

# Функции $y = \operatorname{tg} x$ , $y = \operatorname{ctg} x$ , их свойства и графики.

*МОУ лицей №10 города Советска  
Калининградской области  
учитель математики  
Разыграева Татьяна Николаевна*

## Работа устно:

Вычислите:  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$ ;  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$ ;  $\operatorname{tg} 0$ ;  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{2}$ ;  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$

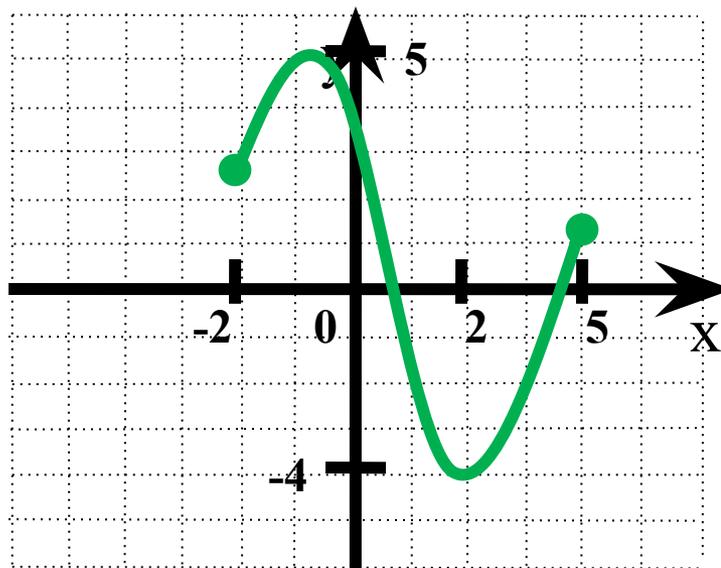
Докажите, что число  $\pi$  является периодом для функции  $y = \sin 2x$ .

$$\sin 2(x - \pi) = \sin 2x = \sin 2(x + \pi)$$

Докажите, что функция является нечётной:

$$f(x) = x^5 \cdot \cos 3x$$

Прочитайте  
по графику  
функцию:



**Подсказка!**

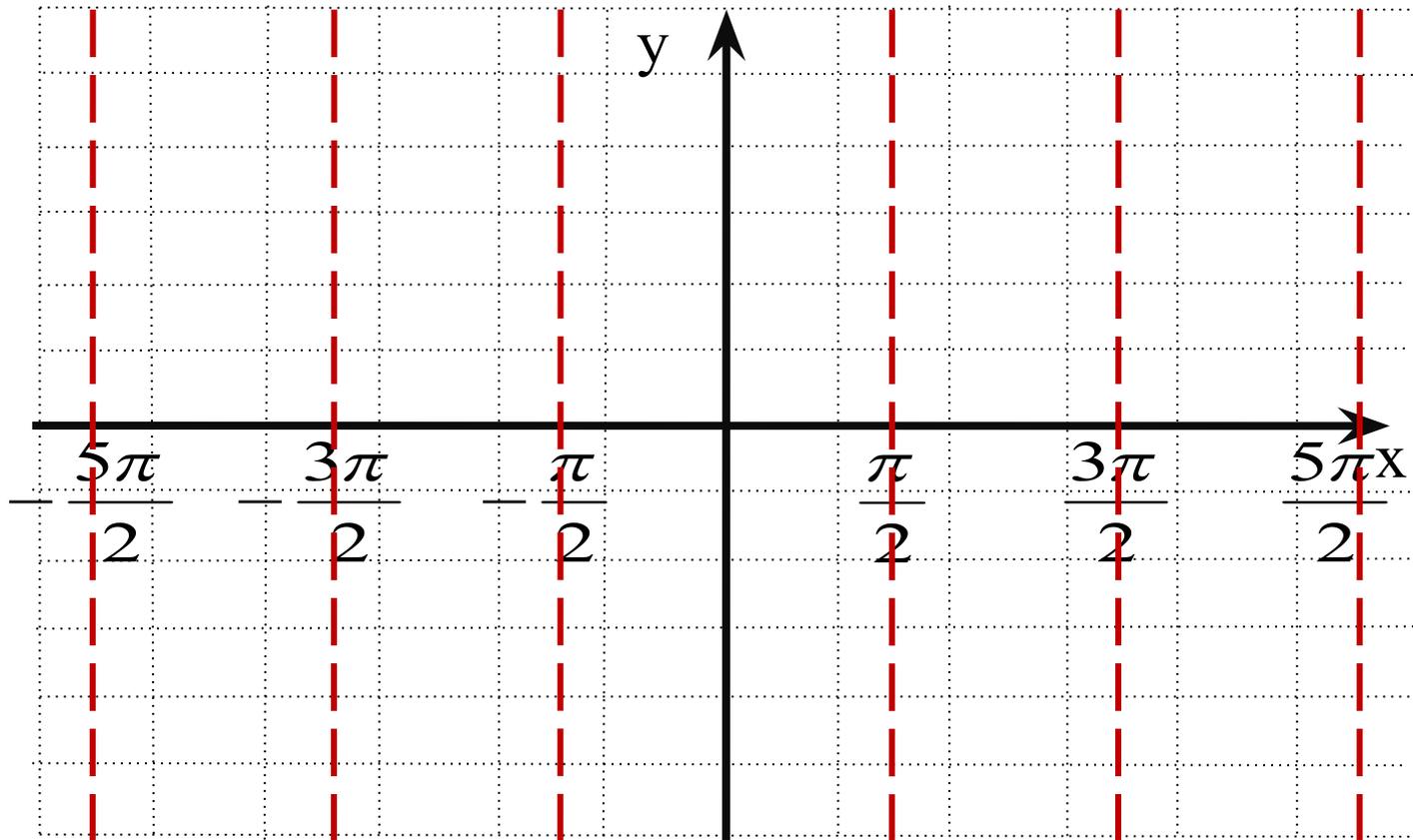
## План прочтения графика:

- 1)  $D(f)$  – область определения функции.
- 2) Чётность или нечётность функции.
- 3) Промежутки возрастания, убывания функции.
- 4) Ограниченность функции.
- 5) Наибольшие, наименьшие значения функции.
- 6) Непрерывность функции.
- 7)  $E(f)$  – область значений функции.



## Свойство 1.

*Область определения функции  $y = \operatorname{tg} x$  – множество всех действительных чисел, за исключением чисел вида  $x = \pi/2 + \pi k$ .*



## **Свойство 2.**

*$y = \operatorname{tg} x$  – периодическая функция с периодом  $\pi$ .*

$$\operatorname{tg}(x - \pi) = \operatorname{tg} x = \operatorname{tg}(x + \pi)$$

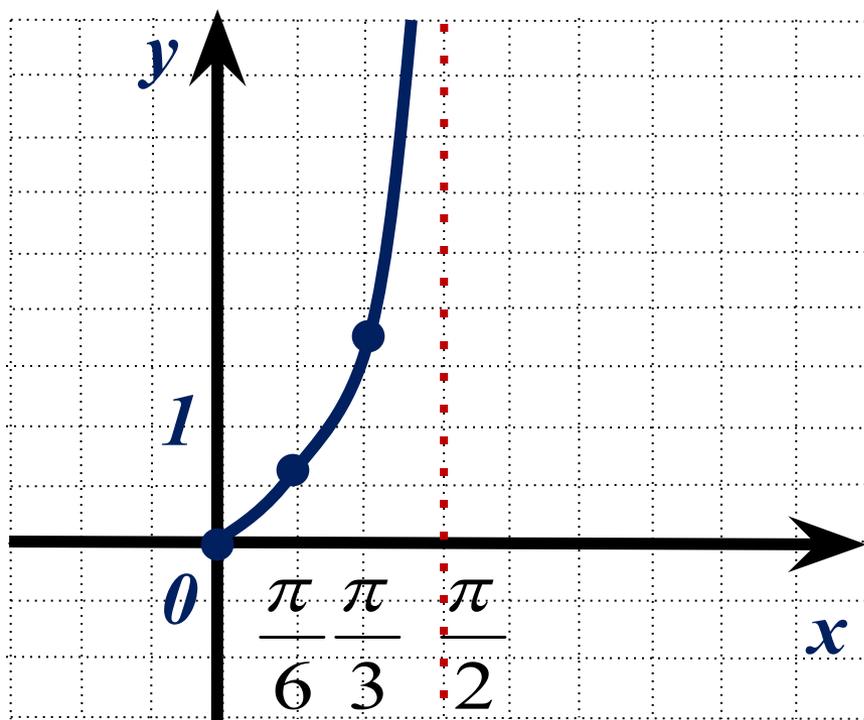
## **Свойство 3.**

*$y = \operatorname{tg} x$  – нечётная функция.*

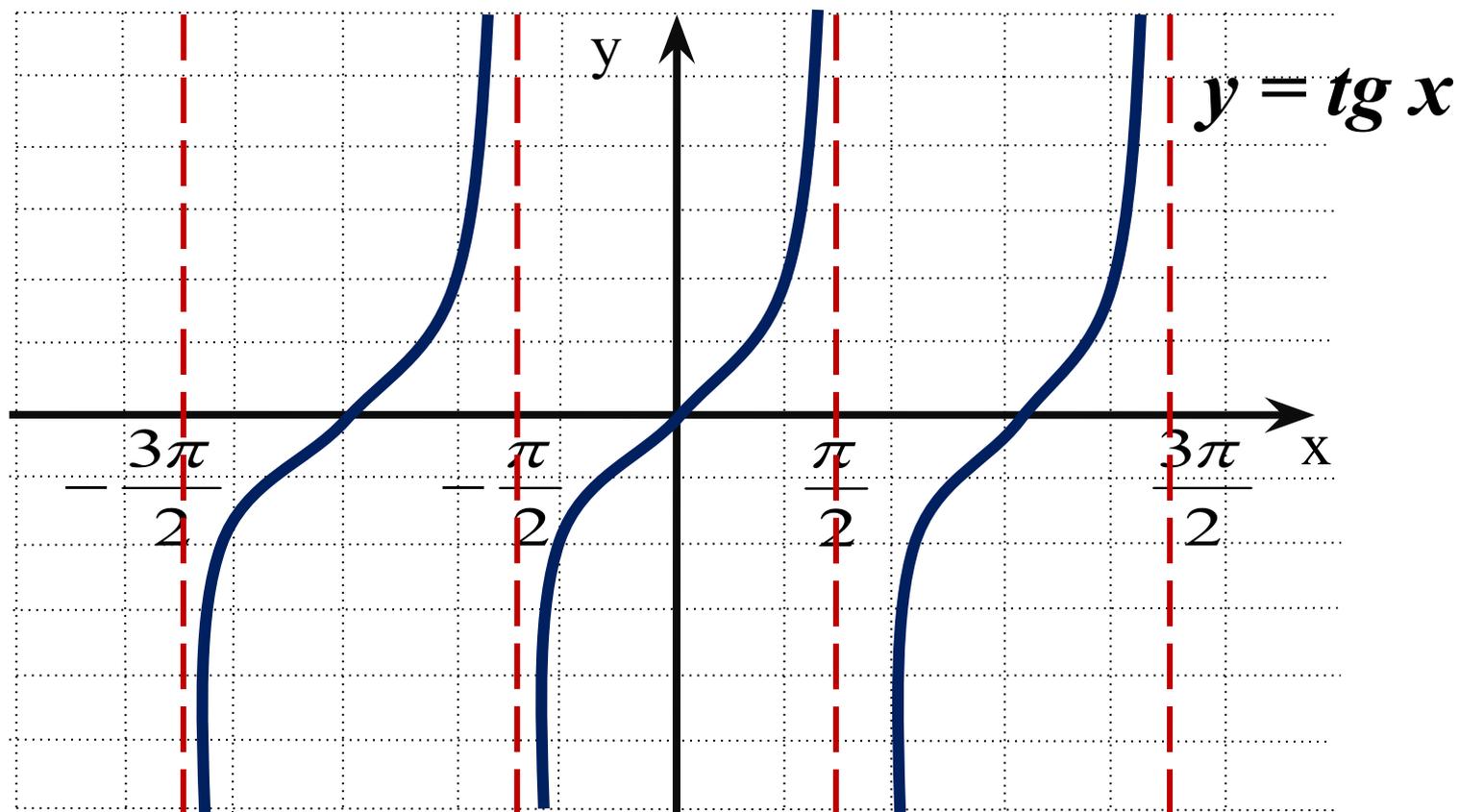
$$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$$

*(График функции симметричен относительно начала координат).*

$x$	$0$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\operatorname{tg} x$	$0$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$1$	$\sqrt{3}$



## Свойство 4.



*Функция возрастает на любом интервале вида:*

$$\left( -\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right)$$

*График функции  $y = \operatorname{tg} x$  называется **тангенсоидой**.*

## **Свойство 5.**

*Функция  $y = \operatorname{tg} x$  не ограничена ни снизу, ни сверху*

## **Свойство 6.**

*У функции  $y = \operatorname{tg} x$  нет ни наибольшего, ни наименьшего значений.*

## **Свойство 7.**

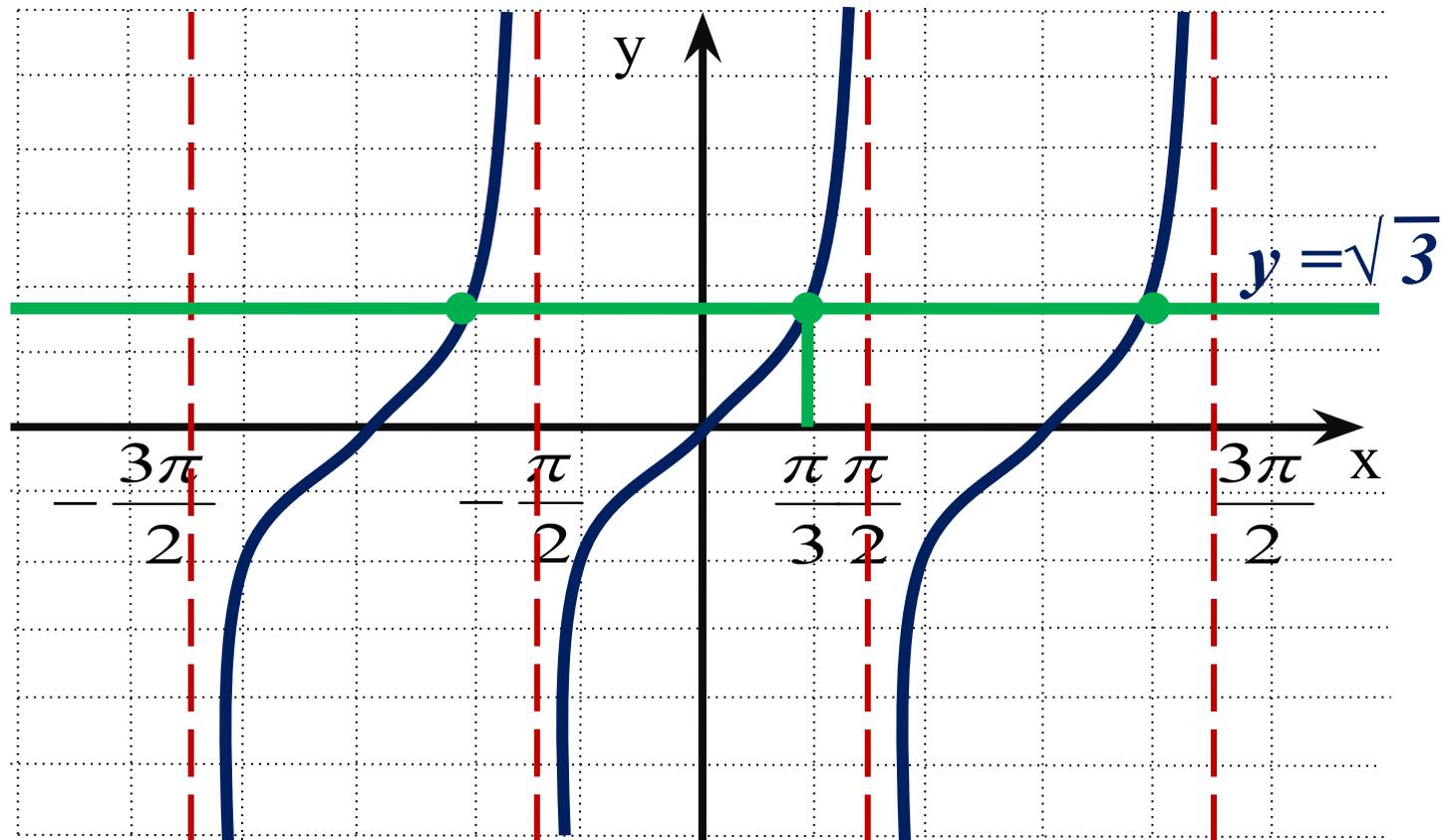
*Функция  $y = \operatorname{tg} x$  непрерывна на любом интервале вида*

$$\left( -\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right)$$

**Свойство 8.**  $E(f) = (-\infty; +\infty)$

# Пример 1.

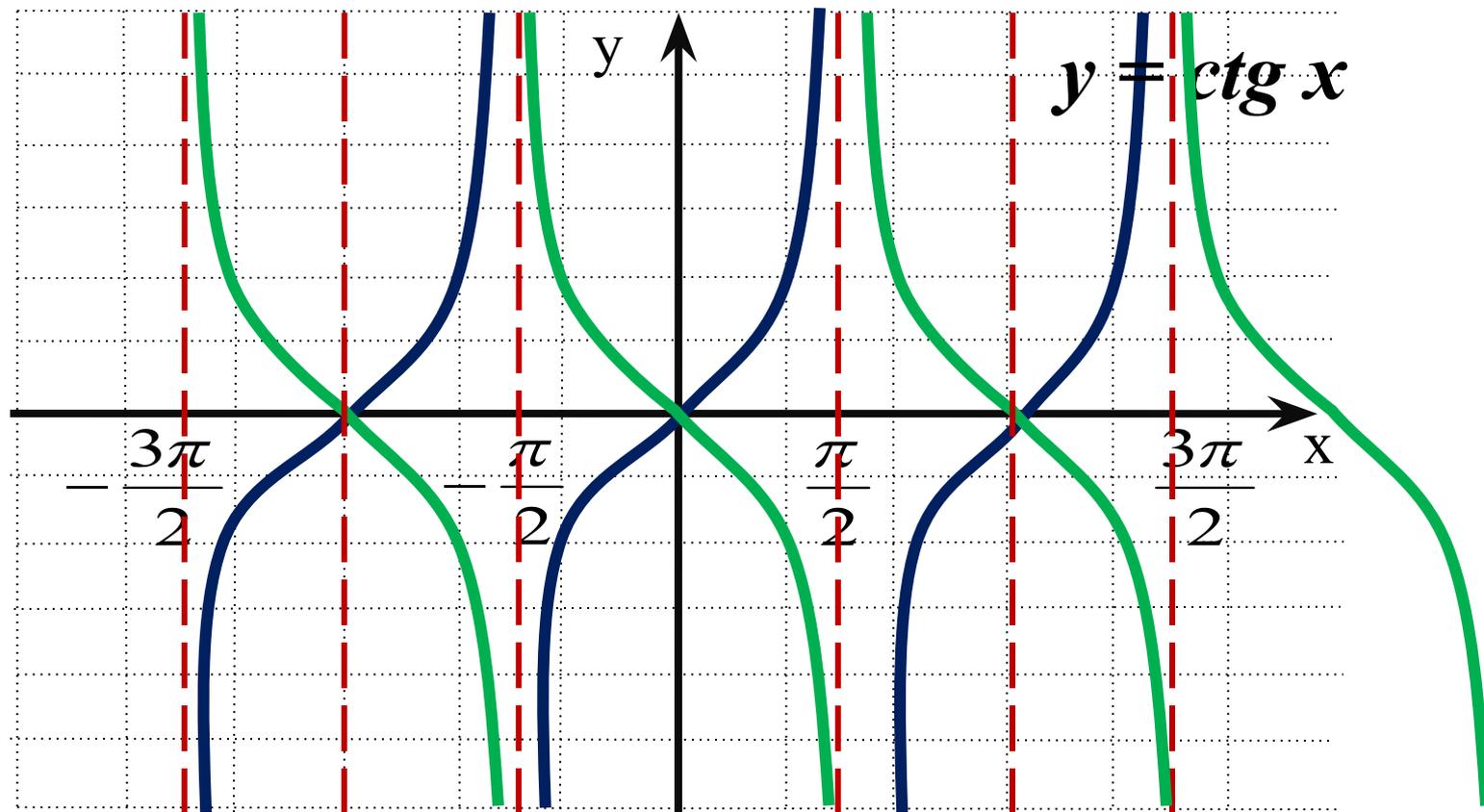
Решите уравнение  $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$



Ответ:  $x = \frac{\pi}{3} + \pi k.$

## Пример 2.

Построить график функции  $y = -\operatorname{tg}(x + \pi/2)$ .



Т.к.  $-\operatorname{tg}(x + \pi/2) = \operatorname{ctg} x$ , то построен график функции  $y = \operatorname{ctg} x$ .

# **Опишите свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$ .**

- 1)  $D(f)$ : множество всех действительных чисел, кроме чисел вида  $x = \pi k$ .
- 2) Периодическая с периодом  $\pi$ .
- 3) Нечётная функция.
- 4) Функция убывает на любом интервале вида  $(\pi k; \pi + \pi k)$ .
- 5) Функция не ограничена ни снизу, ни сверху.
- 6) Функция не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений.
- 7) Функция непрерывна на любом интервале вида  $(\pi k; \pi + \pi k)$ .
- 8)  $E(f) = (-\infty; +\infty)$ .

- 1). Пример №3 по учебнику  
разобрать самостоятельно.**
- 2). № 254, 255, 257, 258 – устно.**
- 3). № 261 (в), 262 (в) – письменно.**
- 4). Домашнее задание:  
№ 256 (а), 259 (а), 261(а), 262(а).**