

## МКОУ «Большеатльмская средняя общеобразовательная школа»

*Сближение теории с практикой дает  
самые благоприятные результаты, и не  
одна только практика от этого  
выигрывает, сами науки развиваются под  
влиянием ее.  
П. Л. Чебышев*

# Тема: «Интеграл и его практическое применение»

**Выполнил:**

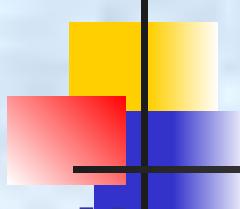
**Ершов Николай,  
ученик 11 класса.**

**Руководитель:**

**Дедовец Надежда  
Артемовна,  
учитель математики**

**С. Большой Атлым  
2012-2013 уч. год**





## Цель работы:

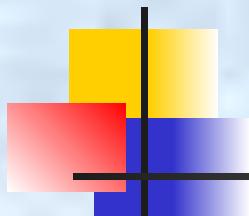
**Расширить область математических знаний.**

**Развивать логическое мышление.**

**Вывести общие формулы, позволяющие решать задачи интегрирования.**

**Показать, что интеграл широко применяется в различных сферах жизнедеятельности.**

# Объект исследования:

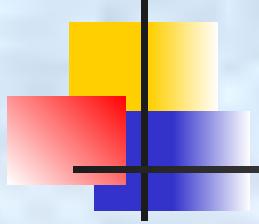


область математики – интегрирование.

---

- **Задачи исследования:**
- - собрать, изучить и систематизировать материал об интеграле;
- - рассмотреть, как интеграл используется при решении различных жизненных ситуаций;
- - использование интеграла в различных сферах жизнедеятельности.

# Немного истории



---

$\int y dx$  - 1675 г, опубликовано в 1686 г  
ввел Г.Лейбниц

$f'(x)$  - 1675 г, Ж Лагранж

5 век до н.э. др.гр. ученый Демокрит

3-4 век до н.э. Архимед ввел метод исчерпывания

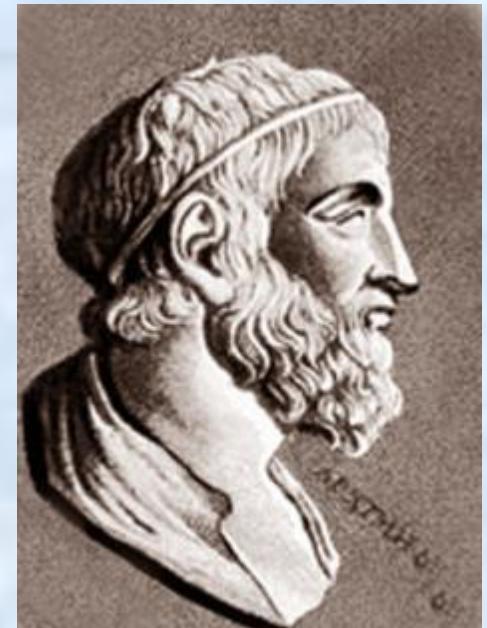
# Математики Древней Греции



Евдокс Книдский  
408 – 355 до н. э

Строгое изложение теории интегралов появилось только в 19 веке. Но задачами на вычисление площадей занимались математики Древней Греции.

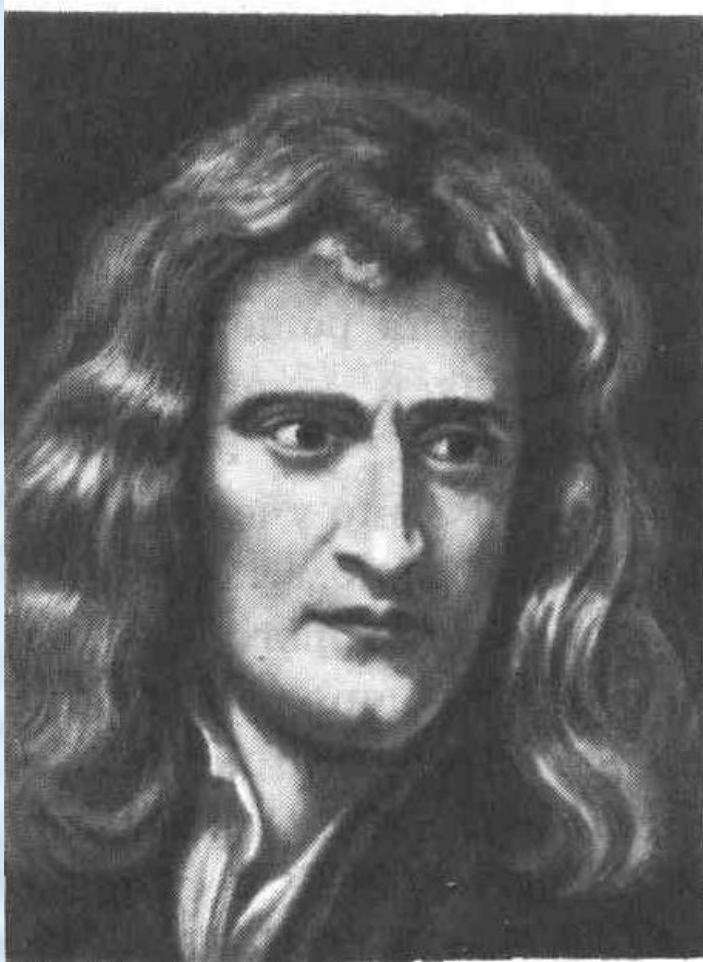
Архимед  
287 – 212 до н. э.



- «Интеграл» придумал Я. Бернулли (1690)
- «восстанавливать» от латинского *integro*  
«целый» от латинского *integer*



# Исаак Ньютона (1643-1727)



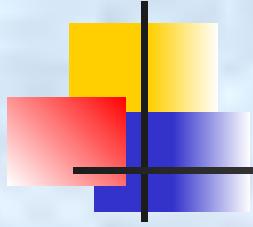
# Лейбниц Готфрид Вильгельм (1646-1716)



« Общее искусство знаков представляет чудесное пособие, так как оно разгружает воображение... Следует заботиться о том, чтобы обозначения были удобны для открытий. Обозначения коротко выражают и отображают сущность вещей. Тогда поразительным образом сокращается работа мысли.»

**Лейбниц**

# интегральное исчисление



неопределенный интеграл

(первообразная)

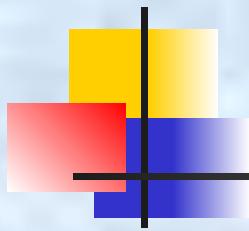
И.Ньютон

$$S = \int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

определенный интеграл

(площадь криволинейной фигуры)

Г.Лейбниц

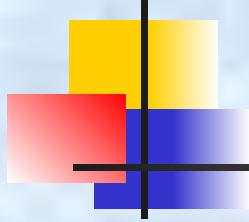


# Дифференцирование

$x(t)$     $v(t)$     $a(t)$



# Интегрирование



# Применение интеграла

---

- Площадь фигуры
- Объем тела вращения
- Работа электрического заряда
- Работа переменной силы
- Масса
- Перемещение
- Дифференциальное уравнение
- Давление
- Количество теплоты

**Задача . Найти объём наклонной треугольной призмы с основанием S и высотой h.**

1. Введём ось OX перпендикулярно основанию призмы.

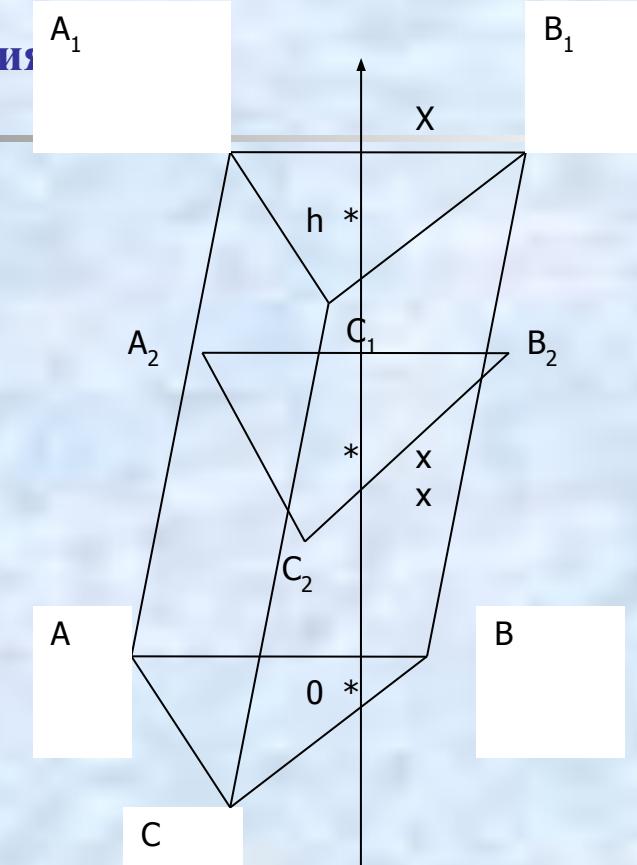
2.  $(ABC) \cap OX = a, a=0, (A_1B_1C_1) \cap OX = b, b=h$

3. Проведём плоскость перпендикулярно OX через точку с абсциссой x.

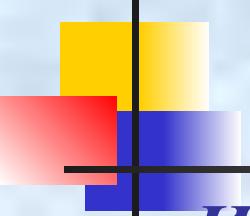
$A_2B_2C_2$ -треугольник, равный основаниям.  
Площадь  $A_2B_2C_2$  равна S.

4.  $S(x)$  непрерывна на  $[0;h]$

$$5. V = \int_0^h S(x)dx = \int_0^h Sdx = Sx \Big|_0^h = Sh - 0 = Sh$$



Ответ:  $V=Sh$



## ЗАДАЧА

*Из эксперимента известно, что скорость размножения бактерий пропорциональна их количеству. За какое время количество бактерий увеличится в  $t$  раз по сравнению с начальным?*

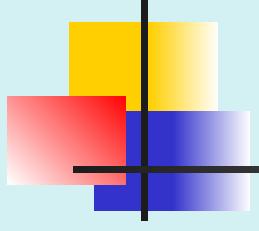
**Решение:**

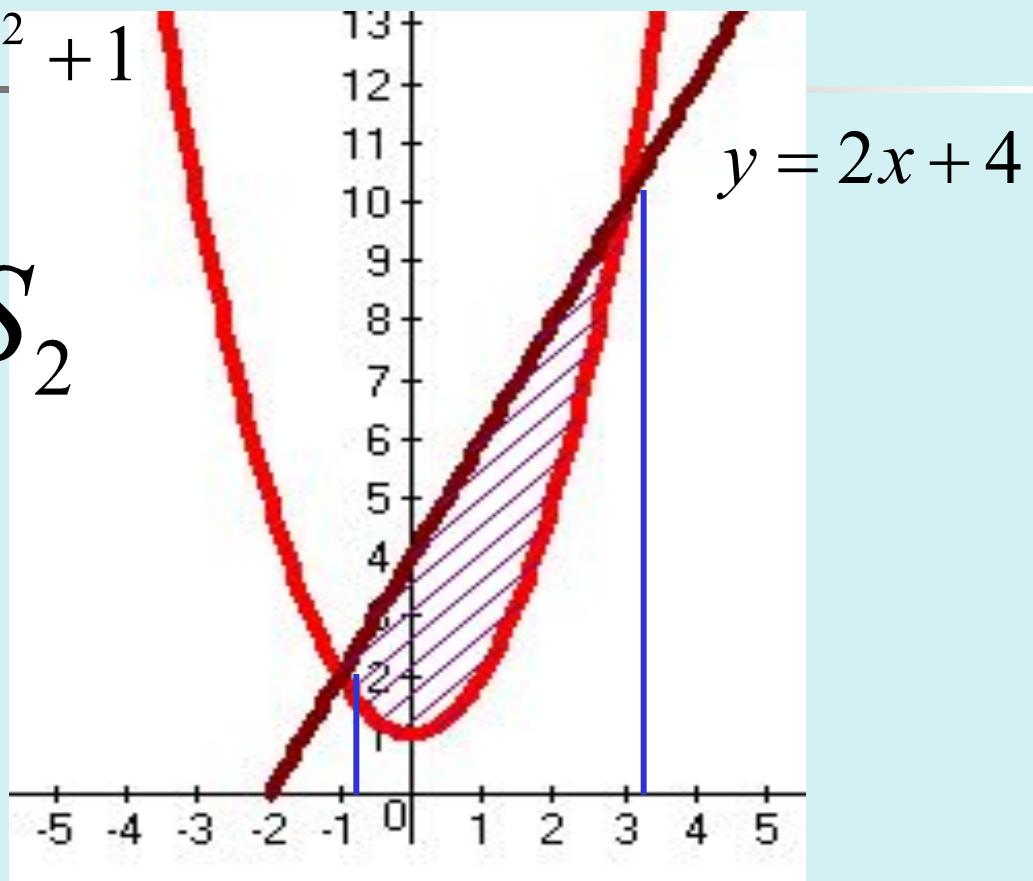
Пусть  $x(t)$  – количество бактерий в момент времени  $t$ .  $x(0) = x_0$ . Изменение количества бактерий со временем описывается уравнением

$$x'(t) = kx(t), \quad k > 0, \quad \frac{dx}{dt} = kx \quad \int \frac{dx}{x} = \int k dt$$

$$\ln|x| = kt + \ln|C|,$$

$$x = e^{kt} e^{\ln|C|}, \quad x = C e^{kt} - \text{общее решение уравнения.}$$


$$y = x^2 + 1$$
$$S = S_1 - S_2$$



$y'' = -\omega^2 y$  – дифференциальное уравнение гармонических колебаний.

$\omega$  – заданное положительное число

$$y = y'(x) \quad y'' = (y'(x))'$$

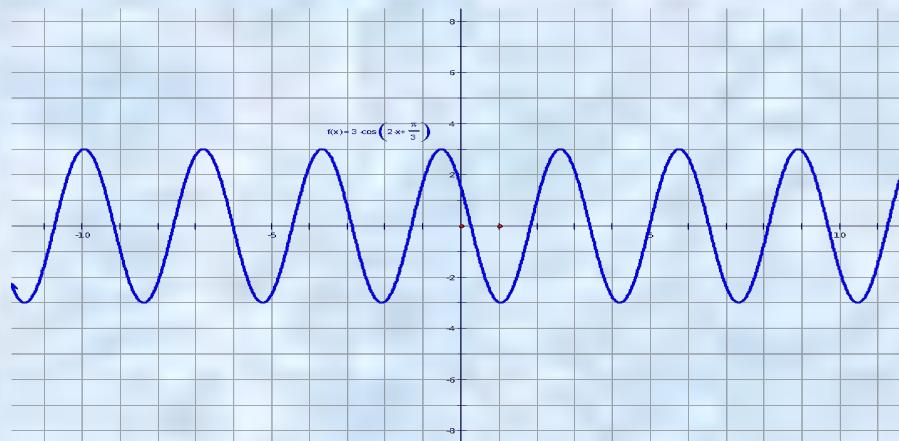
Решением являются функции:

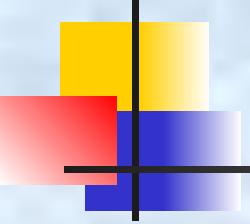
$$Y(x) = A \sin(\omega x + \Phi), \text{ где}$$

$A$  – амплитуда колебания,

$\omega$  – частота,  $\Phi$  – начальная фаза.

Графиком гармонических колебаний является синусоида





Уже Архимед успешно находил площади фигур, несмотря на то, что в математике его времени не было понятия интеграла

Но лишь интегральное исчисление дает общий метод решения задач из различных областей наук.

Недаром даже поэты воспевали интеграл.

**Смысл- там, где змеи интеграла**

**Меж цифр и букв , меж d и f.**

**Там – власть, там творческие горны!**

**Пред волей чисел все – рабы.**

**И солнца путь вершат, покорны**

**Немым речам и ворожбы.**

***В.Брюсов.***

## **Заключение**



*Применение физических моделей при введении понятия интеграла, рассмотрении его свойств, отработке техники интегрирования и изучении приложений способствует осознанному качественному усвоению материала, развитию правильного представления об изучаемом понятии, его огромной значимости в различных науках, формированию мировоззрения, таких специальных качеств, как умение строить математические модели реальных процессов и явлений, исследовать и изучать их, а, следовательно, способствует развитию мышления, памяти, внимания и речи.*