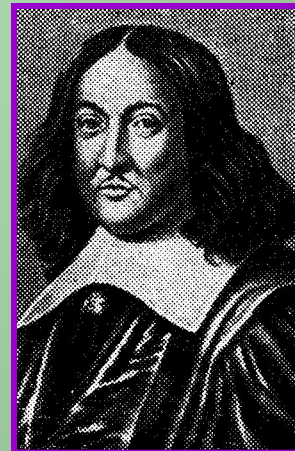
$$x^n + y^n = z^n$$

$$n > 2$$



Жозеф Луи Лагранж
1736-1813

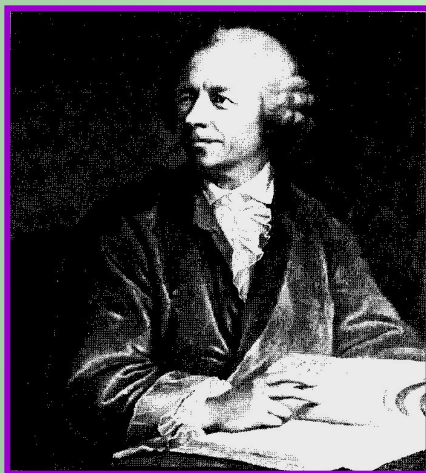
Пьер Ферма
1601-1665



Доказательство теоремы Ферма

$$x^n + y^n = z^n$$

Доказал
для $n=3$ и $n=4$



Леонард Эйлер

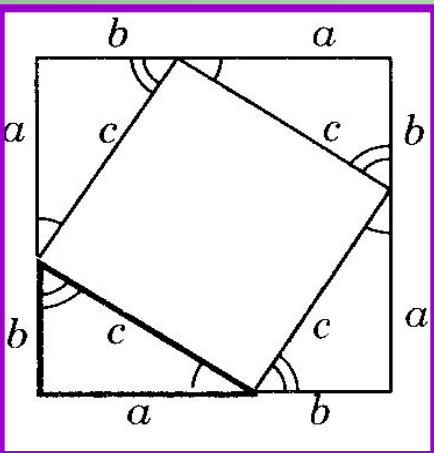
1995



Эндрю Уайс и Ричард Тейлор

Потратили на доказательство 10 лет

Теорема Пифагора



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Площадь большого
квадрата

$$(a + b)^2$$

Площадь малого
квадрата

$$c^2$$

Площадь четырех
треугольников

$$4 * \frac{1}{2} ab$$

$$(a + b)^2 + c^2 = 4 * \frac{1}{2} ab$$

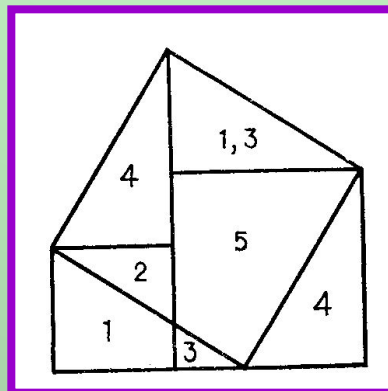
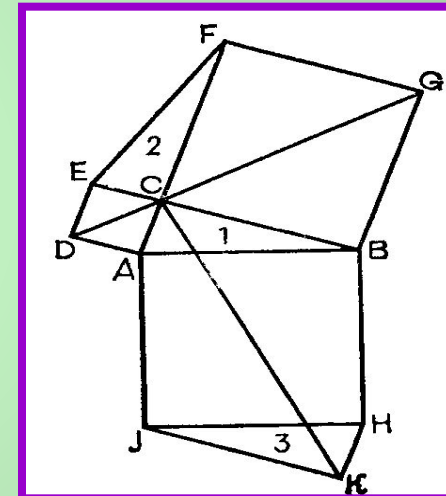
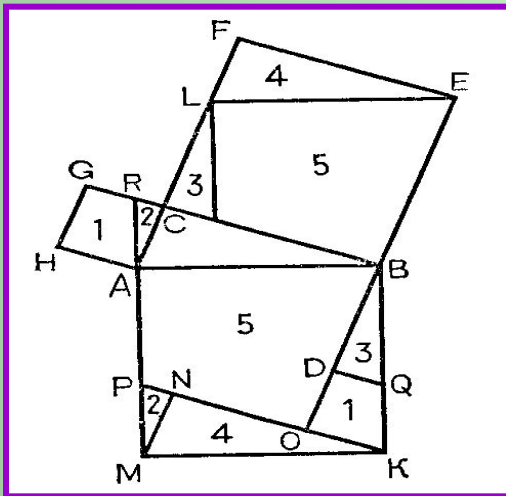
$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

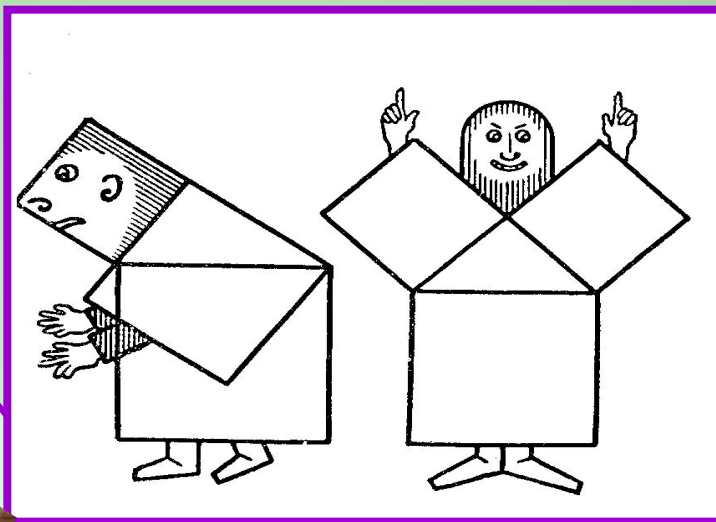


Теорема Пифагора

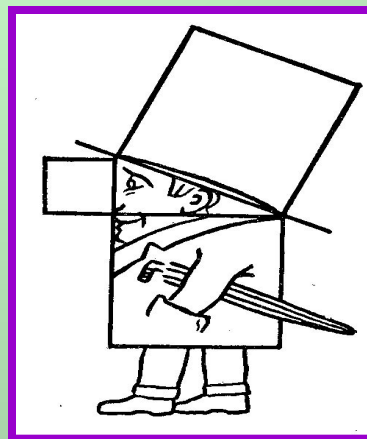
Рисунки для различных доказательств



Теорема Пифагора



Карикатуры



Действительные числа (R)

Рациональные(Q)

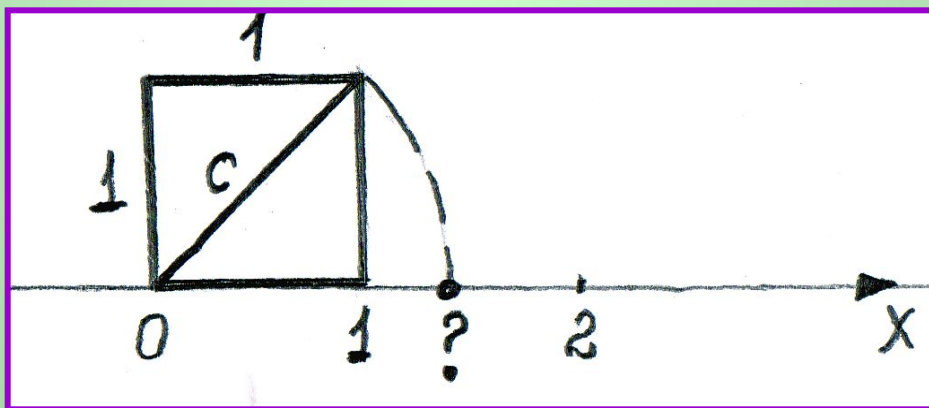
$a = m:n$, где
 m -целое (Z)
 n -натуральное (N)

Иррациональные

$$p \neq m / n$$

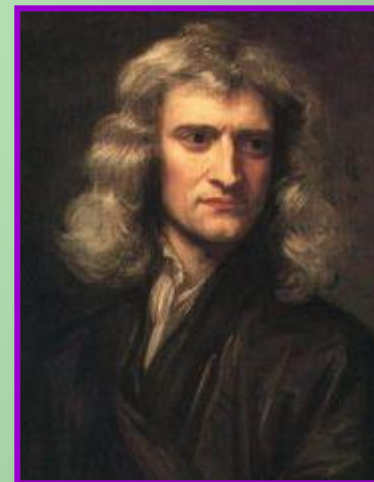


Рене Декарт



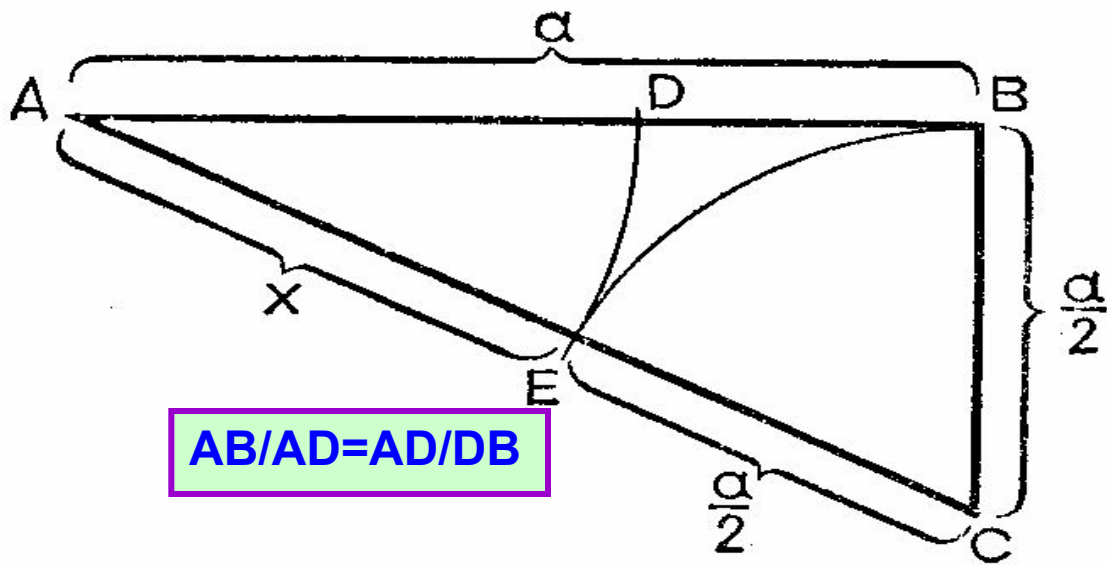
$$c^2 = 2 \text{ или}$$

$$c = \sqrt{2}$$



Исаак Ньютон

Золотое сечение



$$AB/AD = AD/DB$$

$$AB=a; AD=x; DB=a-x$$

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{a-x}$$

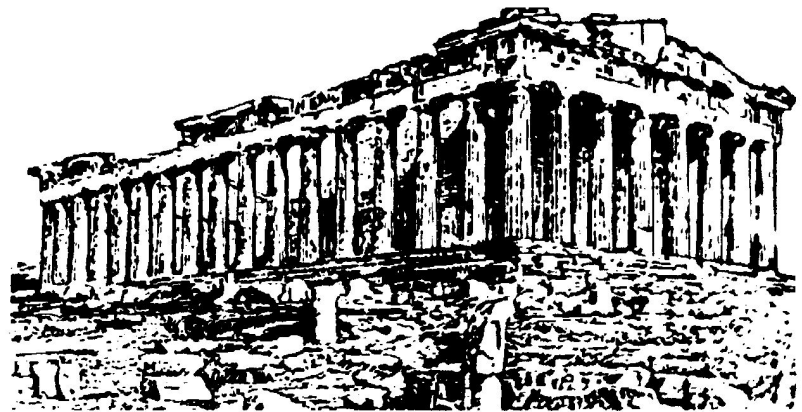
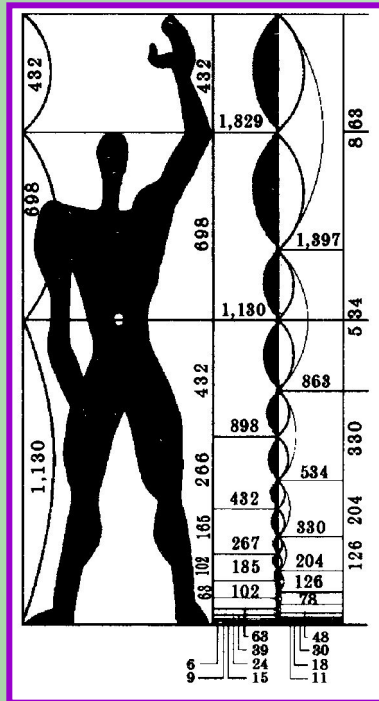
$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} - \frac{a}{2}$$

Если $AB=1$,
то
 $AD=0,618\dots = 5/8 = \varphi$
 $DB=0,382\dots$

Золотое сечение

D
C
B
A



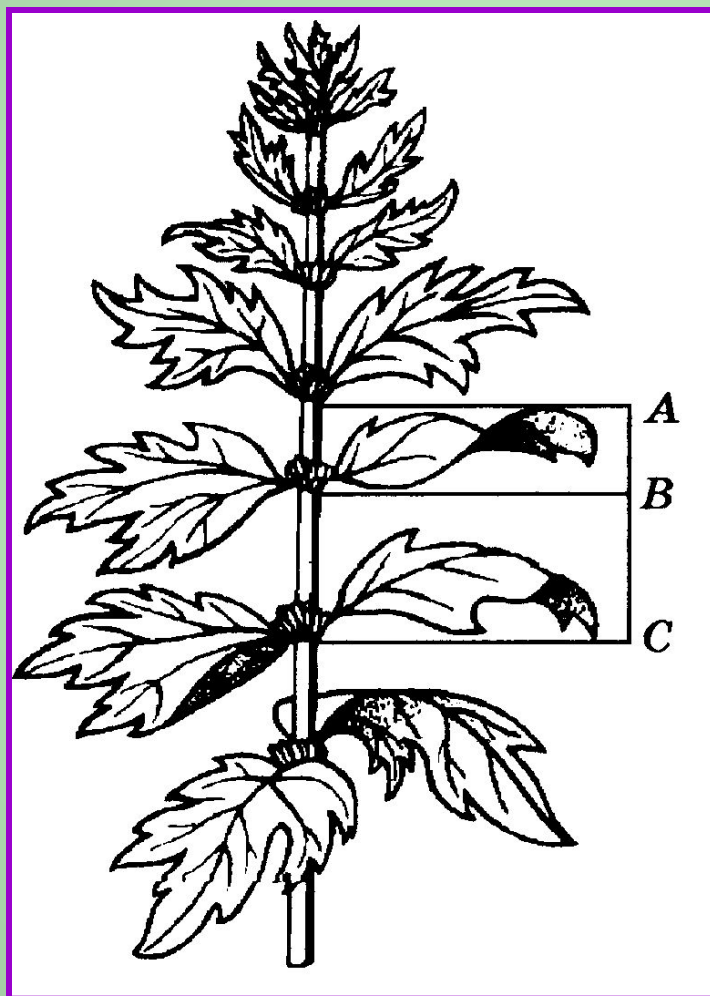
Красивейшее произведение древнегреческой архитектуры — Парфенон — построено в V в. до н. э. Отношение высоты здания к его длине равно 0,618.

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{BD}{CB} = \frac{CB}{CD}$$



Золотое сечение



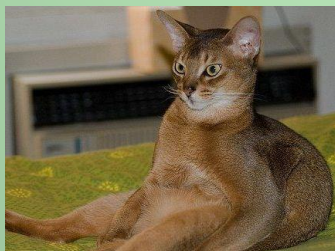
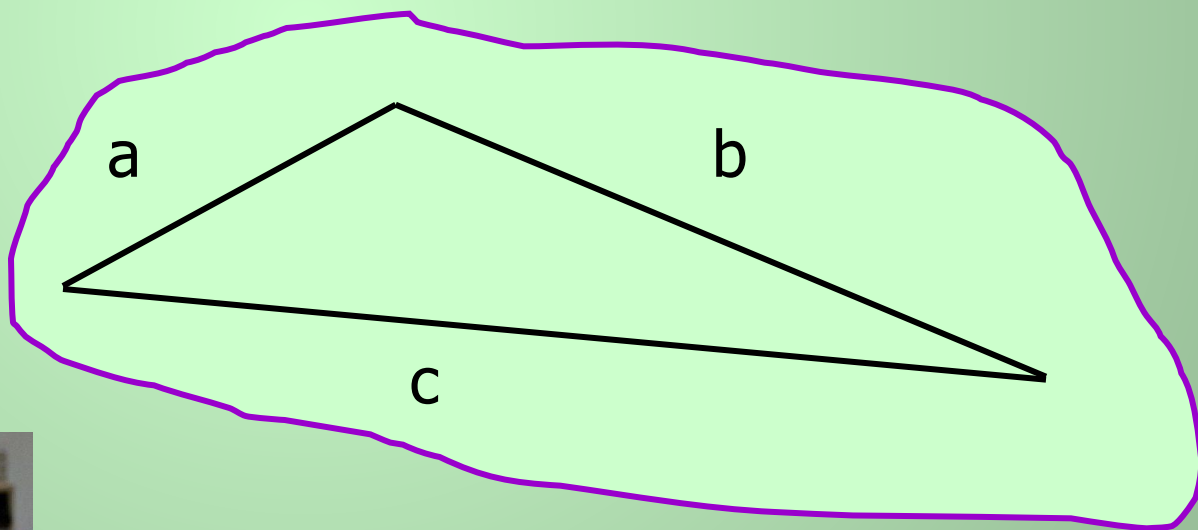
$$AC/BC=BC/AB$$



Формула Герона

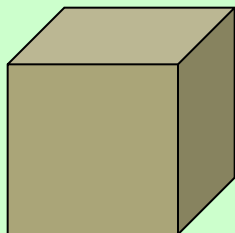
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$



Удвоение куба

a

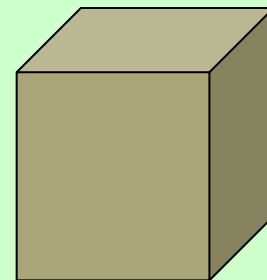


$$V = a^3$$

$$x^3 = 2a^3$$

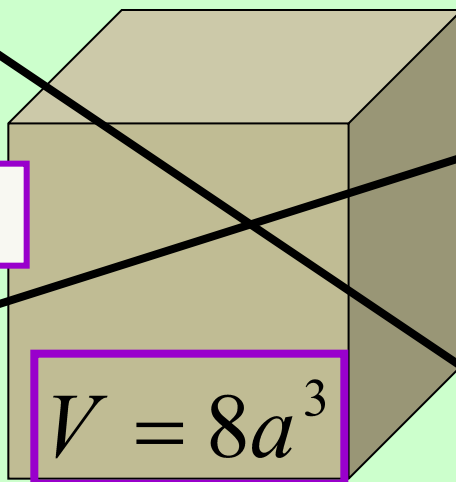
$$x = a\sqrt[3]{2}$$

$$a\sqrt[3]{2}$$



$$V = 2a^3$$

$2a$



$$V = 8a^3$$



Закон всемирного тяготения

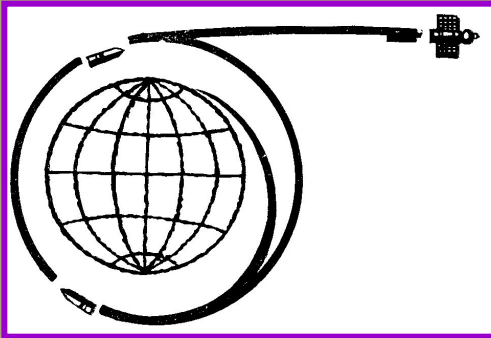
$$F = f \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

F – сила притяжения

f – постоянная тяготения

m1, m2 – массы тел

r – расстояние между телами



v1 = 7,92 км/сек ;

v2 = 11,2 км/сек ;

v3 = 16,7 км/сек

Космические скорости



Закон Кулона

$$F = k \frac{q_1 q_2}{R^2}$$

q1, q2 - величины электрических зарядов

R - расстояние между зарядами

k - коэффициент пропорциональности.

Яркость источника света

$$B = \frac{El^2}{S}$$

B - яркость источника света

S - площадь линз или зеркал оптической системы

E – освещенность

l - расстояние до источника света

Величина подъемной силы самолета

$$Y = C_y \frac{\rho v^2}{2} S$$

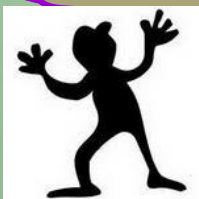
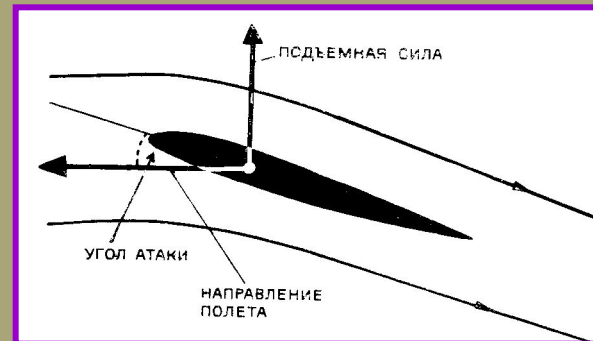
S - площади крыла

плотности

ρ _{воздуха}

C_y , коэффициент

v - скорость



Полное сопротивление в цепи переменного тока

$$Z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2}$$

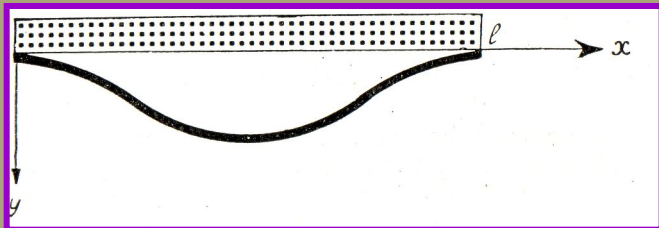
R – активное
сопротивление

$$(x_L - x_C)$$

- реактивное сопротивление.

Прогиб балки

$$y = \frac{Q}{24EI} x^4 - 2lx^3 + l^2 x^2$$



Q - сила

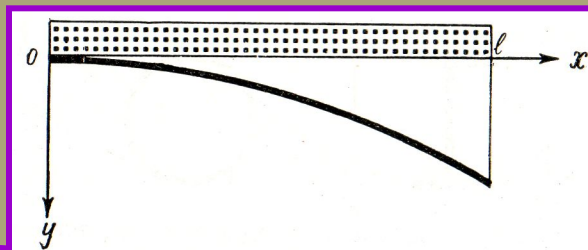
I - момент инерции

E - модуль Юнга

Y - прогиб балки

l - длина балки

x - текущая координата



Формула Эйнштейна



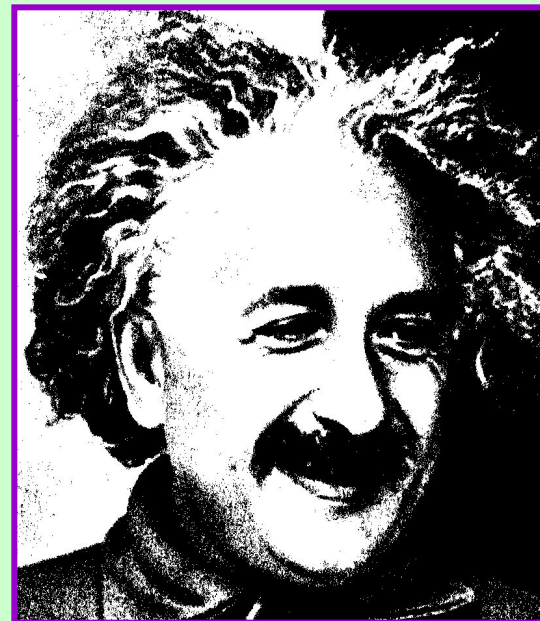
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

m_0 - начальная масса

v - скорость тела

c - скорость света

$c = 300000$ км/с



Изменение знака корня с 15 по 17 век



Radix (корень) или R

$$\sqrt{12} = R^2 12 = \sqrt[2]{12}$$

$$\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{16} = 2$$

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt{9} = \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a+b}$$



Спасибо!

**А теперь к
задачам!**

Вспомним: Как определить степень уравнения?

$$7x^3 + 4x^9 - 2x^4 - 5x + 6 = 0$$

Степень уравнения - 9

$$6xy^{15} + 5x^4y^7 - 6x^{10}y^3 = 5x^4y^7$$

Степень уравнения- $1+15=16$

$$6xy^{15} - 6x^{10}y^3 = 0$$

Степень уравнения- $1+15=16$



Определите степень уравнения

1. $\frac{1}{2}x^3 + 4x^7 - x^2 + 3 = 0$

2. $5x - 7 = 0$

3. $7x^2 - 9x + 4 = 0$

4. $3y = x$

5. $2xy + 5x^2y^3 + 7x^2y^2z^2 + 6 = 0$

6. $-3 = 4xy$

7. $5 - 4x + 3x^2 = 4$

8. $2x + 5x^2 = 5x^2 - 2x$

9. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

10. $x^3 + 5x^2 - 6x = 0$



Проверьте свои решения

Степень- 7.

1. $\frac{1}{2}x^3 + 4x^7 - x^2 + 3 = 0$

2. $5x - 7 = 0$ Степень -1.

3. $7x^2 - 9x + 4 = 0$ Степень -2.

4. $3y = x$ Степень -1.

Степень - 6.

5. $2xy + 5x^2y^3 + 7x^2y^2z^2 + 6 = 0$

6. $-3 = 4xy$ Степень - 2.

7. $5 - 4x + 3x^2 = 4$ Степень - 2.

8. $2x + 5x^2 = 5x^2 - 2x$ Степень - 1.

9. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ Степень - 4. Корни- 1;-1;2;-2.

10. $x^3 + 5x^2 - 6x = 0$ Степень -3. Корни- 0;-6;1.



Решите уравнения

1. $x^2 = 4$

2. $x^2 + 3 = 0$

3. $x^2 - 5 = 0$

4. $3x^2 + 5x = 0$

5. $x^2 + 2x + 1 = 0$

6. $3x + 7 = 0$

7. $x^2 - 7x + 6 = 0$

8. $3x + 2 + x^2 = 0$

9. $x^3 + x^2 = 0$

10. $3x^2 + x + 9 = 0$



Проверьте решение



1. $x^2 = 4$
2. $x^2 + 3 = 0$
3. $x^2 - 5 = 0$
4. $3x^2 + 5x = 0$
5. $x^2 + 2x + 1 = 0$
6. $3x + 7 = 0$
7. $x^2 - 7x + 6 = 0$
8. $3x + 2 + x^2 = 0$
9. $x^3 + x^2 = 0$
10. $3x^2 + x + 9 = 0$

Корни : **2** и **-2**.

Корней нет.

Корни: $\pm \sqrt{5}$

Корни: **0** и **5/3**.

Корень: **-1**.

Корень: **-7/3**.

Корни: **6** и **1**.

Корни: **-2** и **-1**.

Корни : **0** и **-1**.

Корней нет.



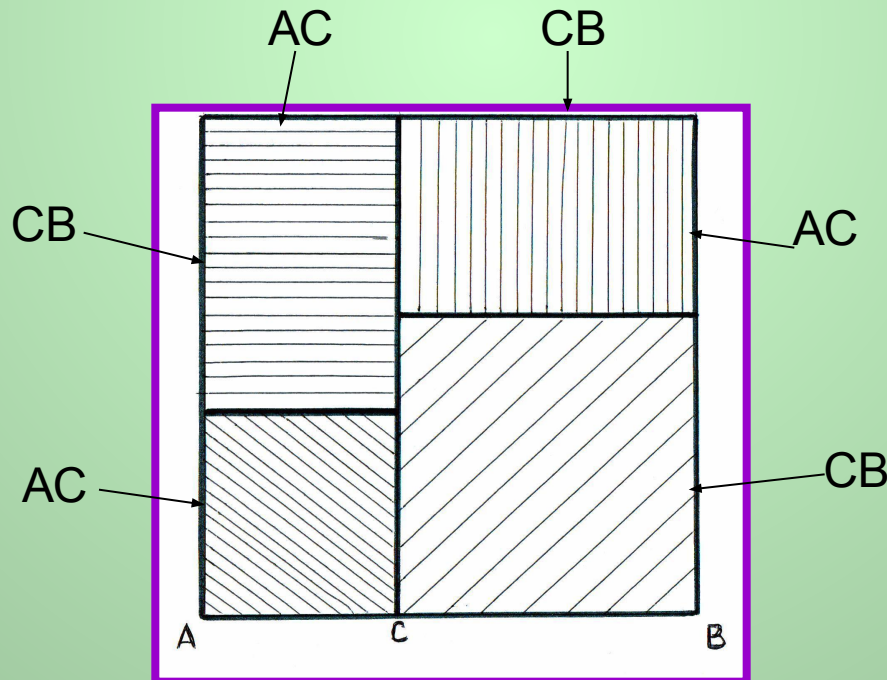
Определите формулу

«Если отрезок AB разделен точкой C на два отрезка, то квадрат, построенный на AB , равен двум квадратам на отрезках AC и CB вместе с удвоенным прямоугольником на AC и CB »



«Если отрезок АВ разделен точкой С на два отрезка,
то квадрат, построенный на АВ,
равен двум квадратам на отрезках АС и СВ
вместе с удвоенным прямоугольником на АС и СВ»

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



Пифагоровы тройки

Например

$$n=3$$

$$\left(\frac{3^2 - 1}{2} \right) = 4$$

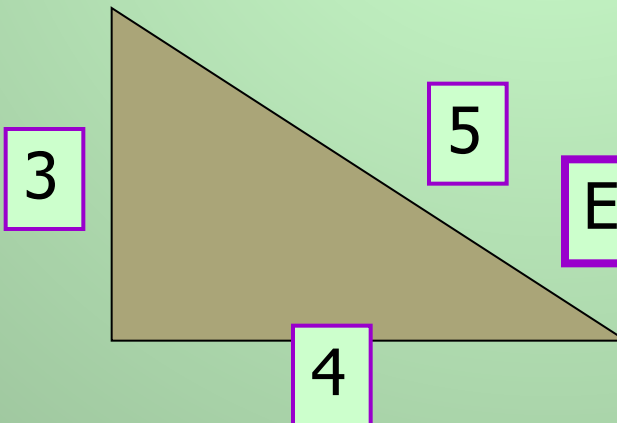
$$4+1=5$$

Меньший катет - **n**

Больший катет - **m**

$$\frac{(n^2 - 1)}{2} = m$$

Гипотенуза - **m+1**



Египетский треугольник

Пифагоровы тройки

Меньший катет - n

Больший катет - m

Гипотенуза - $m+1$

$$\frac{(n^2 - 1)}{2} = m$$

Например

$$n=3$$

$$\left(\frac{3^2 - 1}{2} \right) = 4$$

$$4+1=5$$

Вычислите стороны
треугольников,
у которых меньший катет
равен числам
5, 7, 9, 11, 13

Проверьте результаты

Меньший катет

Большой катет

Гипотенуза

3

4

5

5

12

13

7

24

25

9

40

41

11

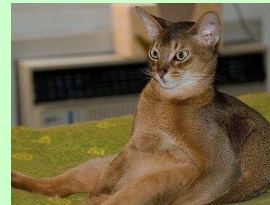
60

61

13

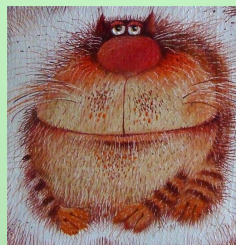
84

85



Решите уравнение

$$\blacksquare 28x + 30y + 31z = 365$$



Задача

Можно ли имея только монеты достоинством в 10; 5 и 2 рубля оплатить покупку в 141 рубль?

Составьте Диофантово уравнение и приведите хотя бы одно его решение!



Вариант решения

Диофантово уравнение: $10x + 5y + 2z = 0$

если

$$x=13; y=1; z=3,$$

$$\text{то } 10*13 + 5*1 + 2*3 = 141$$

Возможны другие варианты.

Приближенное извлечение корня



$$\sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a}$$

$$\sqrt{28} = \sqrt{5^2 + 3} \approx 5 + \frac{3}{2 * 5} = 5,3$$

Извлеките корень из **37**; **56** и из **130**.

Проверьте результаты



$$\sqrt{37} = \sqrt{6^2 + 1} \approx 6 + \frac{1}{12} = 6\frac{1}{12} \approx 6,08$$

$$\sqrt{56} = \sqrt{7^2 + 7} \approx 7 + \frac{7}{14} = 7\frac{1}{2} = 7,5$$

$$\sqrt{130} = \sqrt{12^2 + 6} \approx 12 + \frac{6}{24} = 12\frac{1}{4} = 12,25$$

Поставьте в соответствие графику уравнение

1. $y = x^2$

2. $x^2 + y^2 = 4$

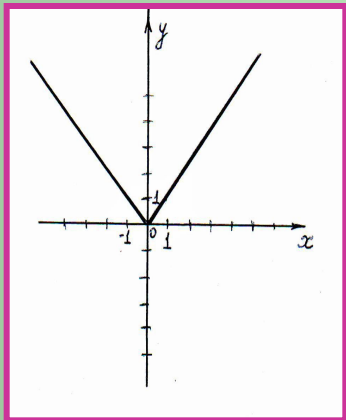
3. $y = -6x + 3$

4. $y = -x^2 + 5$

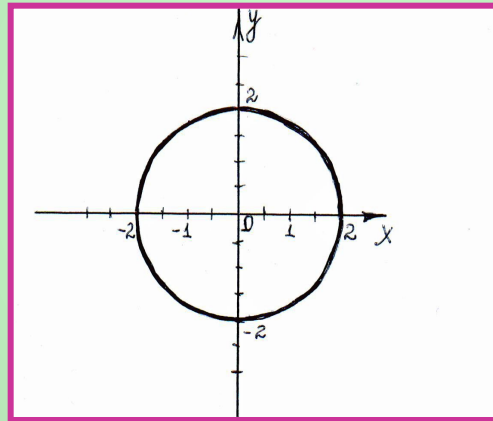
5. $y = 2x - 4$

6. $y = |x|$

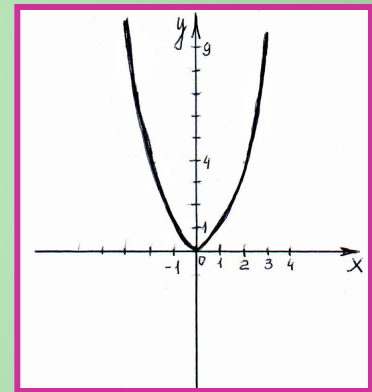
А)



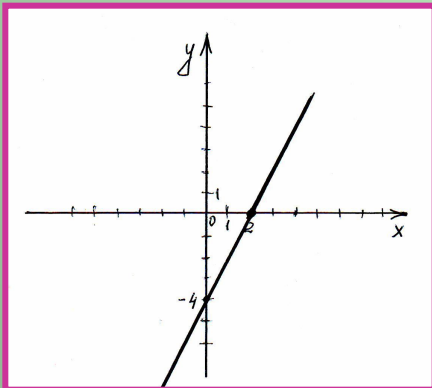
Б)



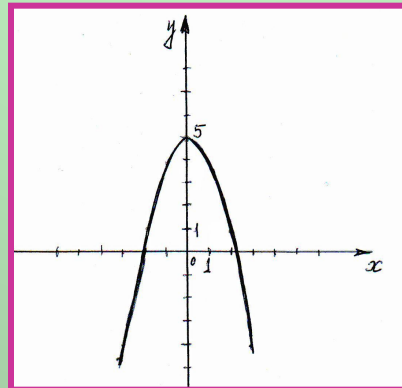
В)



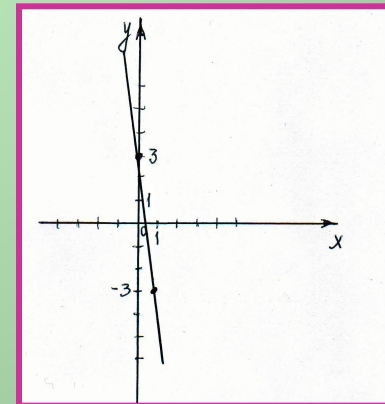
Г)



Д)

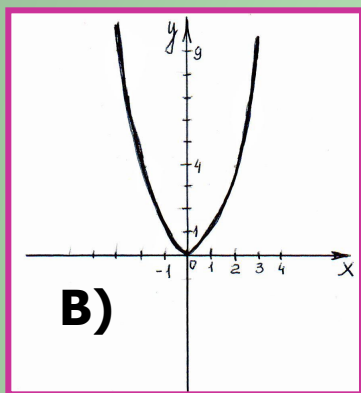


Е)

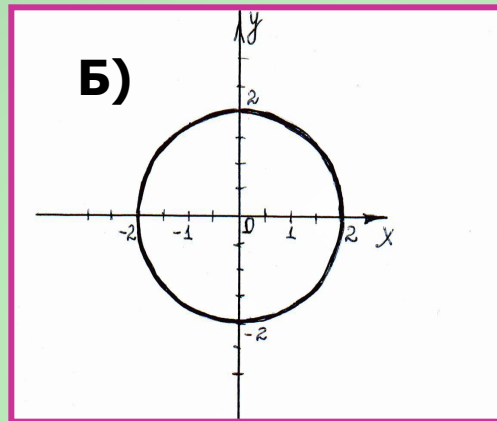


Проверьте результаты

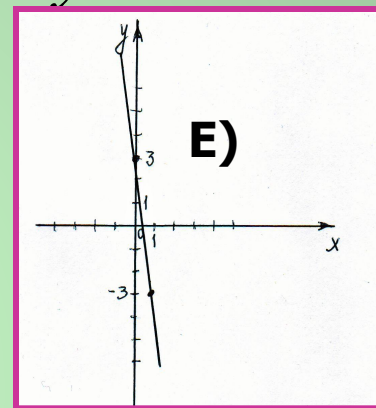
1. $y = x^2$



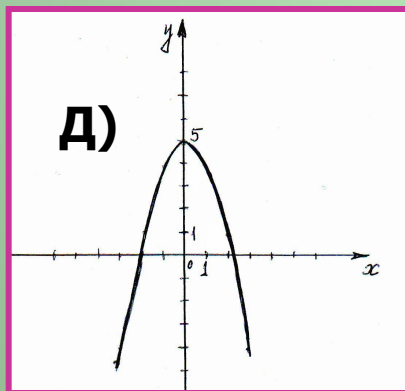
2. $x^2 + y^2 = 4$



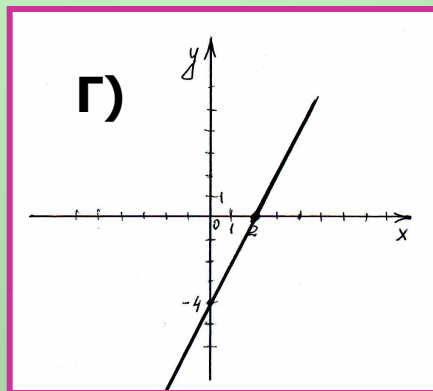
3. $y = -6x + 3$



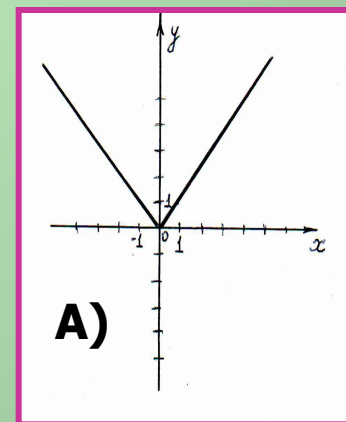
4. $y = -x^2 + 5$



5. $y = 2x - 4$



6. $y = |x|$



Задача



Кощей Бессмертный зарыл клад на глубину **1 м**.

Этого ему показалось недостаточно,
он **откапал** клад,

углубил колодец до **2 м** и снова **зарыл**.

Этого ему опять показалось мало,
он **отрыл** клад,

углубил колодец до **3 м** и **зарыл**.

Затем он проделал то же, углубив колодец до 4 м,
потом до 6 м, до 7 м и т.д.

Известно, что колодец
глубиной n метров Кощей **вырывал** за n^2 дней,
т. е. колодец глубиной **3 м** он рыл **9** дня.

Известно также,
что на **1001-й** день Кощей **умер** от непосильной работы.

На какой глубине остался клад?

(**Временем, нужным для закапывания колодца пренебречь.**)

Решение

Ответ: на глубине 0

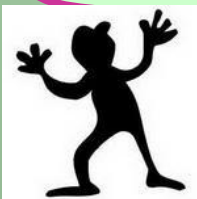
м

Через $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 13^2 = 819$
дней Кощей зарыл клад на 13 м,
зарыть клад на глубину 14 м он не успел, так
как , что больше 1001.

$$819 + 14^2 = 1015$$

Но отрыть клад и вынуть его на поверхность он
успел,

так как $819 + 13^2 = 988$ и меньше 1001.





Спасибо!

