a)

б)

в)

г)

Функция $f(x) = |x|$

- $y = |x|$

Функция $f(x) = 2x + |x|$

- $y = 2x + |x|$

Алгоритм исследования функции f на экстремум с помощью производной :

- Найти $D(f)$ и исследовать на непрерывность функцию f .
- Найти производную f' и представить ее в удобной форме.
- Найти критические точки функции f и на координатной прямой отметить промежутки знакопостоянства f' .
- Посмотрев на рисунок знаков f' , определить точки минимума и максимума функции и вычислить значения f в этих точках.

$$f'(x) = 4x^3 - 4x$$

Рис.1 (знаки f')

алгоритм отыскания промежутков монотонности функции f

- Найти $D(f)$.
- Найти производную f' и представить ее в удобной форме.
- Найти критические точки функции f .
- Удалить из $D(f)$ критические точки f и оставшуюся часть $D(f)$ изобразить на координатной прямой. Взять по одной точке в каждом из полученных промежутков и установить знак производной в них (таков будет и знак f' на всем промежутке в силу замечания 2).
- Исследовать непрерывность f на концах промежутков из пункта 4 (если это нужно) и записать ответ, используя замечание 1.

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

Рис.2 (знаки f')

Общая схема исследования функции f :

- Найти область определения и значений данной функции f .
- Выяснить, обладает ли функция особенностями, облегчающими исследование, то есть является ли функция f :
 - а) четной или нечетной;
 - б) периодической.
- Вычислить координаты точек пересечения графика с осями координат.
- Найти промежутки знакопостоянства функции f .
- Выяснить, на каких промежутках функция f возрастает, а на каких убывает.
- Найти точки экстремума (максимум или минимум) и вычислить значения f в этих точках.
- Исследовать поведение функции f в окрестности характерных точек не входящих в область определения.
- Построить график функции.

$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2$$

Рис.3 (знаки f')

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$$

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 0)$	0	$(0; 1)$	1	$(1; \infty)$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\uparrow$	4	$\downarrow$		$\downarrow$	2	$\uparrow$
		max				min	

График функции $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$$

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 0)$	0	$(0; 1)$	1	$(1; \infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\downarrow$	-4	$\uparrow$	-3	$\downarrow$	-4	$\uparrow$
		min		max		min	

График функции $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 11$$

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 2)$	2	$(2; \infty)$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\uparrow$	-4	$\downarrow$	-31	$\uparrow$
		max		min	

$$p'(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$

Рис.4 (знаки p')

График функции

$$p(x) = x^4/4 - x^3 - x^2/2 + 3x$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2$$

x	$(-\infty; 0)$	0	$(0; 2)$	2	$(2; \infty)$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\uparrow$	0	$\downarrow$	-4	$\uparrow$
		max		min	

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

Рис.5 (знаки f')

График функции $f(x) = x^3 - 3x^2$

$$p'(x) = 4x^3 - 12x^2$$

Рис.6 (знаки p')

График функции $p(x) = x^4 - 4x^3 - 9$

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x$$

x	$(-\infty; 2)$	2	$(2; 4)$	4	$(4; \infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↑	$20/3$	↓	$16/3$	↑
		max		min	

График функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x$

$$p'(x) = -x^2 + 2x$$

Рис.7 (знаки p')

График функции $p(x) = -x^3/3 + x^2 - 1$