

Квадратичная функция, ее график и свойства

График функции $y = ax^2$,

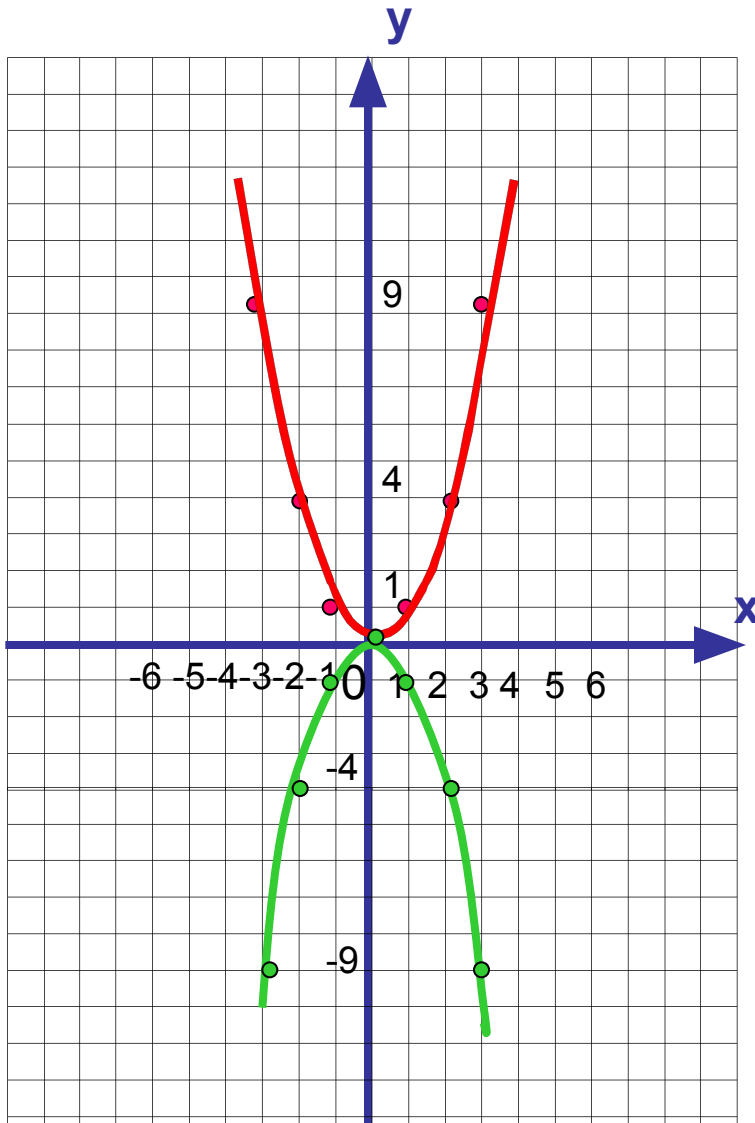
при $a=1$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

при $a=-1$

X	-3	-2	-1	0	1	2	
y	-9	-4	-1	0	-1	-4	

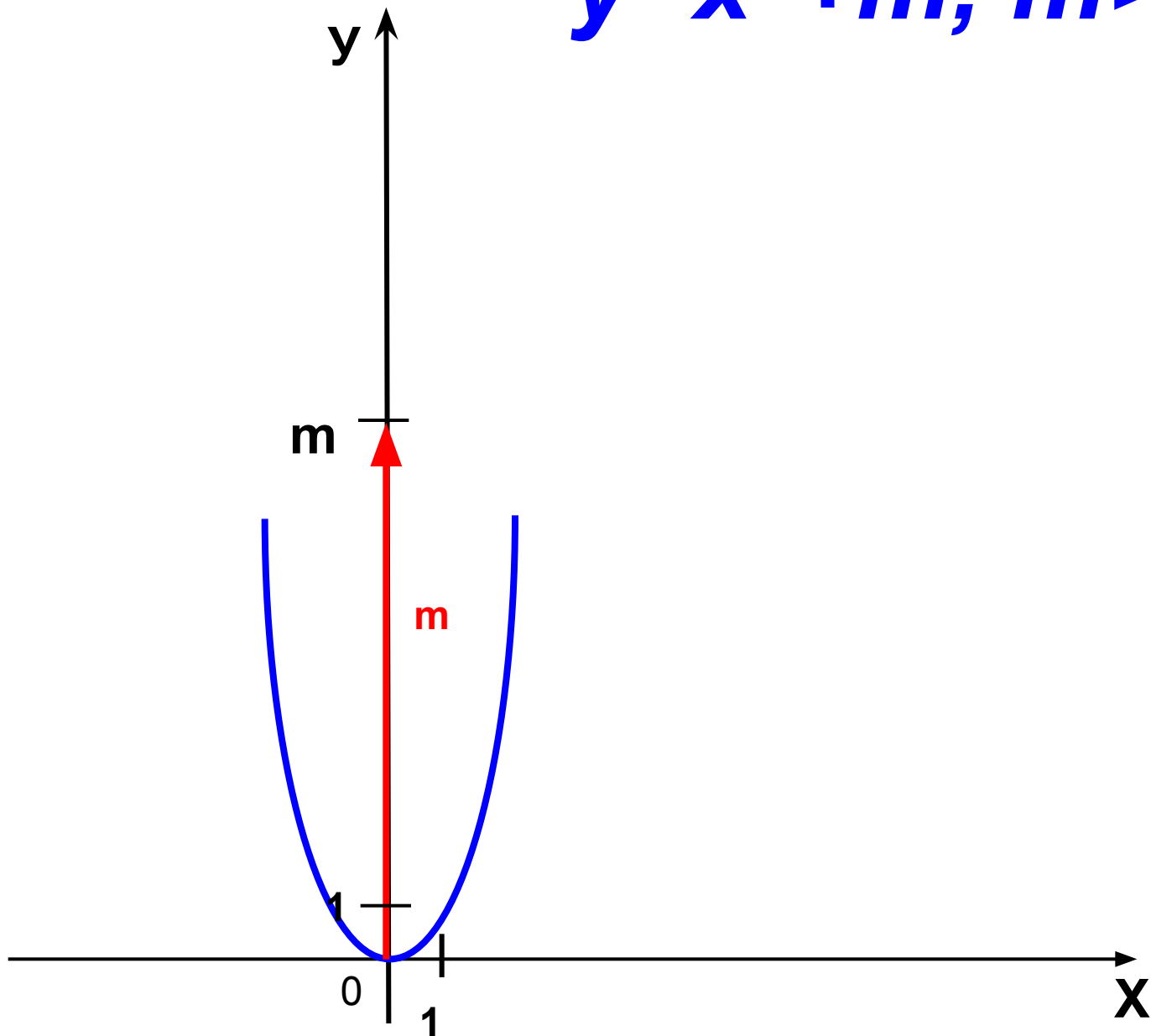
-9



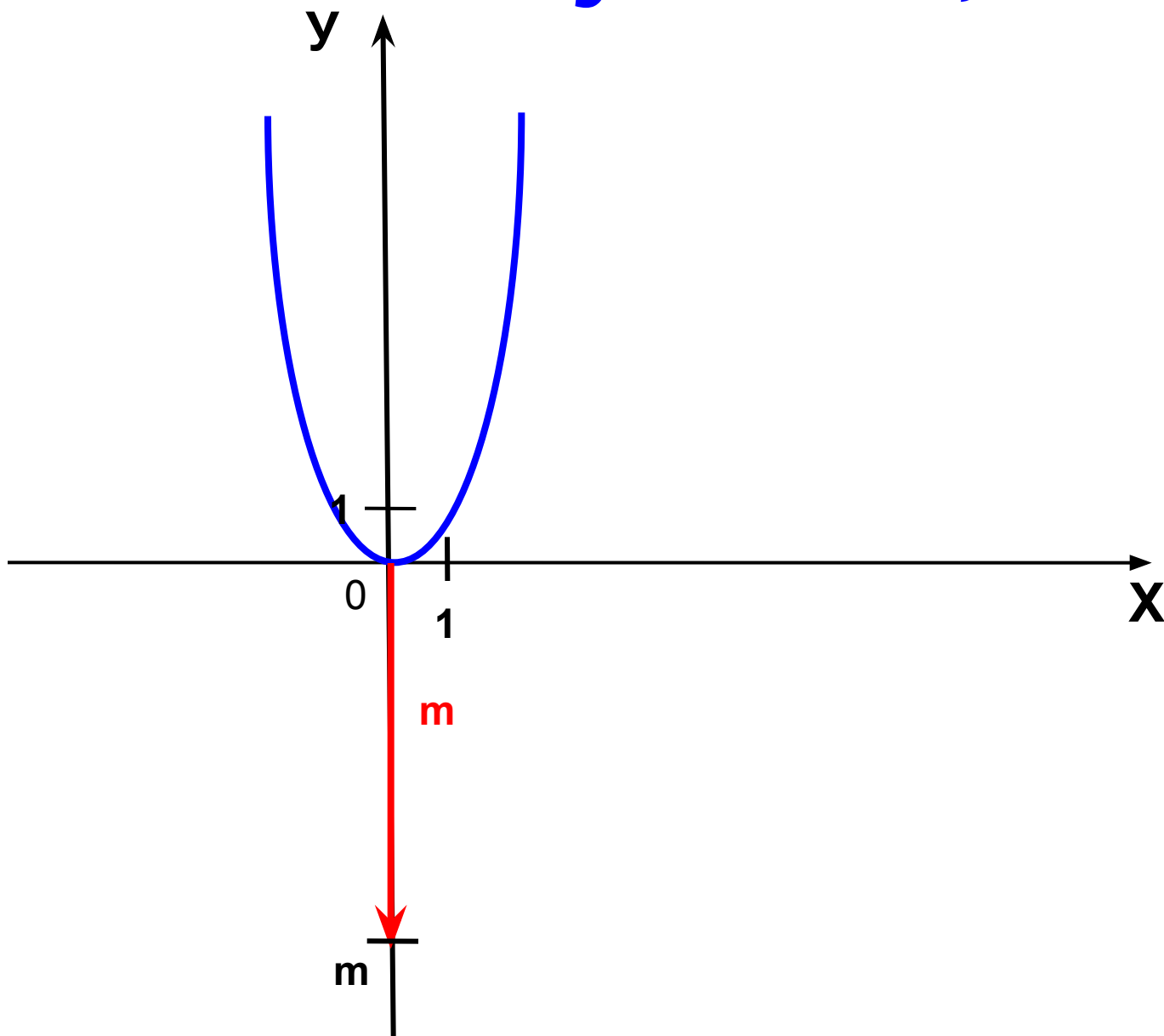
- Преобразование графика
- квадратичной функции

*Построение графиков функций
 $y=x^2$ и $y=x^2+m$.*

$$y = x^2 + m, \quad m > 0$$



$$y = x^2 + m, \quad m < 0$$

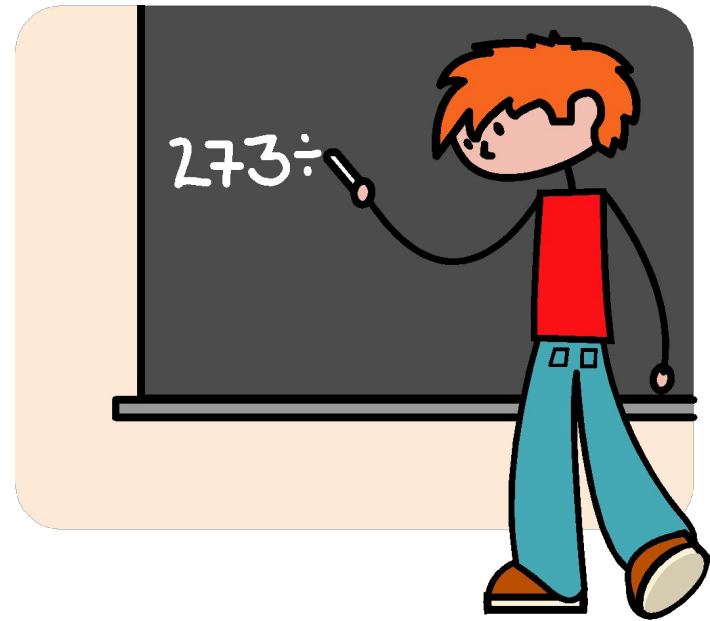


Постройте в одной координатной плоскости
графики функций:

$$y_1 = x^2$$

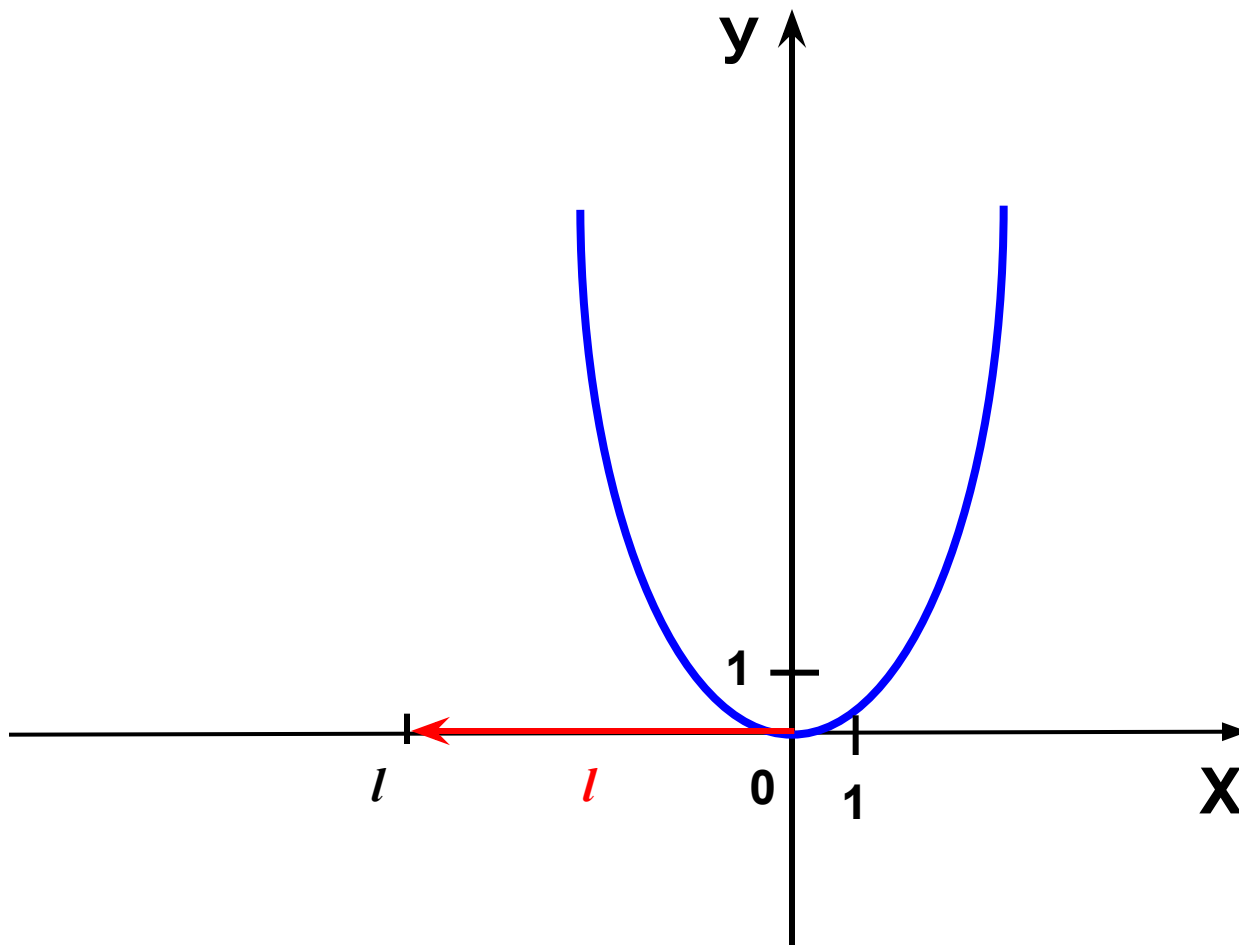
$$y_2 = x^2 + 5$$

$$y_3 = x^2 - 2$$

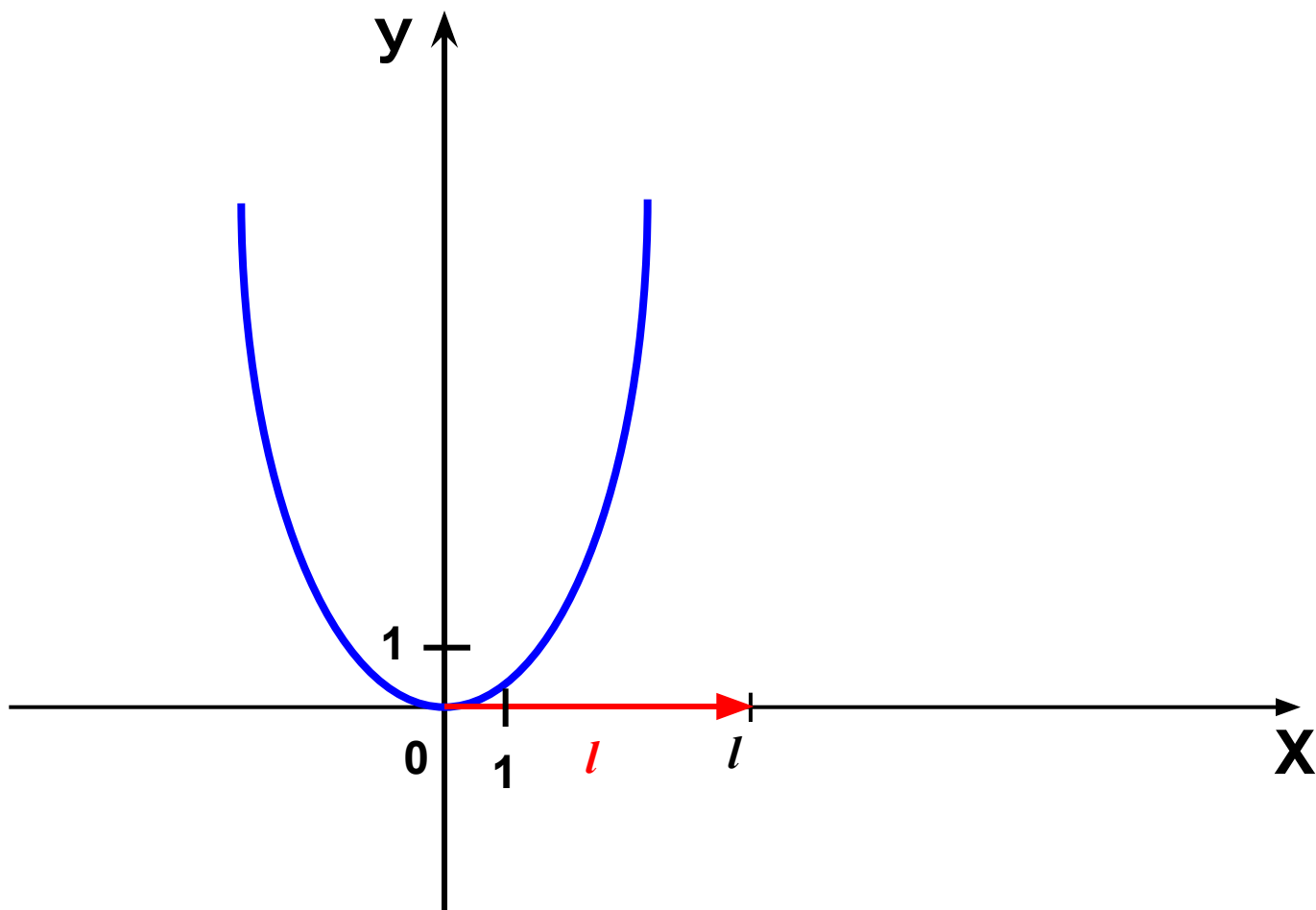


Построение графиков функций
 $y=x^2$ и $y=(x+l)^2$.

$$y=(x+l)^2, \quad l>0$$



$$y=(x+l)^2, \quad l < 0$$

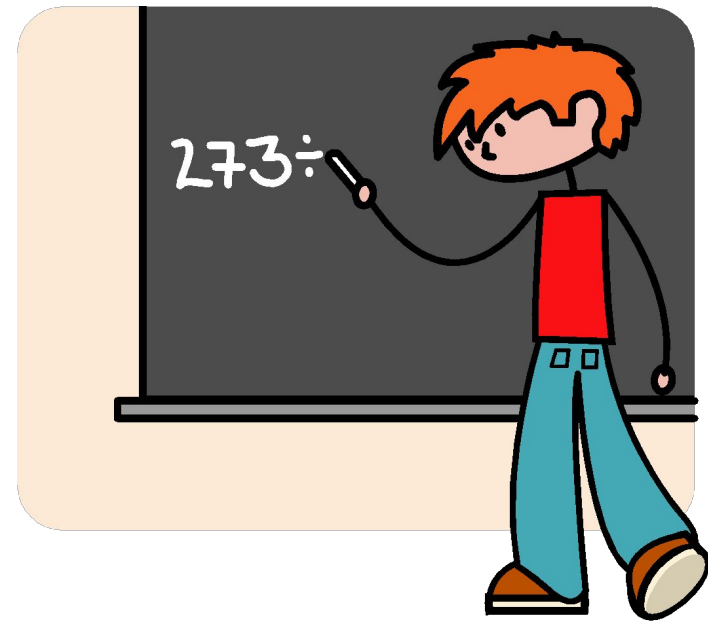


Постройте в одной координатной плоскости
графики функций:

$$y_1 = x^2$$

$$y_2 = (x + 1)^2$$

$$y_3 = (x - 2)^2$$



Найти координаты вершины параболы:

$$\square y = 2(x-4)^2 + 5 \quad (4; 5)$$

$$\square y = -6(x-1)^2 \quad (1; 0)$$

$$\square y = -x^2 + 12 \quad (0; 12)$$

$$\square y = x^2 + 4 \quad (0; 4)$$

$$\square y = (x+7)^2 - 9 \quad (-7; -9)$$

$$\square y = 6x^2 \quad (0; 0)$$



- График квадратичной
- функции, его свойства

Квадратичной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида $y=ax^2+bx+c$, где x - независимая переменная, a , b и c - некоторые числа (причём $a \neq 0$).

- Например: $y = 5x^2+6x+3,$

- $y = -7x^2+8x-2,$

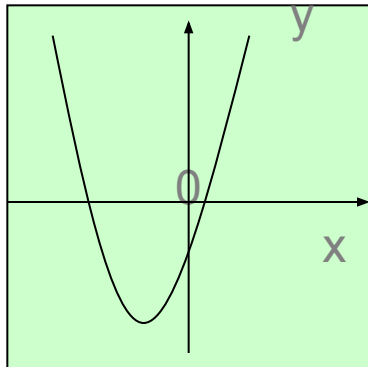
- $y = 0,8x^2+5,$

- $y = \frac{3}{4}x^2-8x,$

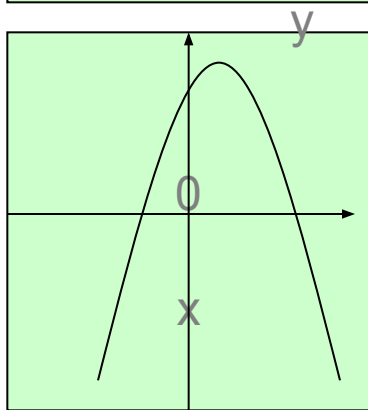
- $y = -12x^2$

квадратичные функции

Графиком квадратичной функции является парабола, ветви которой направлены **вверх** (если $a > 0$) или **вниз** (если $a < 0$).



- $y = 2x^2 + 4x - 1$ – графиком является парабола, ветви которой направлены **вверх** (т.к. $a = 2, a > 0$).



- $y = -7x^2 - x + 3$ – графиком является парабола, ветви которой направлены **вниз** (т.к. $a = -7, a < 0$).

Алгоритм решения

1. Определить координату вершины параболы по формуле

$$x_0 = -\frac{b}{2a}; y_0 = y(x_0)$$

2. Отметить эту точку на координатной плоскости.
3. Через вершину параболы $x = x_0$ начертить ось симметрии параболы
4. Найти нули функции и отметить их на числовой прямой
5. Найти координаты двух дополнительных точек и симметричных им
6. Провести кривую параболы.

Постройте график функции
 $y=2x^2+4x-6$,
опишите его свойства

Проверь себя:

1. $D(y) = R$

2. $y=0$, если $x=1$; -3

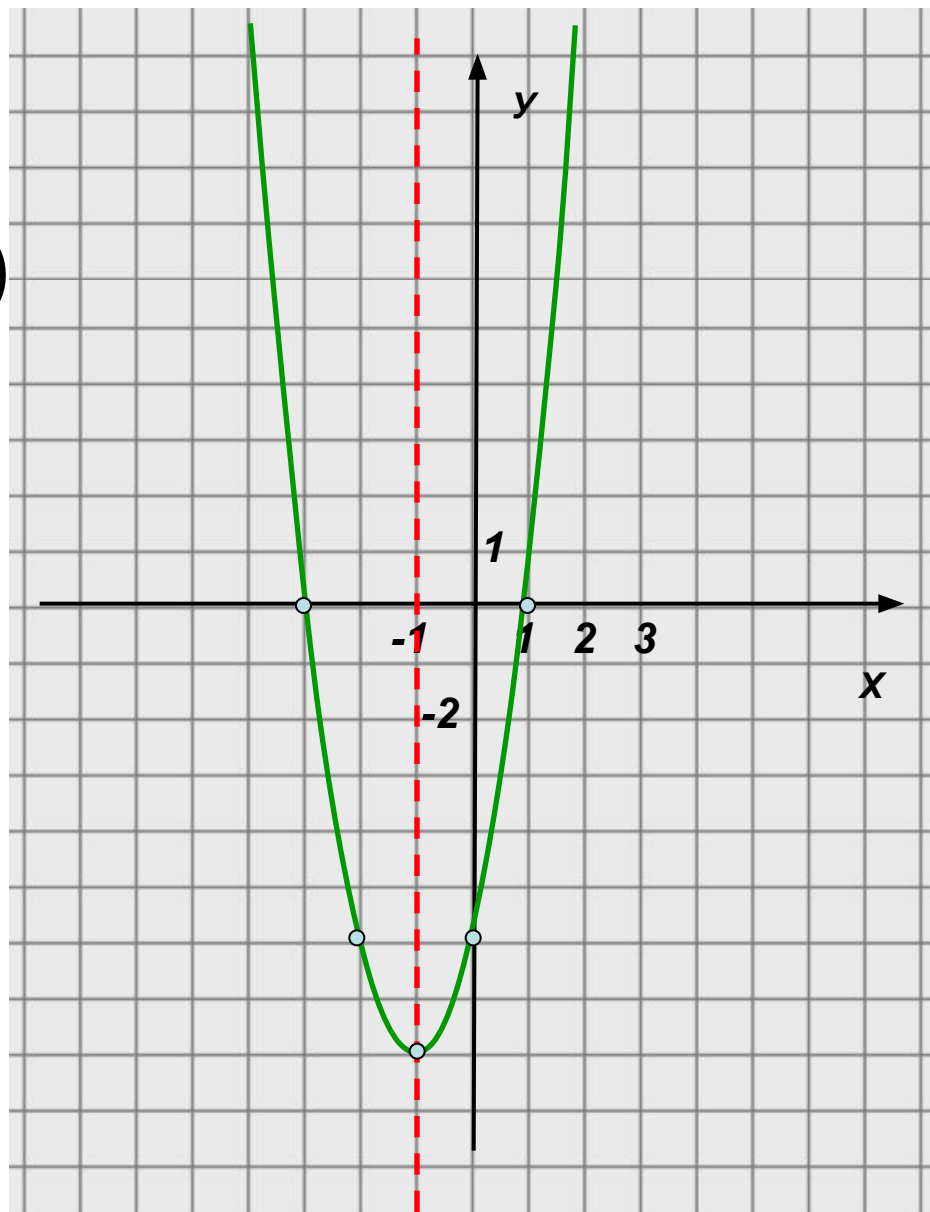
3. $y > 0$, если $x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$
 $y < 0$, если $x \in (-3; 1)$

4. $y \downarrow$, если $x \in (-\infty; -1]$
 $y \uparrow$, если $x \in [-1; +\infty)$

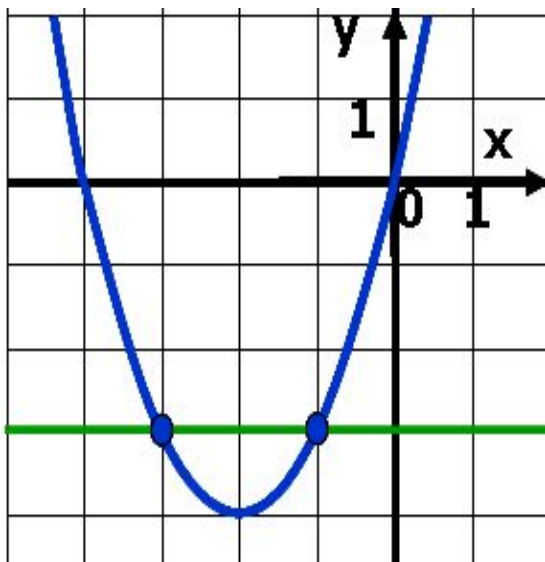
5. $y_{\text{наим}} = -8$, если $x = -1$

$y_{\text{наиб}}$ — не существует.

6. $E(y): [-8; +\infty)$



Решение квадратного неравенства с помощью графика квадратичной функции



Определение: Неравенство, левая часть которого есть многочлен второй степени, а правая- нуль, называется **неравенством второй степени**.

- *Все квадратные неравенства могут быть приведены к одному из следующих видов:*
- 1) $ax^2+bx+c>0$;
- 2) $ax^2+bx+c<0$;
- 3) $ax^2+bx+c\geq 0$;
- 4) $ax^2+bx+c\leq 0$.

Какие из неравенств вы бы назвали
неравенствами второй степени:

- 1) $6x^2 - 13x > 0$;

$$2) x^2 - 3x - 14 > 0;$$

- 3) $(5+x)(x-4) > 7$;

$$4) \frac{2x-3}{5} > 0$$

$$5) \quad \frac{x^3 - 5}{x + 5} > 0$$

- 6) $8x^2 > 0$;

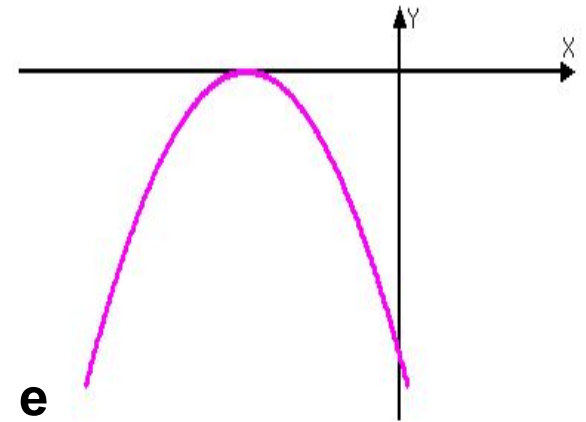
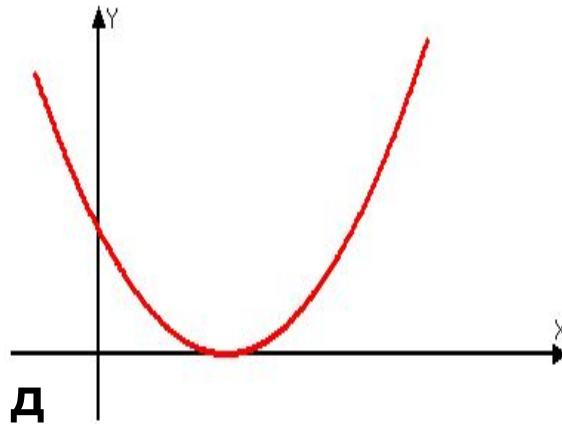
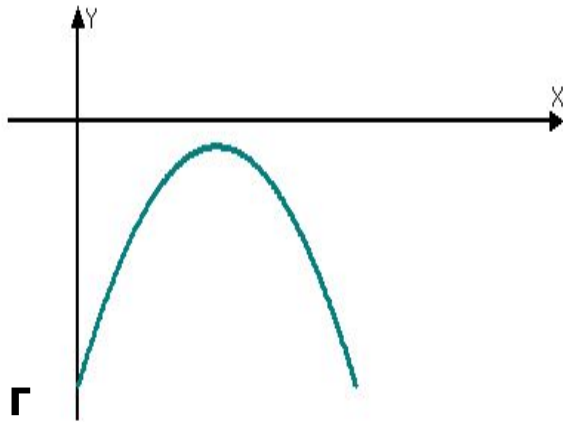
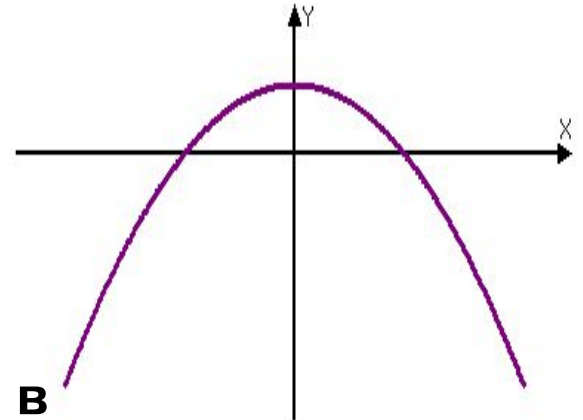
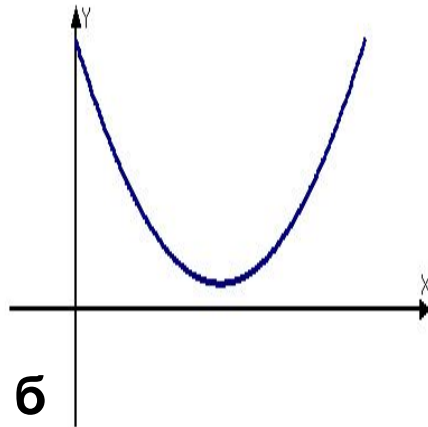
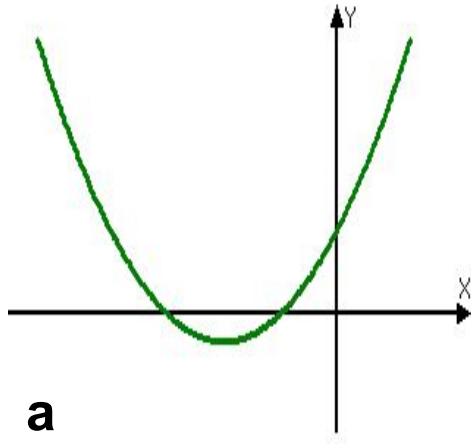
$$7) (x-5)^2 - 25 > 0;$$

Какие из чисел являются решениями
неравенства?

$$2x^2 + x - 4 < 0$$

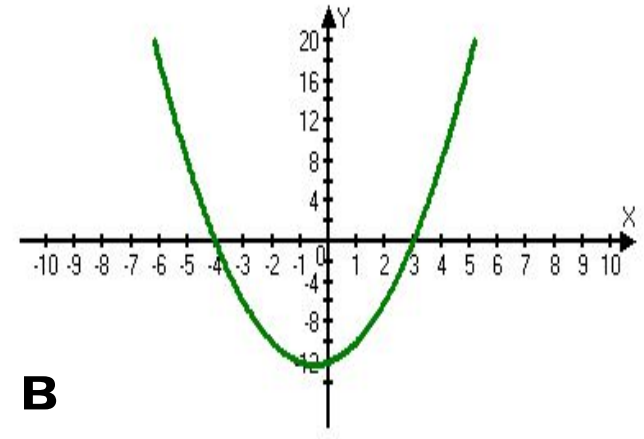
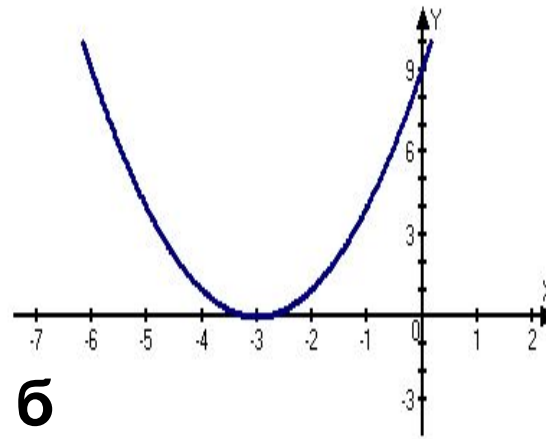
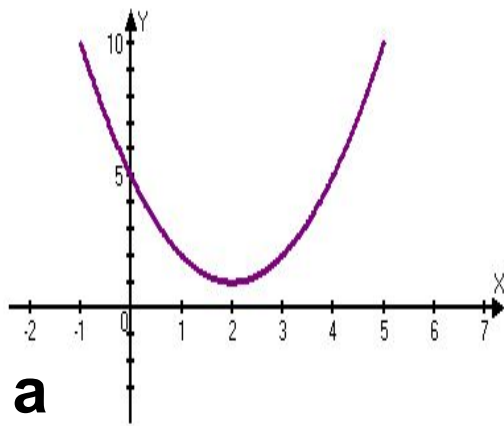
?	?	?	?	?	?	?	?
1	-3	0	-1	5	-4	-2	0,5

Назовите число корней уравнения $ax^2+bx+c=0$ и знак коэффициента a , если график соответствующей квадратичной функции расположен следующим образом:

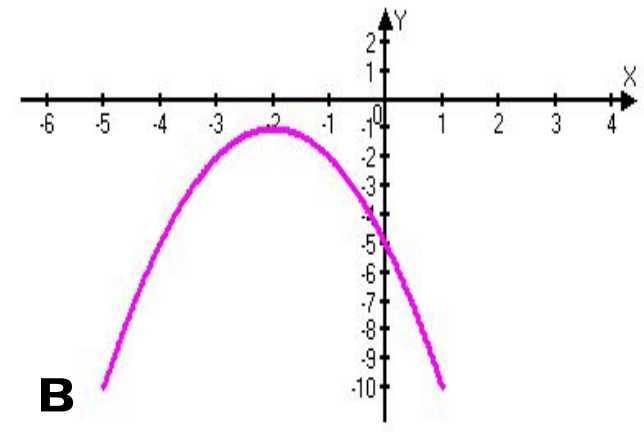
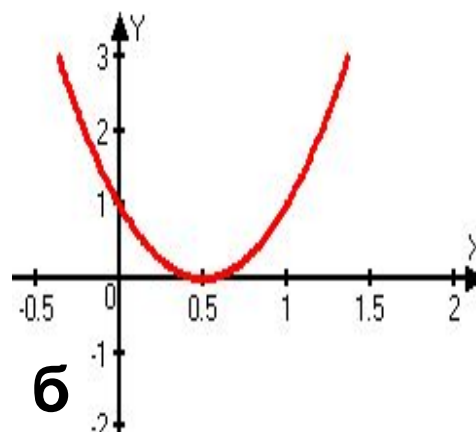
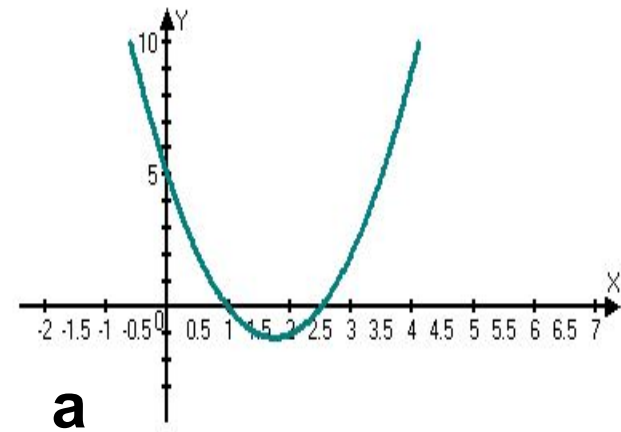


Назовите промежутки знакопостоянства функции, если её график расположен указанным образом:

I вариант.

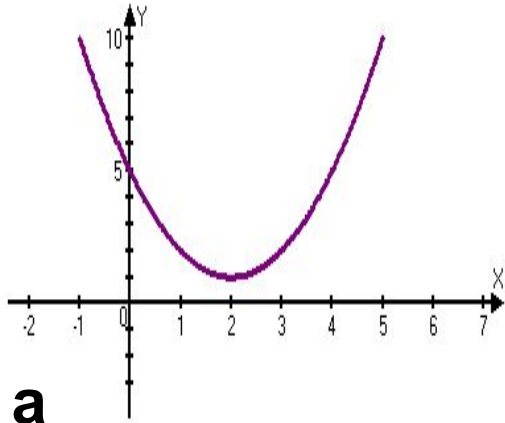


II вариант.



Назовите промежутки знакопостоянства функции, если её график расположен указанным образом:

I вариант

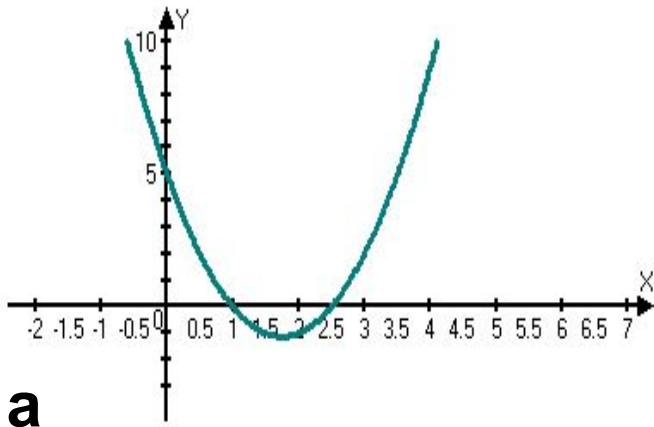


а

$$f(x) > 0 \text{ при } x \in \mathbb{R}$$

$$f(x) < 0 \text{ —————}$$

II вариант



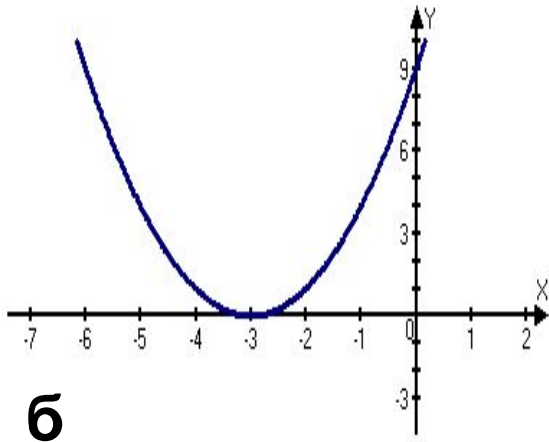
а

$$f(x) > 0 \text{ при } x \in (-\infty; 1) \cup (2, 5; +\infty);$$

$$f(x) < 0 \text{ при } x \in (1; 2, 5)$$

Назовите промежутки знакопостоянства функции, если её график расположен указанным образом:

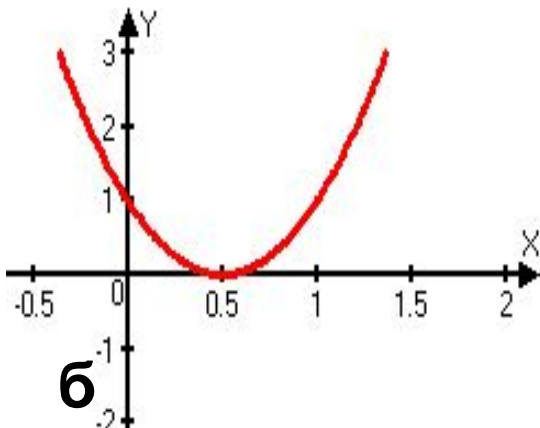
I вариант



$$f(x) > 0 \text{ при } x \in (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$$

$$f(x) < 0 \text{ —————}$$

II вариант

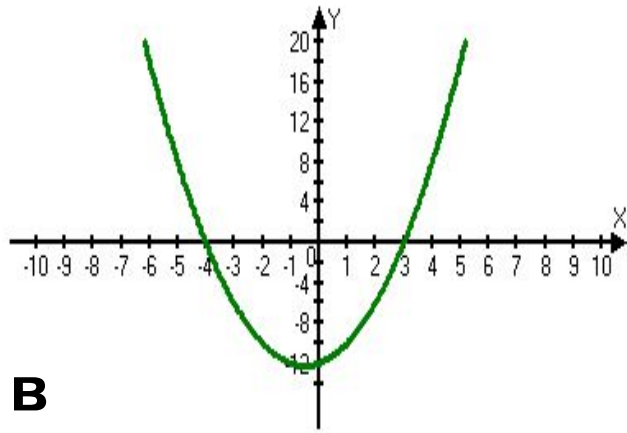


$$f(x) > 0 \text{ при } x \in (-\infty; 0,5) \cup (0,5; +\infty)$$

$$f(x) < 0 \text{ —————}$$

Назовите промежутки знакопостоянства функции, если её график расположен указанным образом

I вариант

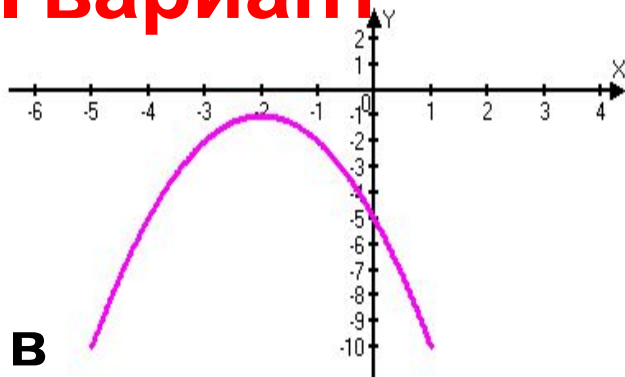


$$f(x) > 0 \text{ при } x \in (-\infty; -4) \cup (3; +\infty);$$
$$f(x) < 0 \text{ при } x \in (-4; 3)$$

$$f(x) > 0 \text{ —————};$$

$$f(x) < 0 \text{ при } x \in \mathbb{R}$$

II вариант



Алгоритм решения неравенств второй степени с одной переменной

1. Приведите неравенство к виду
 $ax^2+bx+c>0$ ($ax^2+bx+c<0$)
2. Рассмотрите функцию
 $y=ax^2+bx+c$
3. Определите направление ветвей
4. Найдите точки пересечения
параболы с осью абсцисс (для
них $y=0$; x_1 и x_2 найдите, решая
уравнение $ax^2+bx+c=0$)
5. Схематически постройте график
функции $y=ax^2+bx+c$
6. Выделите часть параболы, для
которой $y>0$ ($y<0$)

Пример решения неравенства

$$5x^2+9x-2<0$$

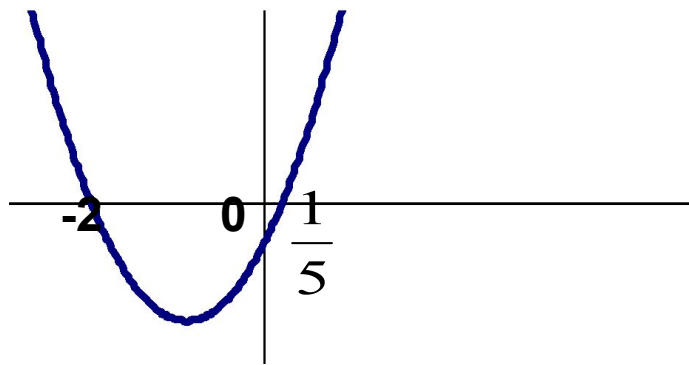
2. Рассмотрим функцию

$$y=5x^2+9x-2$$

3. Графиком функции является
парабола, ветви которой
направлены вверх.

$$4. 5x^2+9x-2=0$$

$$5. x_1=-2; x_2=\frac{1}{5}$$



Алгоритм решения неравенств второй степени с одной переменной

1. Приведите неравенство к виду $ax^2+bx+c>0$ ($ax^2+bx+c<0$)
2. Рассмотрите функцию $y=ax^2+bx+c$
3. Определите направление ветвей
4. Найдите точки пересечения параболы с осью абсцисс (для них $y=0$; x_1 и x_2 найдите, решая уравнение $ax^2+bx+c=0$)
5. Схематически постройте график функции $y=ax^2+bx+c$
6. Выделите часть параболы, для которой $y>0$ ($y<0$)
7. На оси абсцисс выделите те значения x , для которых $y>0$ ($y<0$)

Пример решения неравенства

$$5x^2+9x-2<0$$

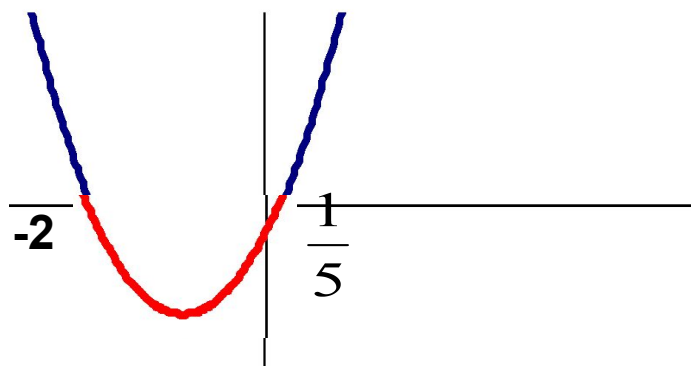
2. Рассмотрим функцию

$$y=5x^2+9x-2$$

3. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх.

$$4. 5x^2+9x-2=0$$

$$5. x_1=-2; x_2=\frac{1}{5}$$



Алгоритм решения неравенств второй степени с одной переменной

Пример решения неравенства

1. Приведите неравенство к виду
 $ax^2+bx+c>0$ ($ax^2+bx+c<0$)
2. Рассмотрите функцию
 $y=ax^2+bx+c$
3. Определите направление ветвей
4. Найдите точки пересечения
параболы с осью абсцисс (для
них $y=0$; x_1 и x_2 найдите, решая
уравнение $ax^2+bx+c=0$)
5. Схематически постройте график
функции $y=ax^2+bx+c$
6. Выделите часть параболы, для
которой $y>0$ ($y<0$)
7. На оси абсцисс выделите те
значения x , для которых $y>0$
($y<0$)
8. Запишите ответ в виде
промежутков

$$5x^2+9x-2<0$$

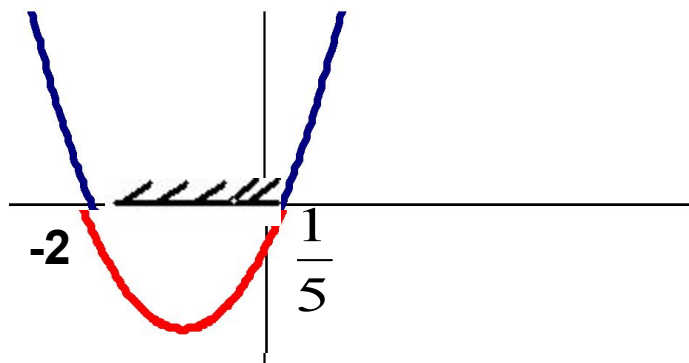
2. Рассмотрим функцию
 $y=5x^2+9x-2$

3. Графиком функции является
парабола, ветви которой
направлены вверх.

$$4. 5x^2+9x-2=0$$

$$x_1=-2; x_2=\frac{1}{5}$$

5.



$$8. x \in (-2; \frac{1}{5})$$

В таблице 1 найдите верное решение неравенства 1,
в таблице 2 - решение неравенства 2:

1. $x^2 - 3x - 4 \geq 0$

2. $x^2 - 3x - 10 < 0.$

Таблица 1

а	в
$x \in (-1; 4)$	$x \in (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$
с	д
$x \in [-1; 4]$	$x \in (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$

Таблица 2

а	в
$x \in (-2; 5)$	$x \in (-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$
с	д
$x \in [-2; 5]$	$x \in (-\infty; -2] \cup [5; +\infty)$

В таблице 1 найдите верное решение неравенства 1,
в таблице 2- решение неравенства 2:

1. $x^2 - 3x - 4 \geq 0$

2. $x^2 - 3x - 10 < 0$.

Таблица 1

а	в
$x \in (-1; 4)$	$x \in (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$
с	д
$x \in [-1; 4]$	$x \in (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$

Таблица 2

а	в
$x \in (-2; 5)$	$x \in (-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$
с	д
$x \in [-2; 5]$	$x \in (-\infty; -2] \cup [5; +\infty)$

В таблице 1 найдите верное решение неравенства 1,
в таблице 2- решение неравенства 2:

1. $x^2 - 3x - 4 \geq 0$

2. $x^2 - 3x - 10 < 0.$

Таблица 1

а	в
$x \in (-1; 4)$	$x \in (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$
с	д
$x \in [-1; 4]$	$x \in (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$

Таблица 2

а	в
$x \in (-2; 5)$	$x \in (-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$
с	д
$x \in [-2; 5]$	$x \in (-\infty; -2] \cup [5; +\infty)$

В таблице 1 найдите верное решение неравенства 1,
в таблице 2- решение неравенства 2:

1. $x^2 - 3x - 4 \geq 0$

2. $x^2 - 3x - 10 < 0.$

Таблица 1

а	в
$x \in (-1; 4)$	$x \in (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$
с	д
$x \in [-1; 4]$	$x \in (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$

Таблица 2

а	в
$x \in (-2; 5)$	$x \in (-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$
с	д
$x \in [-2; 5]$	$x \in (-\infty; -2] \cup [5; +\infty)$

Итог урока

При решении данных заданий нам удалось систематизировать знания о применении квадратичной функции. Математика- это содержательное, увлекательное и доступное поле деятельности, дающее ученику богатую пищу для ума. Свойства квадратичной функции лежат в основе **решения квадратных неравенств**. Многие **физические зависимости** выражаются квадратичной функцией; например, камень, брошенный вверх со скоростью v_0 , находится в момент времени t на расстоянии

$$s(t) = -\frac{g}{2}t^2 + v_0t$$

от земной поверхности (здесь g - ускорение силы тяжести); количество тепла Q , выделяемое при прохождении тока в проводнике с сопротивлением R , выражается через силу тока I формулой

$$Q = RI^2.$$

Знания свойств квадратичной функции позволяют рассчитать дальность полета тела, брошенного вертикально вверх или под некоторым углом.

Этим пользуются в **оборонной промышленности**.

Незаконченное предложение

Задание: закончить одно из трех предложений, которое больше других соответствует вашему состоянию.

“Выполнять задания и решать задачи мне трудно,
так как ...”

“Выполнять задания и решать задачи мне легко, так
как ...”

“Выполнять задания и решать задачи для меня занятие
приятное и интересное, потому что...”

Домашнее задание

- Учебник №142; №190



спасибо за урок

