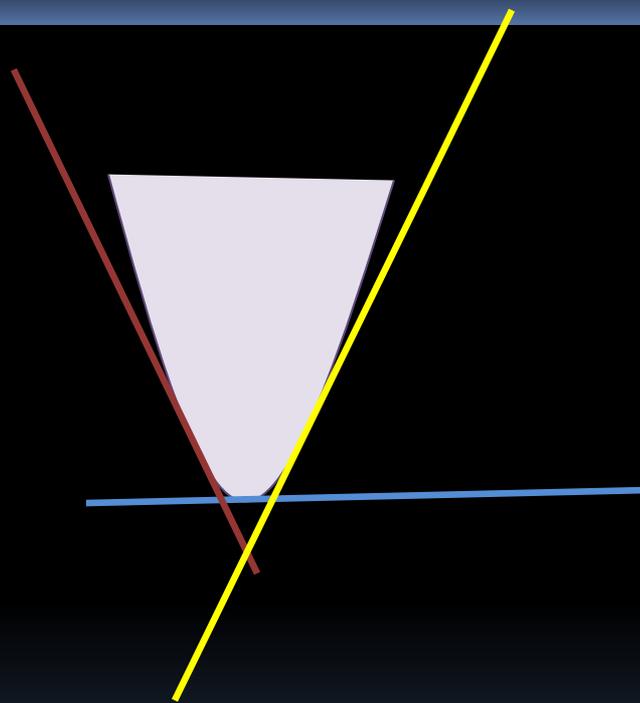


# ПРЕЗЕНТАЦИЯ К УРОКУ



Яцкова Дина Ивановна, учитель математики,  
МОУ СОШ № 4 п. Ключи, Камчатский край

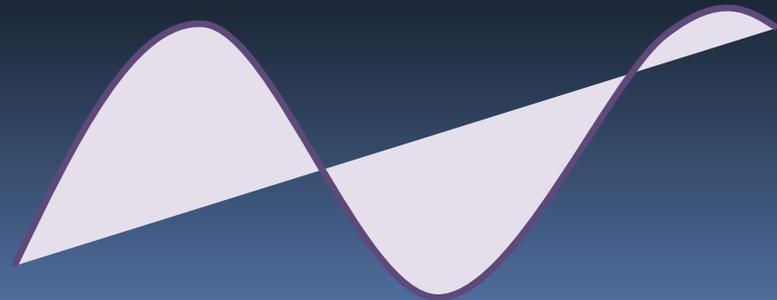
**ТЕМА УРОКА:**

# «Касательная. Уравнение касательной»



# Девиз урока:

- Плохих идей не бывает
- Мыслите творчески
- Рискуйте
- Не критикуйте



# План урока

I Организационный момент

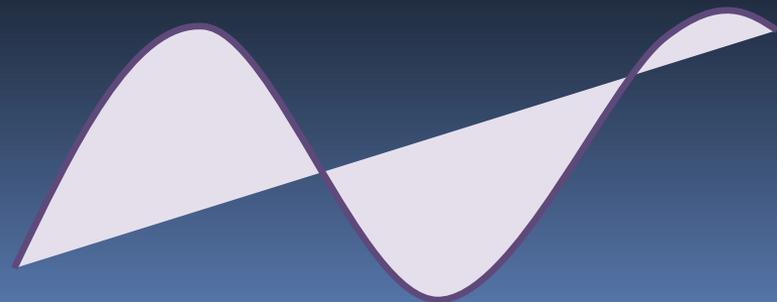
II Актуализация материала

III Подготовка к изучению нового материала

IV Изучение нового материала

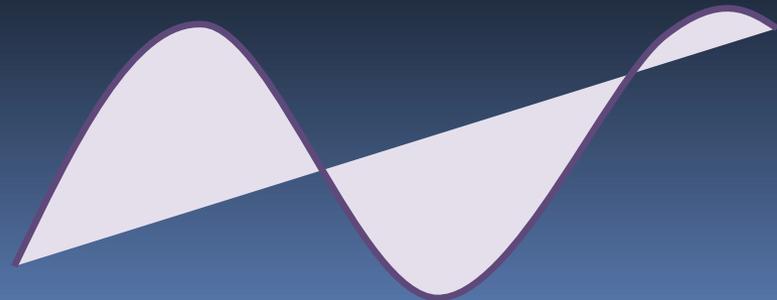
V Закрепление изученного материала

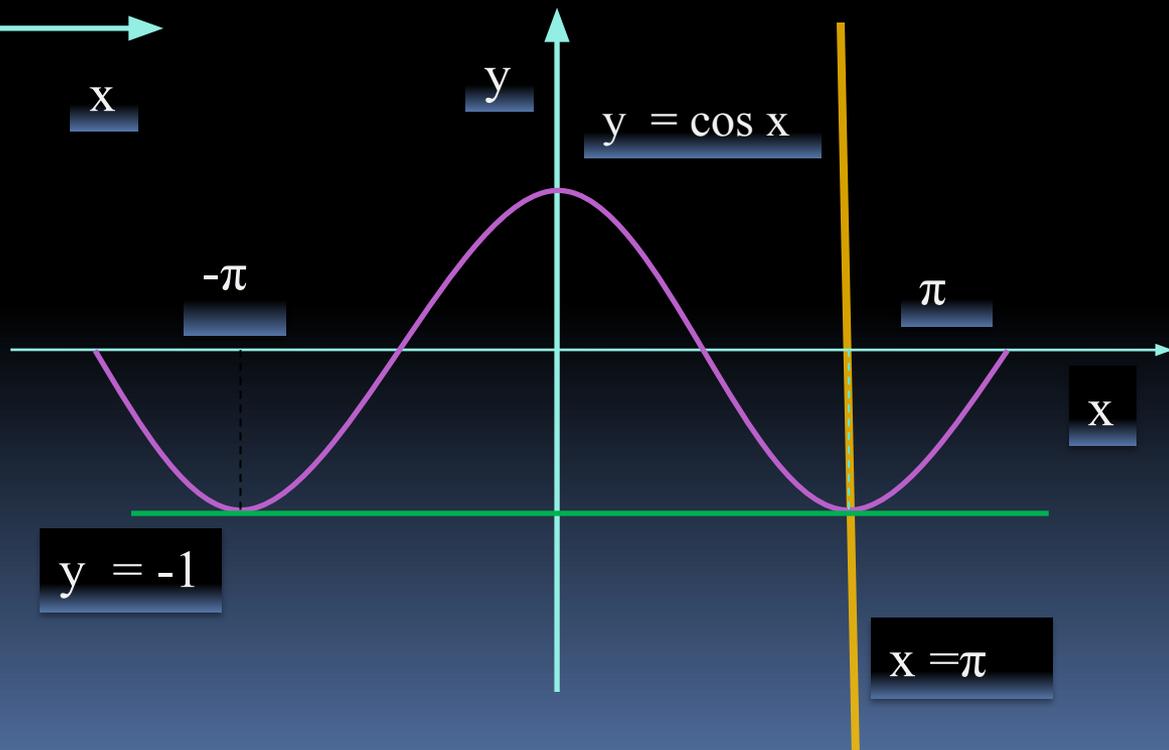
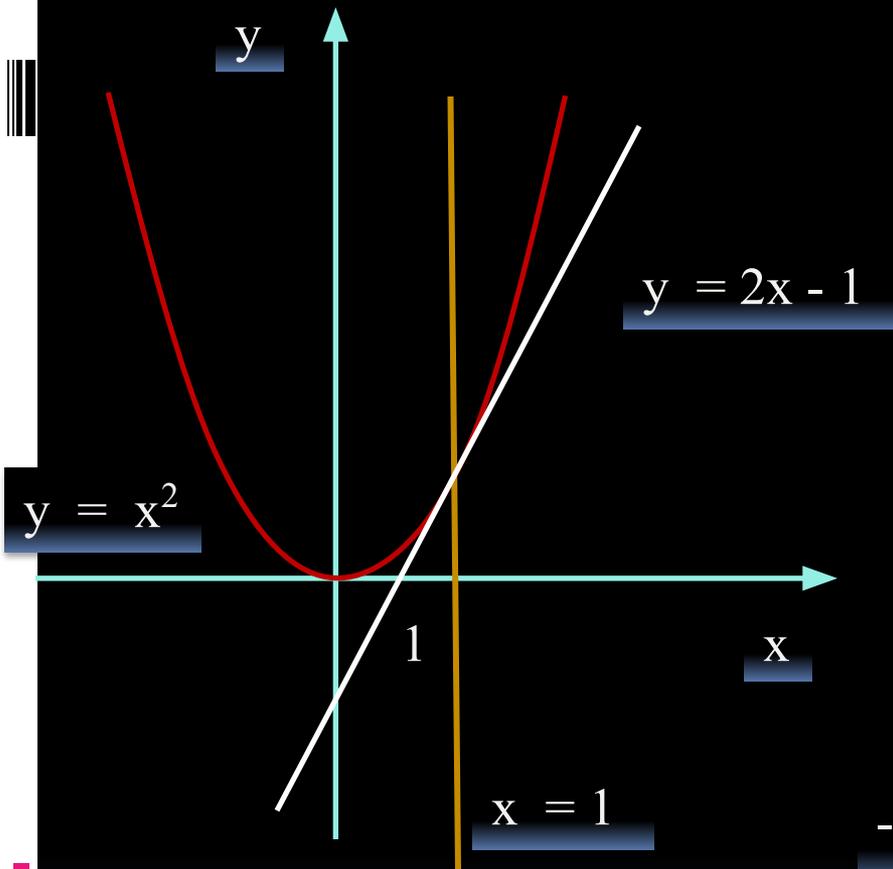
VI Подведение итогов урока



# Согласны ли вы с утверждением:

- «Касательная – это прямая, имеющая с данной кривой одну общую точку»





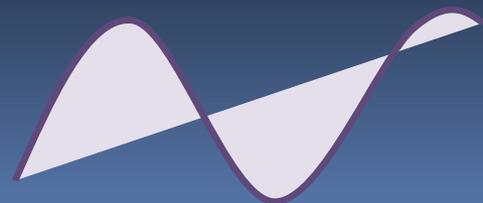
# Цель урока

- 1) Ввести понятие касательной к графику функции в точке, выяснить, в чём состоит геометрический смысл производной, вывести уравнение касательной и научить находить его для конкретных функций.
- 2) Развитие логического мышления, исследовательских навыков, функционального мышления, математической речи.
- 3) Выработка коммуникативных навыков в работе

## Ответьте на вопросы:

- 1) Сформулируйте определение производной.
- 2) Какие из указанных прямых параллельны?

$y = 0,5x$ ;  $y = - 0,5x$ ;  $y = - 0,5x + 2$ . Почему?



### 3) Отгадайте фамилию учёного

$f(x)$	$x^2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} - x \cdot \cos \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 3x + 4$	$\frac{1}{x^2} + 1$	$\frac{1}{3} \cos x$	$5 \operatorname{tg} x$	$2x - 3$
	А	Г	Ж	Л	Н	Р

$f'(x)$	$-\frac{1}{3} \sin x$	$2x$	$2x - 3$	$2$	$2x$	$\frac{5}{\cos^2 x}$	$-\frac{2}{x^3}$
СЛОВО							

# Умеете ли вы

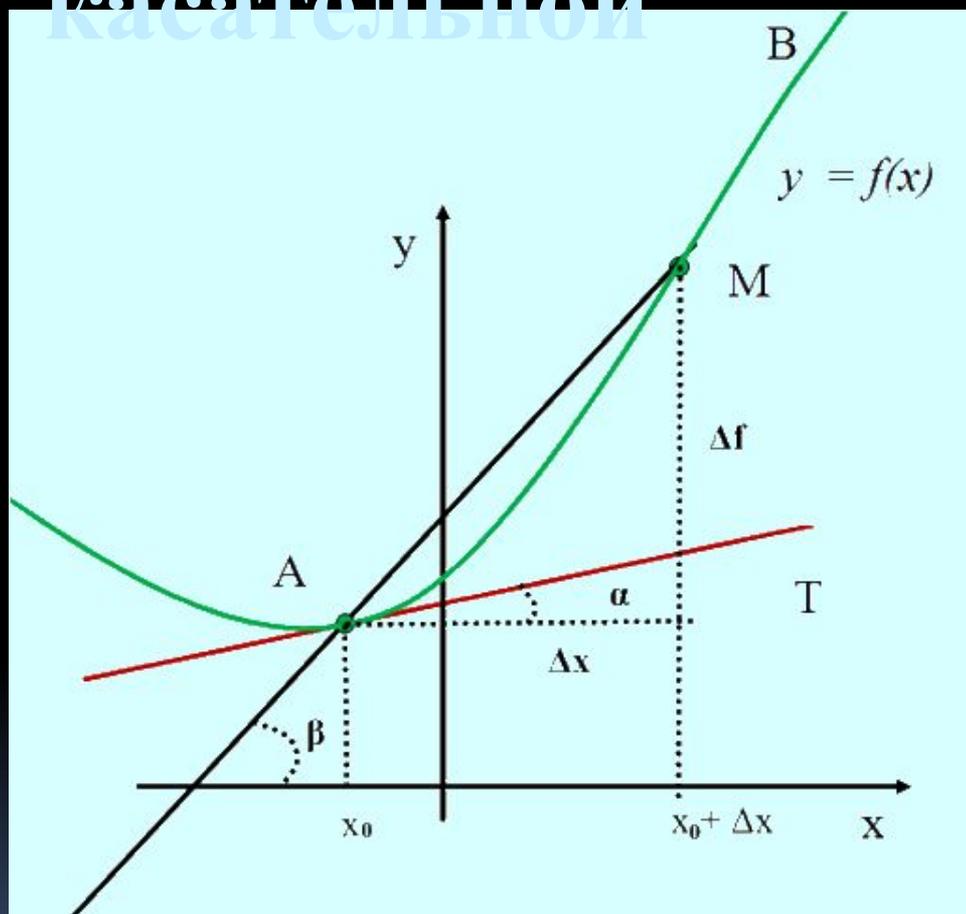
## Таблица производных

$f(x)$	$C$	$x^n$	$\sqrt{x}$	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	$\operatorname{ctg} x$
$f'(x)$	0	$nx^{n-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\cos x$	$-\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

## Правила дифференцирования

$(u + v)' = u' + v'$	$(Cu)' = Cu'$	$(uv)' = u'v + v'u$
$(u(v(x)))' = u' \cdot v'$		$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

# Угловой коэффициент касательной



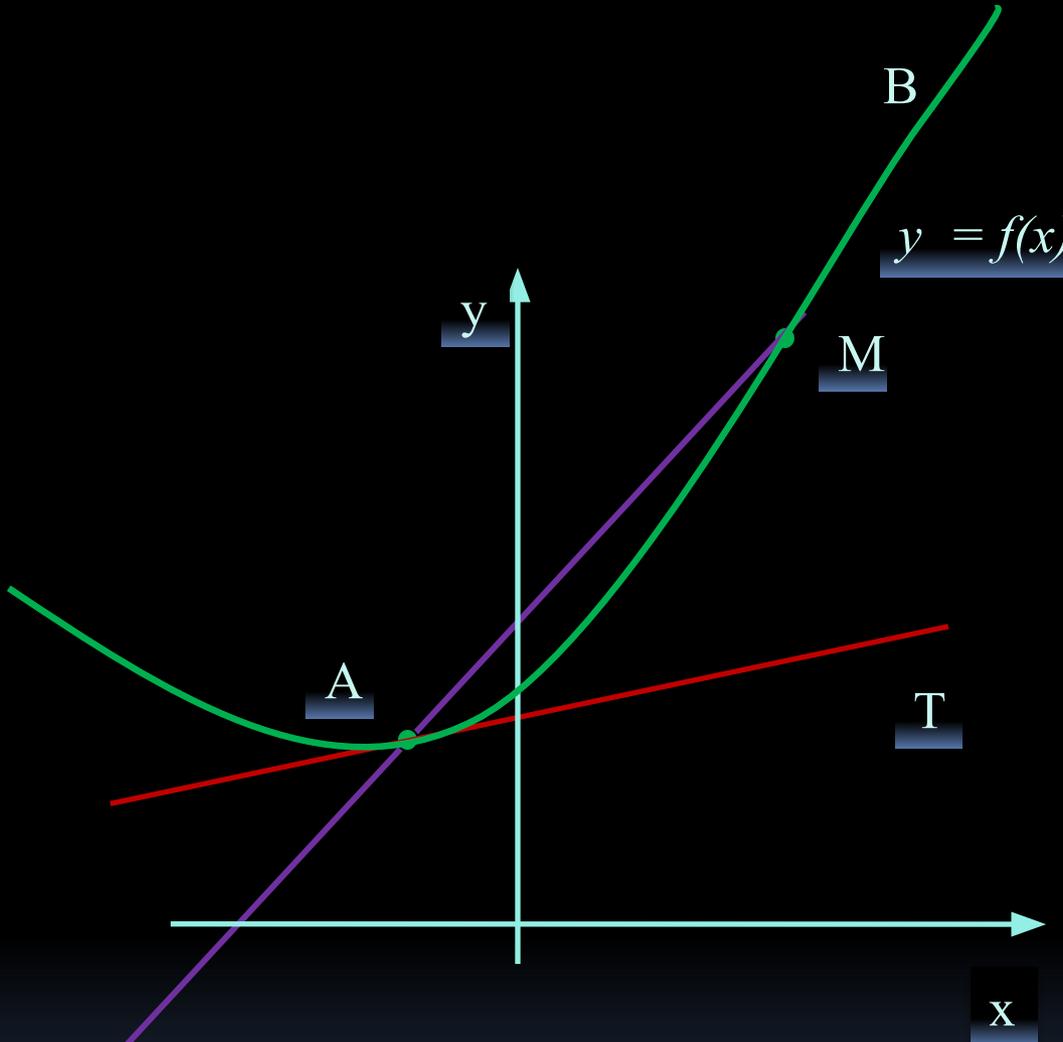
$$y = f(x),$$

$$A(x_0, f(x_0));$$

$$M((x_0 + \Delta x), f(x_0 + \Delta x))$$

$AM$  – секущая

$$k_{\text{сек.}} = \operatorname{tg} \beta =$$

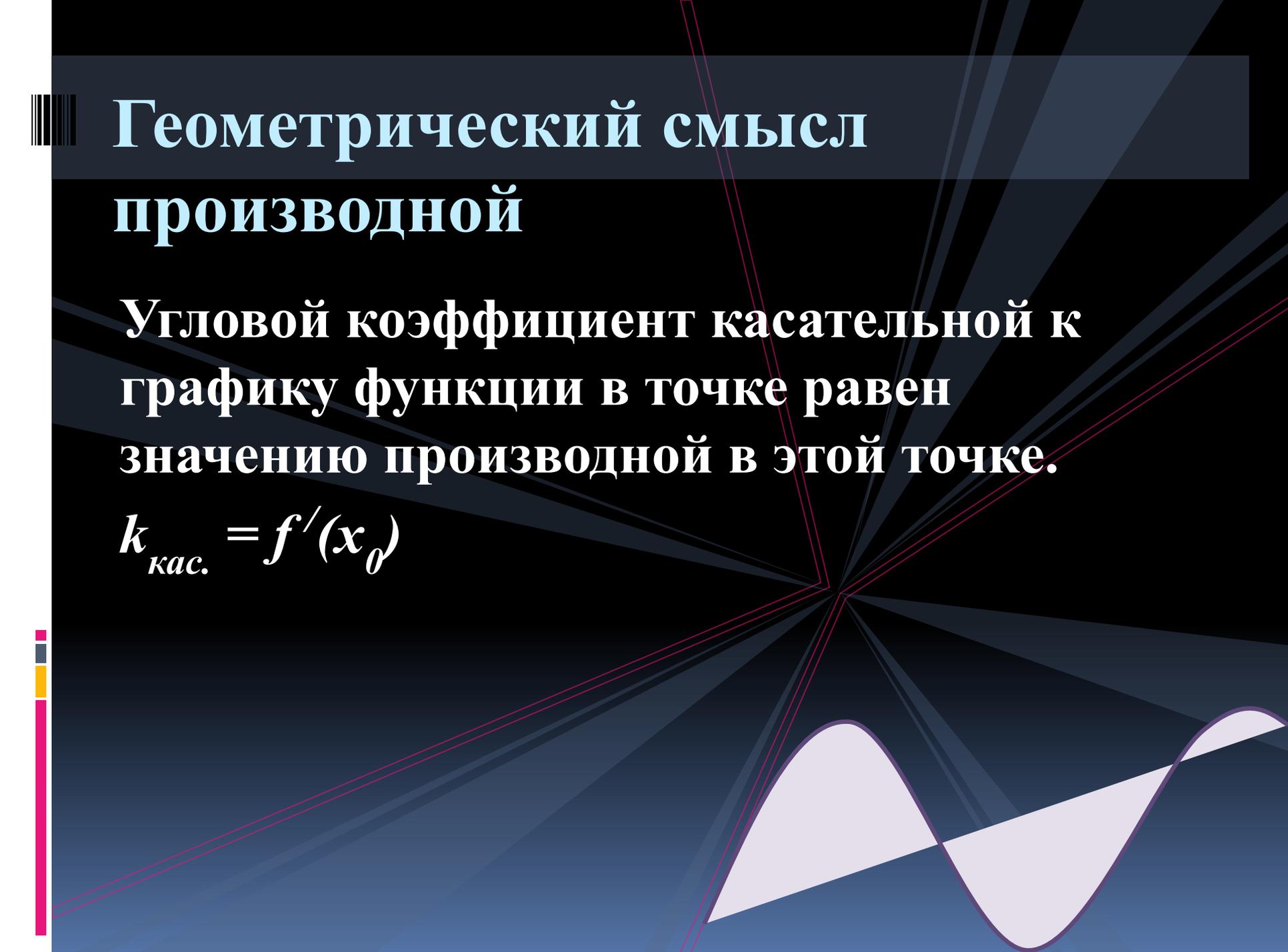


$\Delta y \rightarrow 0$ , если  
 $\Delta x \rightarrow 0$ ,  
 $\frac{\Delta f}{\Delta x} \rightarrow f'(x_0)$  ,  
 если  $\Delta x \rightarrow 0$

Касательная есть предельное положение секущей при  $\Delta x \rightarrow 0$

# Геометрический смысл производной

Угловый коэффициент касательной к  
графику функции в точке равен  
значению производной в этой точке.

$$k_{\text{кас.}} = f'(x_0)$$


# Определение касательной

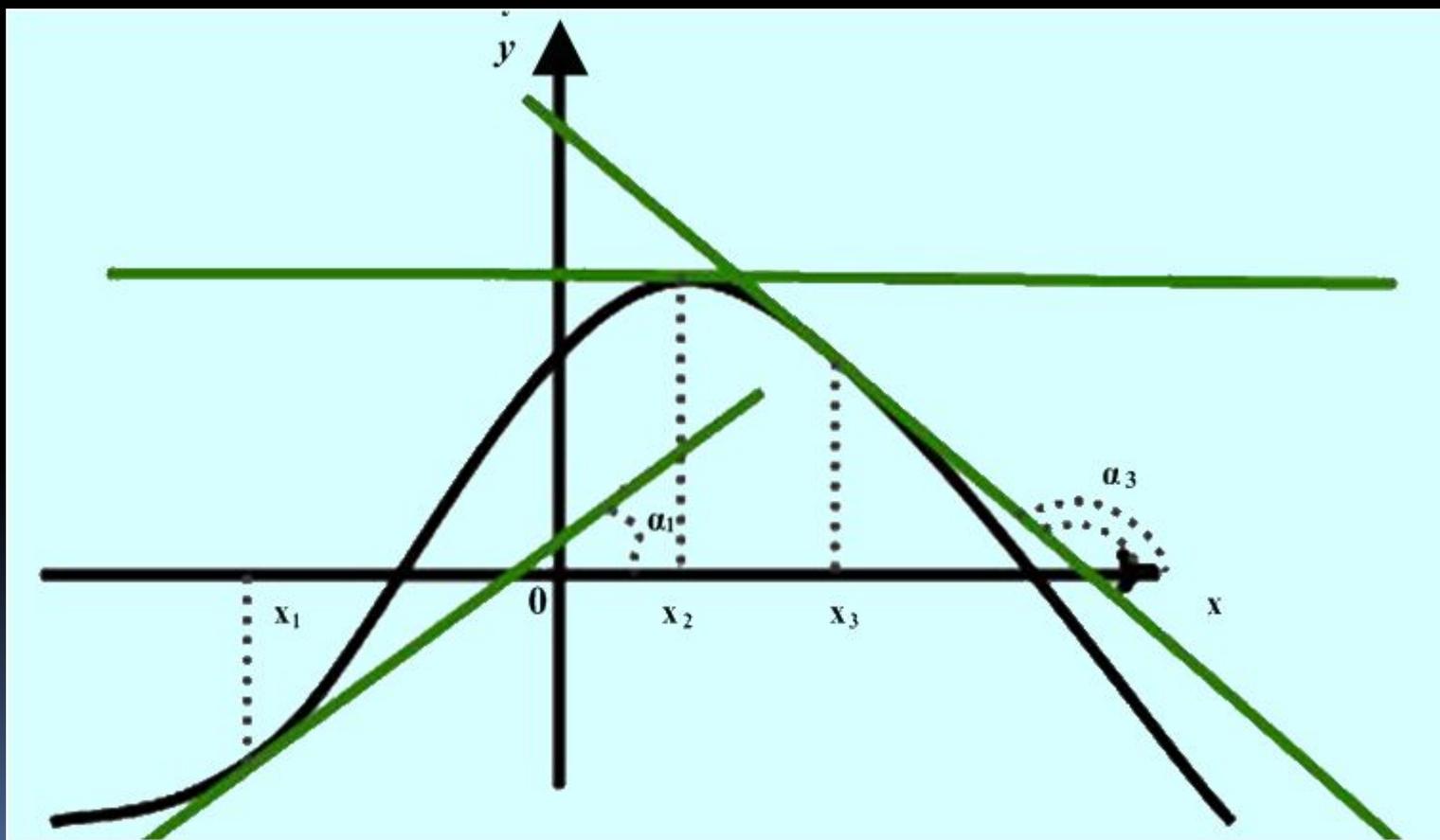
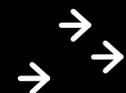
Касательная к графику дифференцируемой в точке  $x_0$  функции  $f$  — это прямая, проходящая через точку  $(x_0, f(x_0))$  и имеющая угловой коэффициент  $f'(x_0)$ .



# Применение

$$f'(x_1) > 0 \quad f'(x_2) = 0 \quad f'(x_3) < 0$$

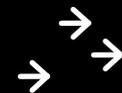
$$\alpha_1 < 90^\circ \quad \alpha_2 = 0 \quad \alpha_3 > 90^\circ$$



# Эскиз графика функции $y = \sin x$

$x$

$$f'(0) = 1, f'(0,5\pi) = 0, f'(\pi) = -1$$

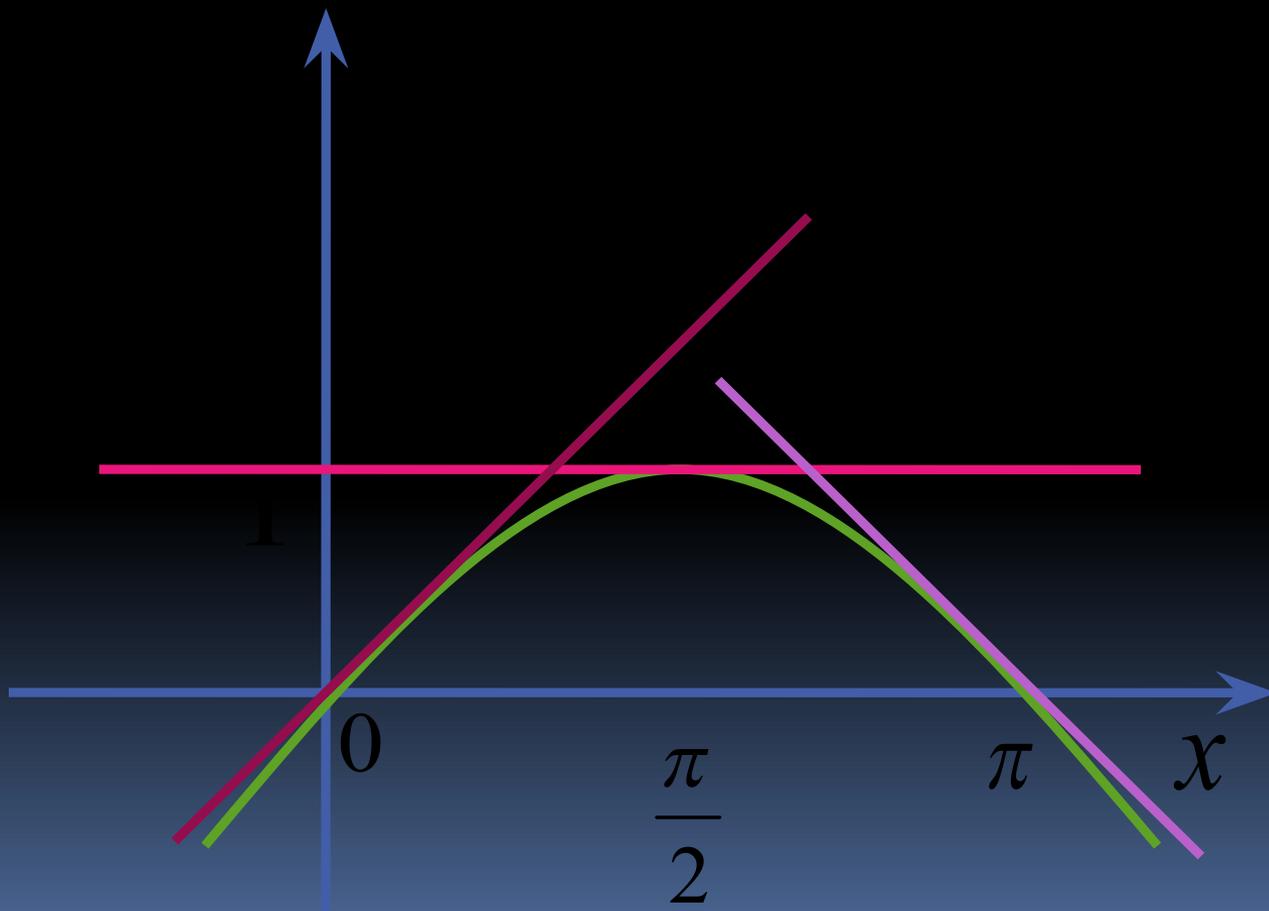


$$y = x,$$

$$y = 1,$$

$$y = -x + \pi$$

$$y = \sin x$$



# Уравнение касательной

- $y = kx + b$

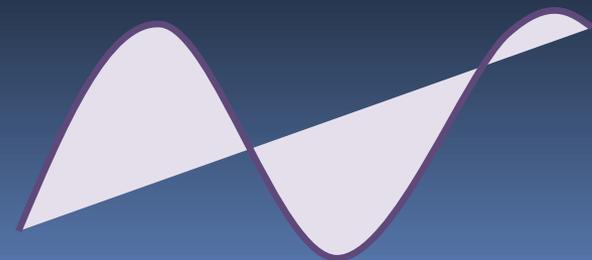
- $k = f'(x_0)$

- $y = f'(x_0) \cdot x + b$

- $f(x_0) = f'(x_0) \cdot x_0 + b$

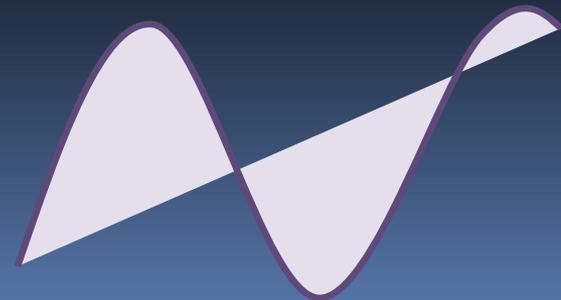
- $b = f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$

- $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$



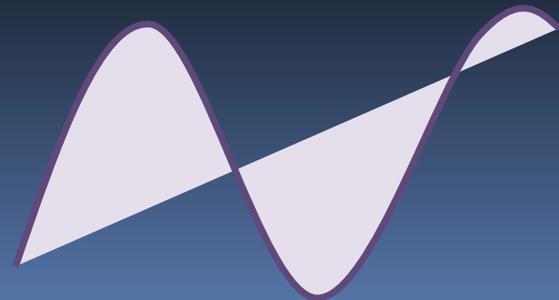
# Алгоритм

- 1. Значение функции в точке касания
- 2. Общая производная функции
- 3. Значение производной в точке касания
- 4. Подставить найденные значения в общее уравнение касательной.



# Подведение итогов

- Что называется касательной к графику функции в точке?
- В чём заключается геометрический смысл производной?
- Сформулируйте алгоритм нахождения уравнения касательной в точке?

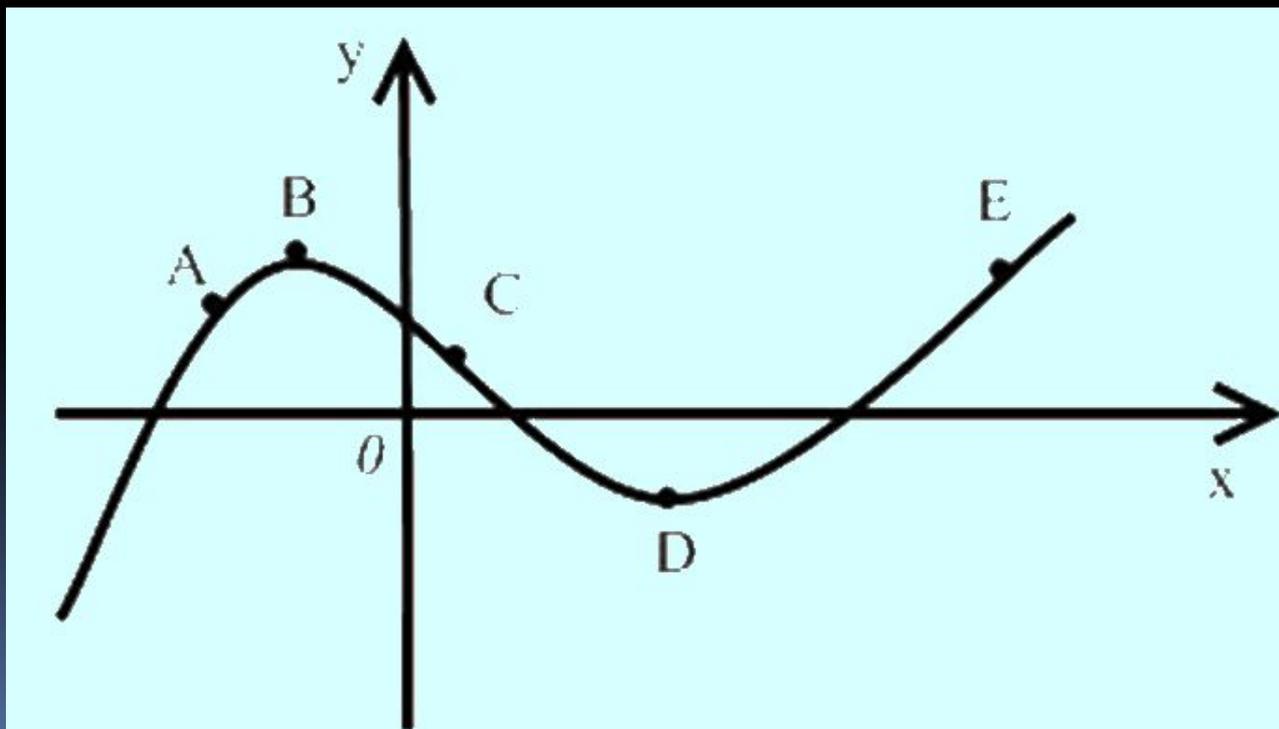
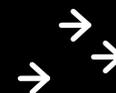


## Решите задачи

1. В каких точках графика касательная к нему  
а) горизонтальна;

б) образует с осью абсцисс острый угол;

в) образует с осью абсцисс тупой угол?

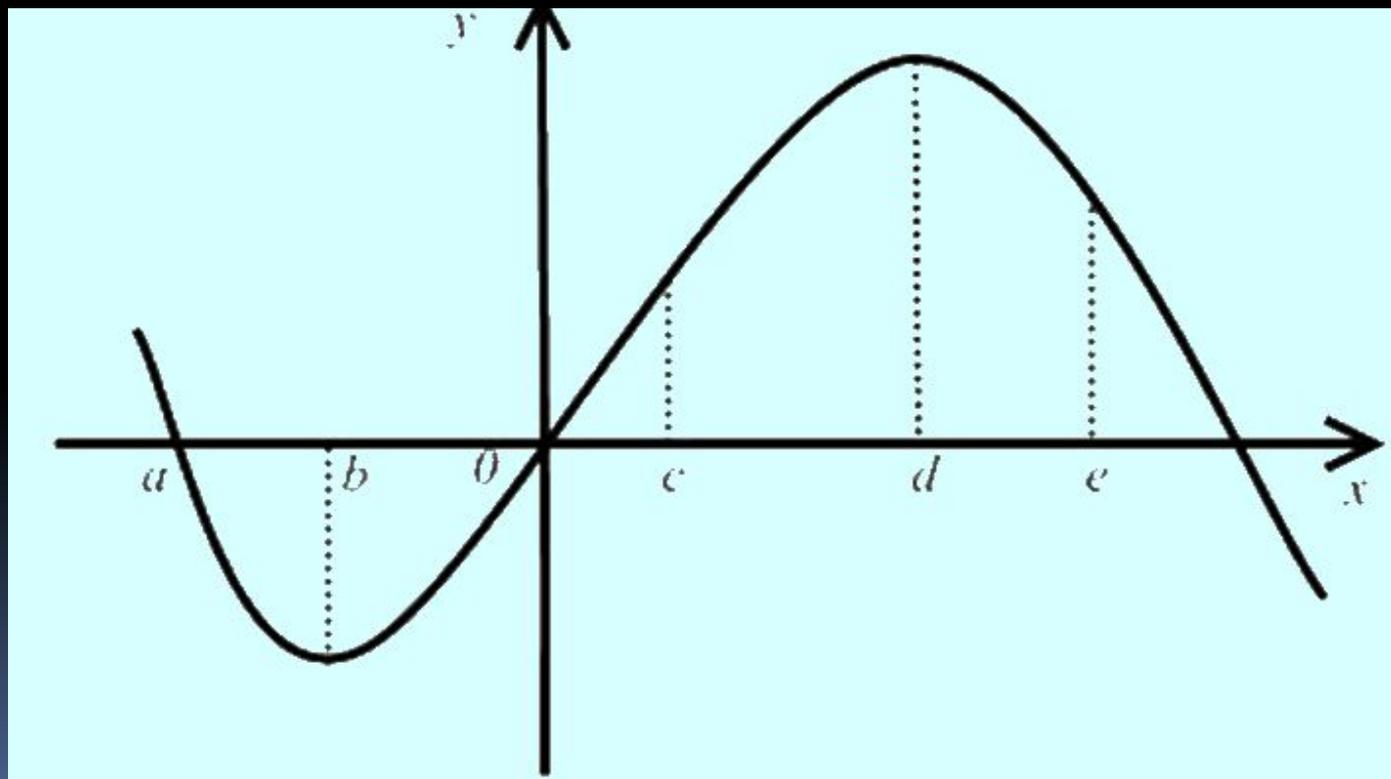
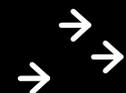


2. При каких значениях аргумента производная функции, заданной графиком

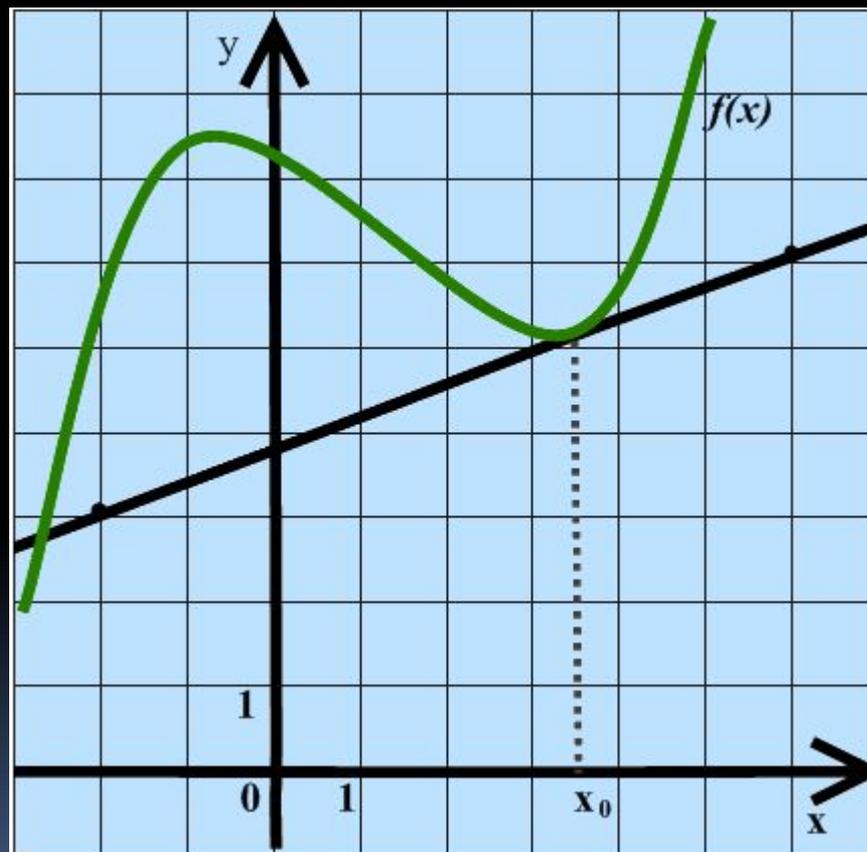
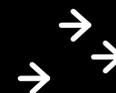
а) равна 0;

б) больше 0;

в) меньше 0? тупой угол?



3. На рисунке изображён график функции  $f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f'(x)$  в точке  $x_0$ .



3. № 253 (а, б), № 254 (а, б)

# Решение опорных задач

## 1. Если задана точка касания

Составить уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^3 - 3x - 1$  в точке М с абсциссой  $-2$ .

## 2. По ординате точки касания.

Составить уравнение касательной в точке

Графика  $f(x) = \frac{3-x}{x+1}$  с ординатой  $y_0 = 1$ .

## 3. Заданного направления.

Написать уравнения касательной к графику

$y = x^3 - 2x + 7$ , параллельной прямой  $y = x$ .

## 4. Условия касания графика и прямой.

При каких  $b$  прямая  $y = 0,5x + b$  является касательной к графику функции  $f(x) = \sqrt{x}$  ?

# Самостоятельная работа

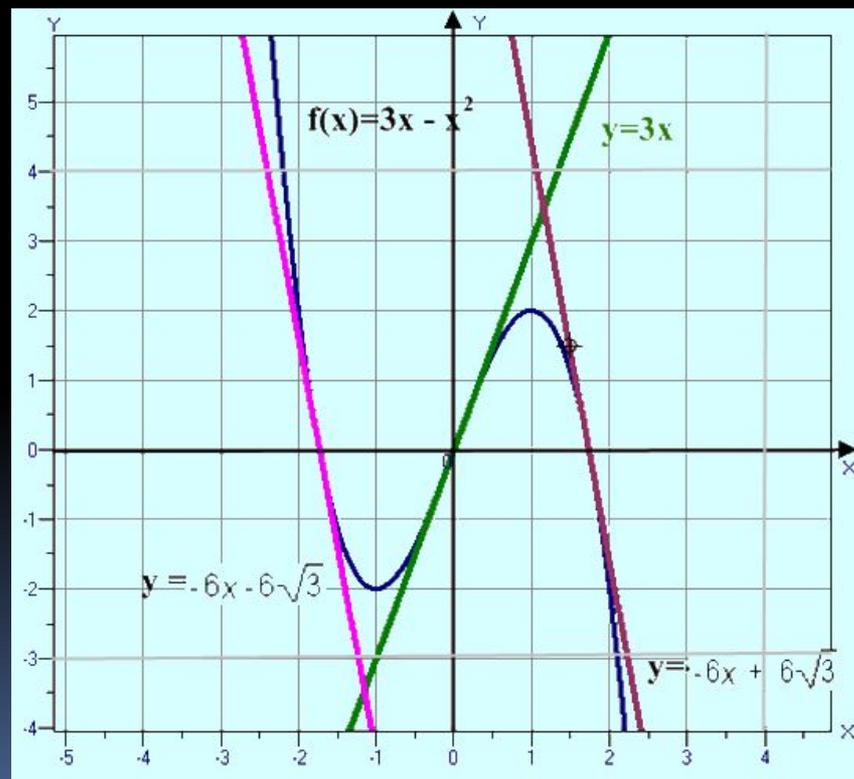
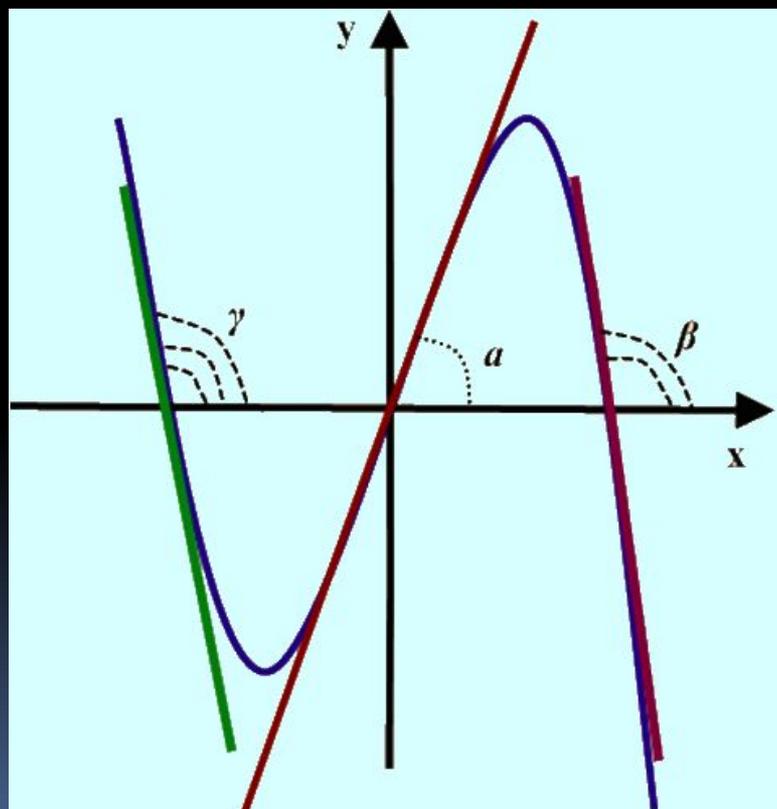
№	1 вариант	2 вариант	3 вариант
1	№ 255 (а)	№ 255 (б)	№ 255 (в)
2	№ 256 (а)	№ 256 (б)	№ 256 (в)
3	№ 257 (а)	№ 257 (б)	№ 257 (в)
4	Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$ . Найдите абсциссу точки касания.	Прямая $y = 6x + 8$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 - 3x + 5$ . Найдите абсциссу точки касания.	Прямая $y = 7x + 1$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 8x + 6$ . Найдите абсциссу точки касания.

## 5. Нахождение угла пересечения графика функции и прямой.

Углом пересечения графика функции и прямой  $l$  называют угол, под которым в этой же точке прямую пересекает касательная к графику функции.

$\alpha, \beta, \gamma$  – углы пересечения

№ 259 (а)



№ 259 (а, б), № 260 (а)

# Контролирующая самостоятельная

## 1 вариант

1. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции  $f(x) = x^3 + 27$  в точке  $x_0 = -3$ .
2. Напишите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 5 - 0,5x^2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 3$ . Выполните рисунок.
3. Выясните, является ли прямая  $y = 0,5x + 0,5$  касательной к графику функции  $y = \sqrt{x}$ .

## 2 вариант

1. В каких точках касательная к графику функции  $f(x) = 3x^2 - 12x + 7$  параллельна оси  $x$ ?
2. Составьте уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^2 - 4$  в точке с абсциссой  $x_0 = -2$ . Выполните рисунок.
3. Выясните, является ли прямая  $y = 12x - 10$  касательной к графику функции  $y = 4x^3$ .

## 3 вариант

1. В какой точке графика функции  $y = \sqrt{x}$  касательная наклонена к оси абсцисс под углом  $60^\circ$ ?
2. Составьте уравнение касательной к графику функции,  $f(x) = x - \frac{1}{x^2}$  параллельно прямой  $y = 3x$ .
3. Выясните, является ли прямая  $y = x$  касательной к графику функции  $y = \sin x$ .

# Подведение итогов урока

- Что называется касательной к графику функции в точке?
- В чём заключается геометрический смысл производной?
- Сформулируйте алгоритм нахождения уравнения касательной в точке?
- С какими опорными задачами познакомились?
- Достигли ли цели урока?

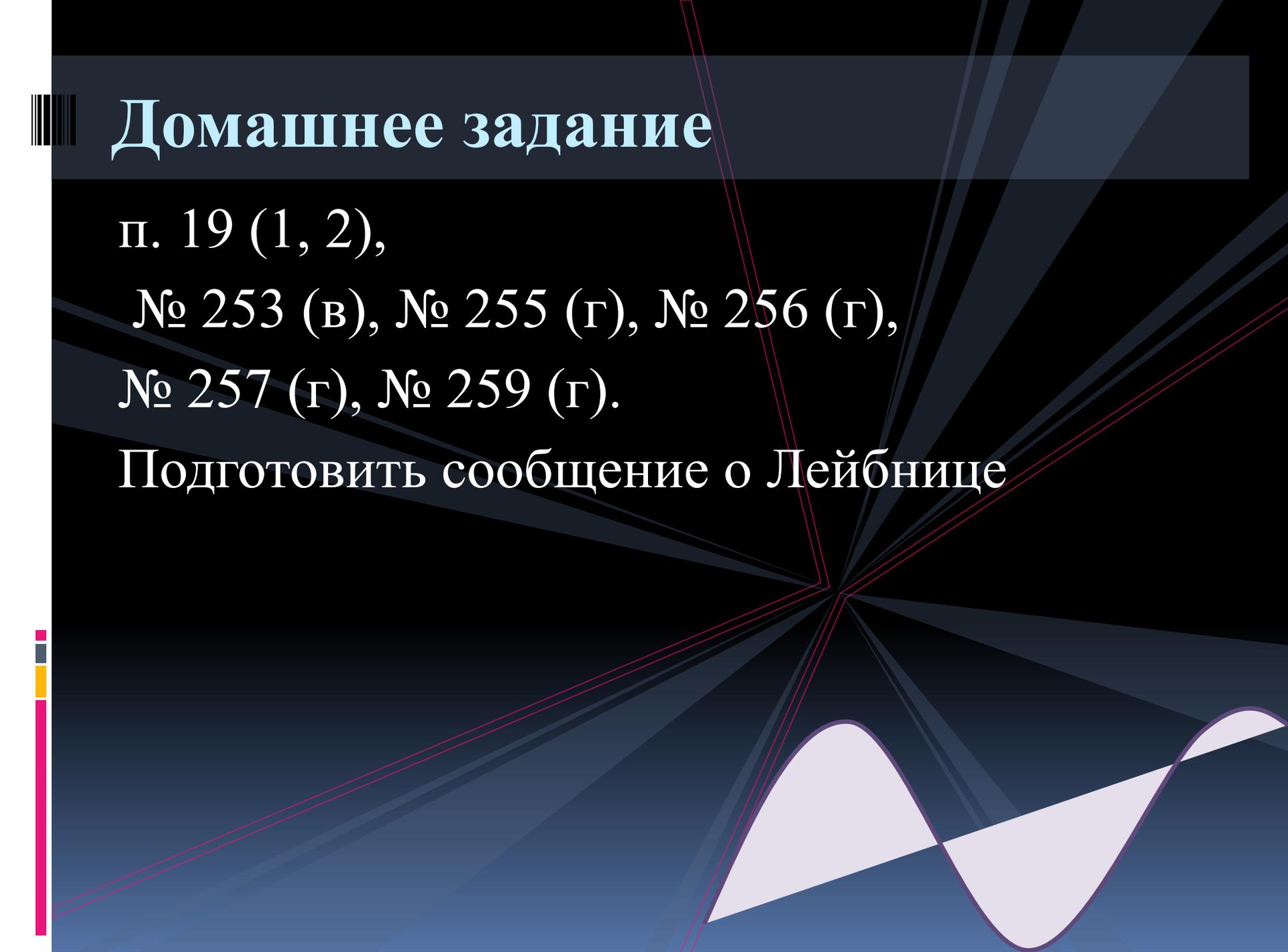


# Домашнее задание

п. 19 (1, 2),

№ 253 (в), № 255 (г), № 256 (г),  
№ 257 (г), № 259 (г).

Подготовить сообщение о Лейбнице



# Литература

- Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10—11 кл. общеобразовательных учреждений / А.Н.Колмогоров, А.М.Абрамов, Ю.П. Дудницын и др.; Под. ред. А.Н. Колмогорова. - М.: Просвещение, 2004.
- 2. Дидактические материалы по алгебре и началам анализа для 10 класса / Б.М.Ивлев, С.М.Саакян, С.И. Шварцбурд. - М.: Просвещение, 2003.
- 3. Мультимедийный диск фирмы «1С». 1С: Репетитор. Математика (ч. 1) + Варианты ЕГЭ. 2006.
- 4. Открытый банк заданий по математике/  
<http://mathege.ru/>

