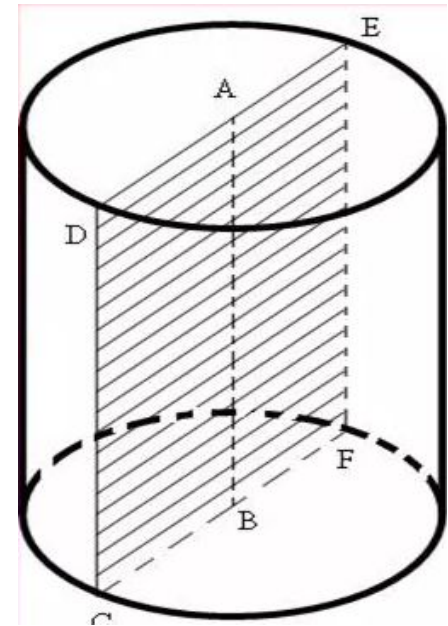


Индивидуальный проект на тему “Построение Сечений”



Леонид Алексеевич Горский

Определение

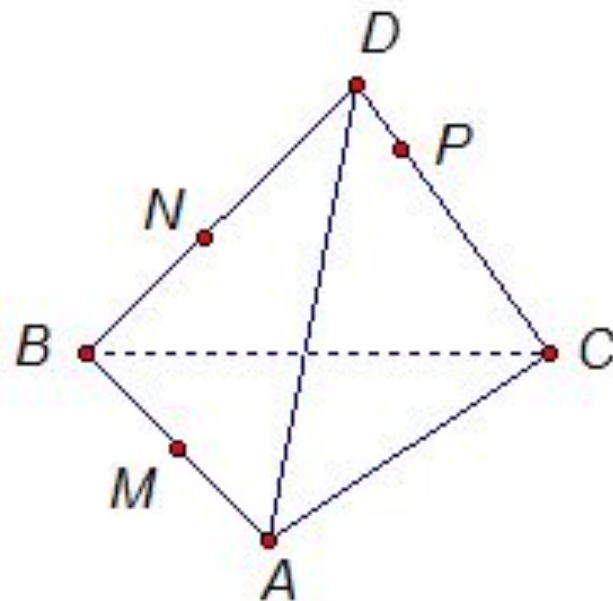
- Секущая плоскость – любая плоскость по обе стороны которой имеются точки

Цель.

- Наша задача – решить задачи на построение сечений и показать решение на макете.

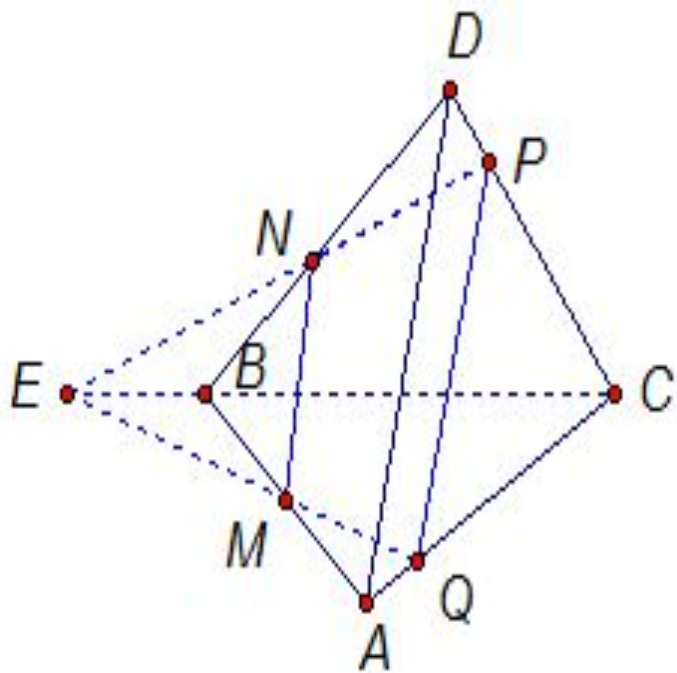
Задача 1.

- Дан тетраэдр $ABCD$. Точка M принадлежит ребру тетраэдра AB , точка N принадлежит ребру тетраэдра BD и точка P принадлежит ребру тетраэдра CD . Постройте сечение тетраэдра плоскостью MNP .



Ответ на задачу 1.

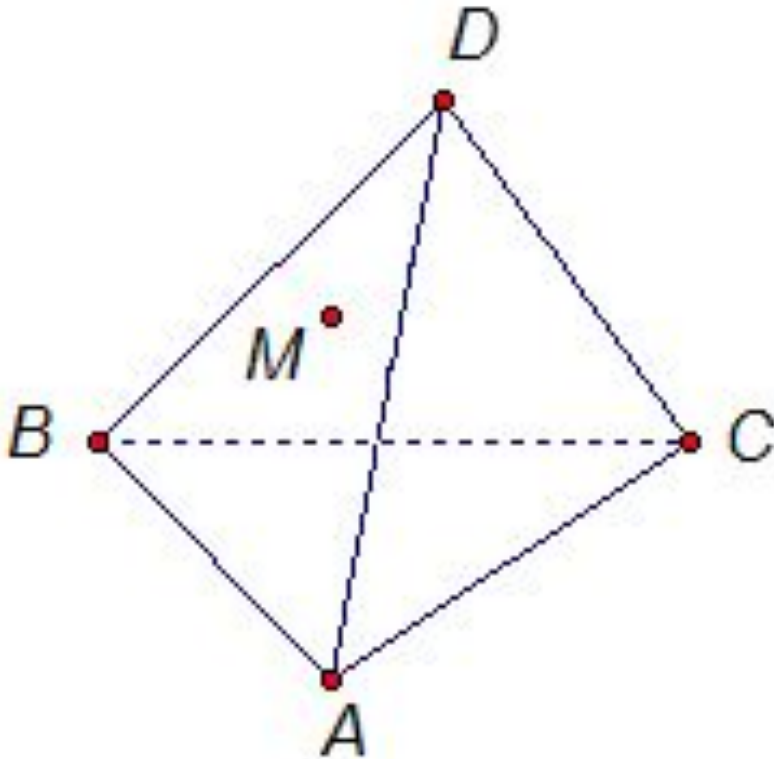
- Рассмотрим грань тетраэдра DBC . В этой грани точки N и P принадлежат грани DBC , а значит, и тетраэдру. Но по условию точки N, P принадлежат секущей плоскости. Значит, NP – это линия пересечения двух плоскостей: плоскости грани DBC и секущей плоскости. Предположим, что прямые NP и BC не параллельны. Они лежат в одной плоскости DBC . Найдем точку пересечения прямых NP и BC . Обозначим ее E .



Точка E принадлежит плоскости сечения MNP , так как она лежит на прямой NP , а прямая NP целиком лежит в плоскости сечения MNP . Также точка E лежит в плоскости ABC , потому что она лежит на прямой BC из плоскости ABC . Получаем, что EM – линия пересечения плоскостей ABC и MNP , так как точки E и M лежат одновременно в двух плоскостях – ABC и MNP . Соединим точки M и E , и продолжим прямую EM до пересечения с прямой AC . Точку пересечения прямых EM и AC обозначим Q . Итак, в этом случае $NPQM$ – искомое сечение.

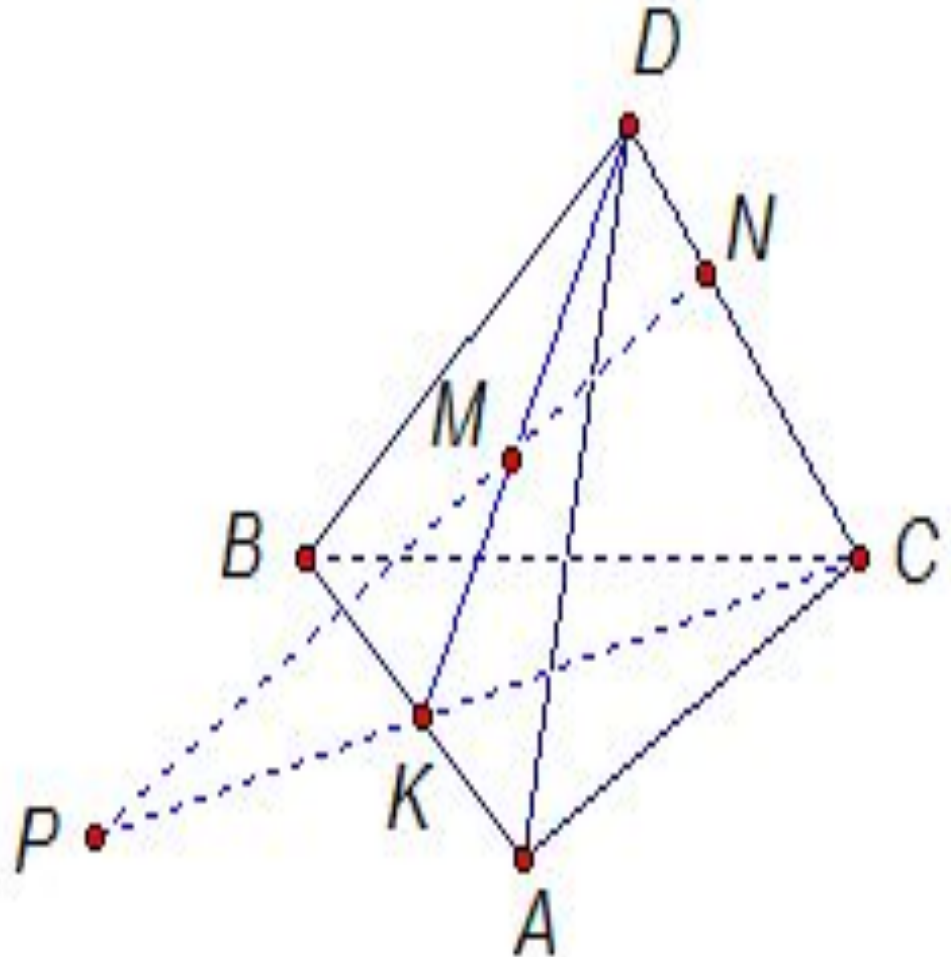
Задача 2.

- Точка M лежит на боковой грани ADB тетраэдра $ABCD$. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, которое проходит через точку M параллельно основанию ABC .



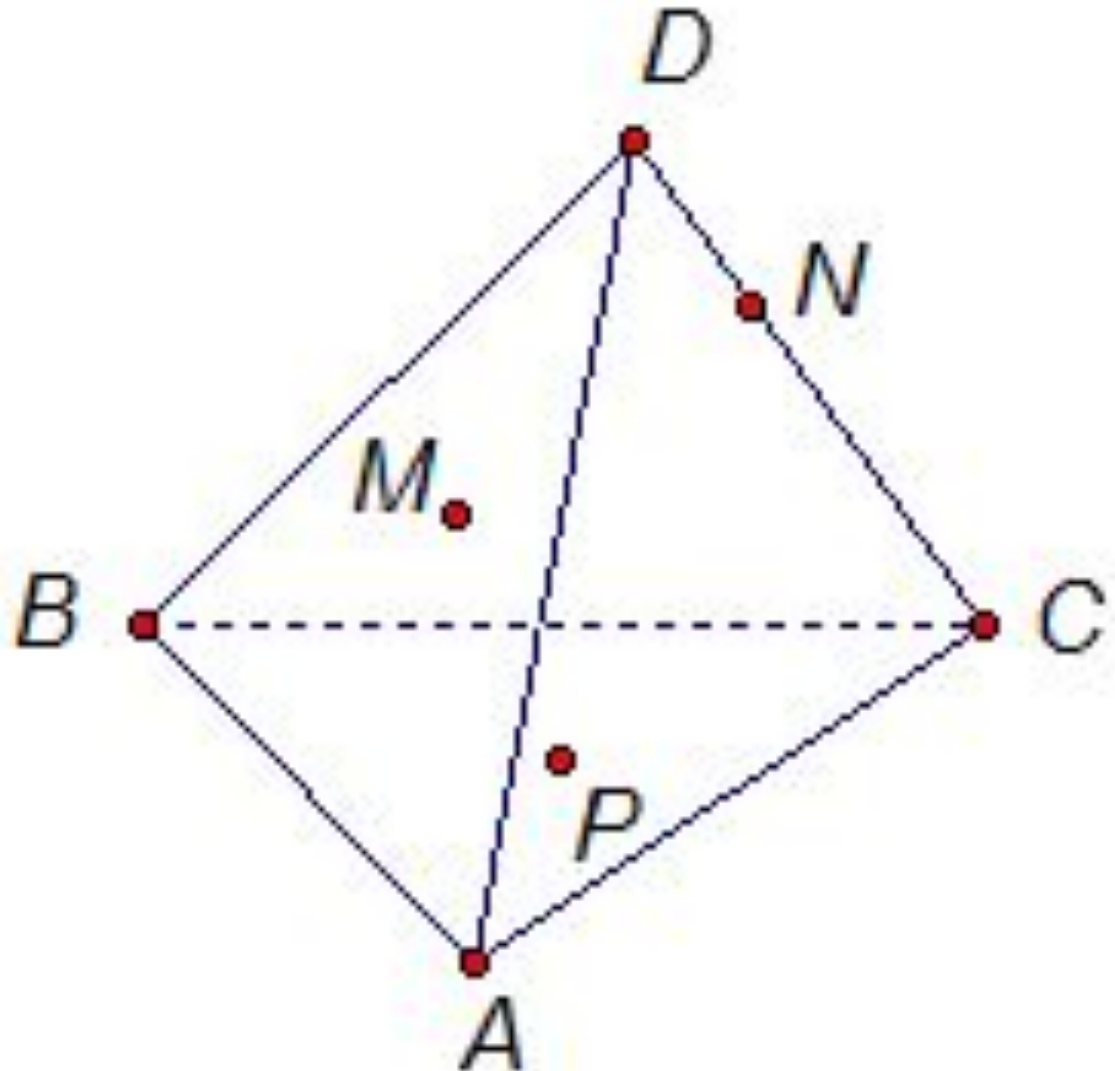
Ответ на задачу 2.

- Для решения построим вспомогательную плоскость DMN . Пусть прямая DM пересекает прямую AB в точке K (Рис. 7.). Тогда, CKD – это сечение плоскости DMN и тетраэдра. В плоскости DMN лежит и прямая NM , и полученная прямая CK . Значит, если NM не параллельна CK , то они пересекутся в некоторой точке P . Точка P и будет искомая точка пересечения прямой NM и плоскости ABC .



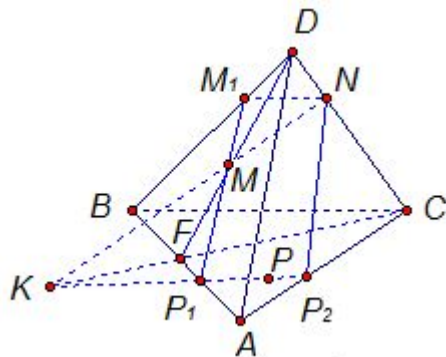
Задача 3.

- Дан тетраэдр $ABCD$.
 M – внутренняя точка грани ABD .
 P – внутренняя точка грани ABC .
 N – внутренняя точка ребра DC .
Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точки M , N и P .

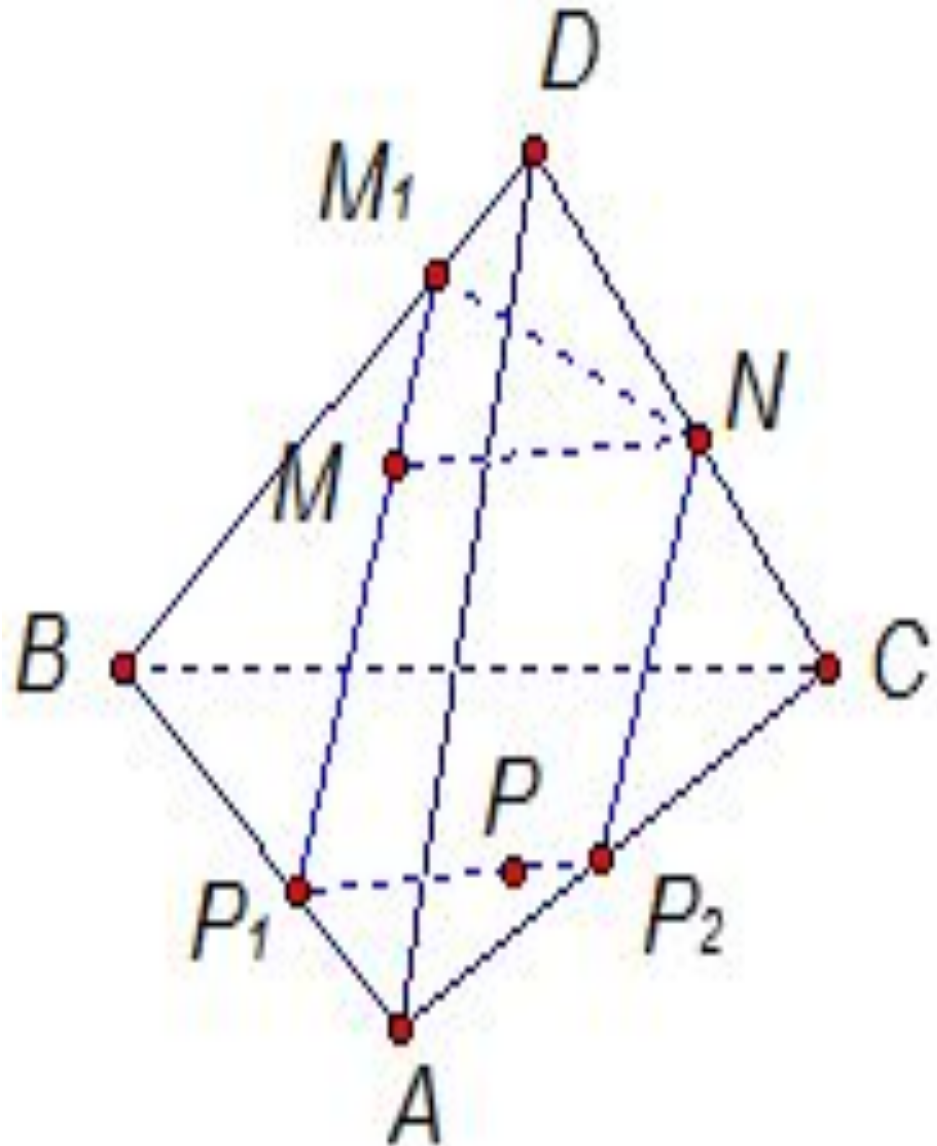


Решение задачи 3.

- Рассмотрим первый случай, когда прямая MN не параллельна плоскости ABC . В прошлой задаче мы нашли точку пересечения прямой MN и плоскости ABC . Это точка K , она получена с помощью вспомогательной плоскости DMN , т.е. мы проводим DM и получаем точку F . Проводим CF и на пересечении MN получаем точку K



- Проведем прямую KP .
 Прямая KP лежит и в плоскости сечения, и в плоскости ABC . Получаем точки P_1 и P_2 .
 Соединяем P_1 и M и на продолжении получаем точку M_1 . Соединяем точку P_2 и N . В результате получаем искомое сечение $P_1P_2NM_1$. Задача в первом случае решена.
 Рассмотрим второй случай, когда прямая MN параллельна плоскости ABC .
 Плоскость MNP проходит через прямую MN параллельную плоскости ABC и пересекает плоскость ABC по некоторой прямой P_1P_2 , тогда прямая P_1P_2 параллельна данной прямой MN .



Теперь проведем прямую P_1M и получим точку M_1 . $P_1P_2NM_1$ – искомое сечение.