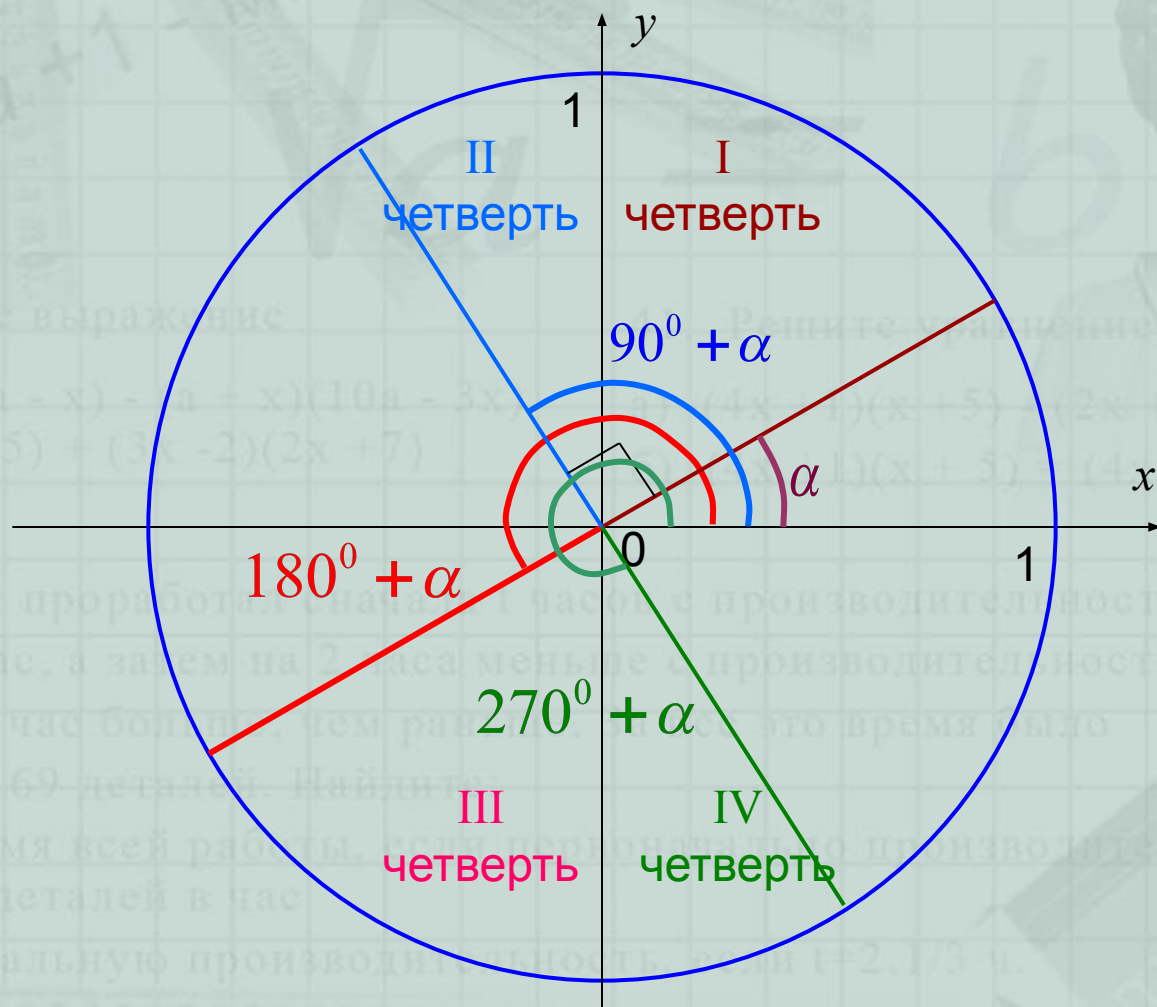
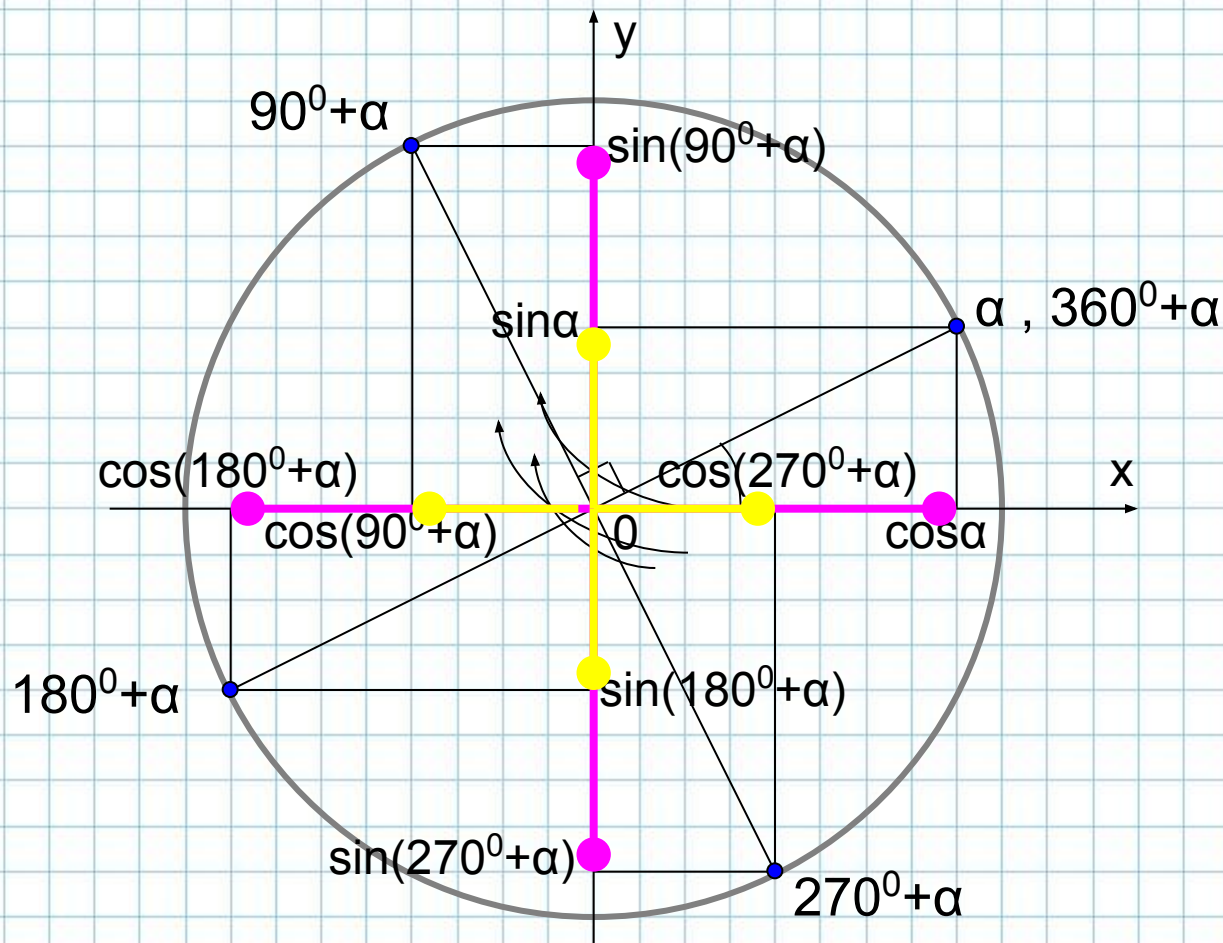


Формулы приведения.



Построим произвольный острый угол поворота α .

Теперь изобразим углы $90^\circ + \alpha$, $180^\circ + \alpha$, $270^\circ + \alpha$ и $360^\circ + \alpha$.



Из равенства прямоугольных треугольников можно заключить, что:

$$\cos \alpha = \sin(90^\circ + \alpha) = -\cos(180^\circ + \alpha) = -\sin(270^\circ + \alpha) = \cos(360^\circ + \alpha), \text{ а также}$$

$$\sin \alpha = -\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin(180^\circ + \alpha) = \cos(270^\circ + \alpha) = \sin(360^\circ + \alpha).$$

Значения тригонометрических функций *любых* углов поворота можно привести к значению тригонометрических функций острого угла. Для этого и применяются формулы приведения. Попробуем разобраться в следующей таблице (перенесите её в тетрадь!):

Функция	аргумент(угол)	n – четное	n – нечетное
sin	$(90^\circ \cdot n \pm \alpha)$ <i>čěč</i> $\left(\frac{\pi}{2} \cdot n \pm \alpha\right),$ $n \in \mathbf{Z},$ $\alpha \in (0; 90^\circ)$	$\pm \sin \alpha$	$\pm \cos \alpha$
cos		$\pm \cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$
tg		$\pm \operatorname{tg} \alpha$	$\pm \operatorname{ctg} \alpha$
ctg		$\pm \operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \operatorname{tg} \alpha$

С первым столбцом все ясно – в нем известные Вам тригонометрические функции. Во втором столбце показано, что любой аргумент(угол) этих функций можно представить в таком виде. Поясним это на конкретных примерах:

В градусной мере:

$$1020^{\circ} = 90^{\circ} \cdot 11 + 30^{\circ} = 90^{\circ} \cdot 12 - 60^{\circ}$$

—	1020		90
	90		11
—	120		
	90		
	30		

В радианах:

$$\frac{28\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \cdot 18 + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \cdot 19 - \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{28\pi}{3} : \frac{\pi}{2} = \frac{28\pi \cdot 2}{3\pi} = \frac{56}{3} = 18\frac{2}{3} = 18 + \frac{2}{3} = 19 - \frac{1}{3}$$

Умножьте полученные сумму или разность на $\frac{\pi}{2}$ и получите искомые выражения.

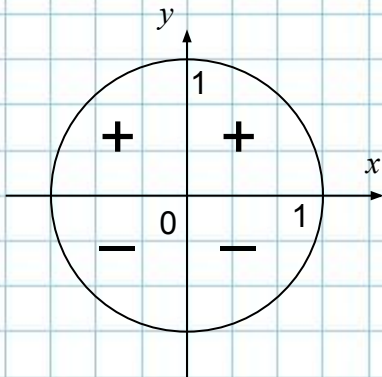
Как видите мы использовали известное Вам с начальной школы действие – деление с остатком. Причем, остаток не превышает делителя 90 (в случае градусной меры) или $\frac{\pi}{2}$ (в случае радианной меры). Потренируйтесь делать это!

В любом случае мы добились следующего: наш аргумент тригонометрической функции представлен в виде целого числа прямых углов плюс или минус какой-то острый угол.

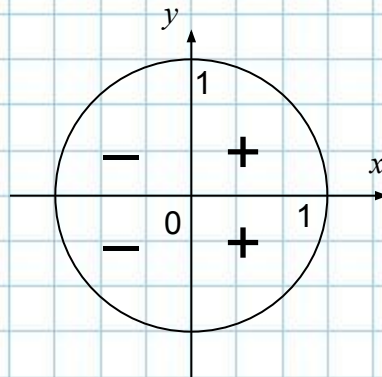
Обратим теперь внимание на 3-й и 4-й столбцы таблицы. Сразу заметим, что в случае четного числа прямых углов тригонометрическая функция остается такой же, а в случае нечетного числа – изменяется на кофункцию (sin на cos, tg на ctg и наоборот), причем аргументом этой функции является остаток.

Осталось разобраться со знаком $\pm$ перед каждым результатом. Это знаки данных функций, зависящие от координатных четвертей. Напомним их:

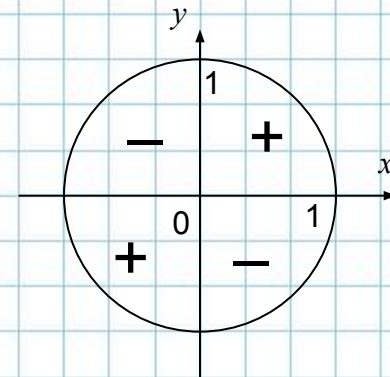
Знаки $\sin$



Знаки $\cos$



Знаки tg и ctg



Важно! Не забудьте определять знак окончательного результата по данной функции, а не той, которая получается в случае с четным или нечетным числом прямых углов!

Отработаем на конкретных примерах, как пользоваться этой таблицей.

Пример 1. Найти $\sin 1020^\circ$.

Решение. Вначале представим данный угол в нужном нам виде:

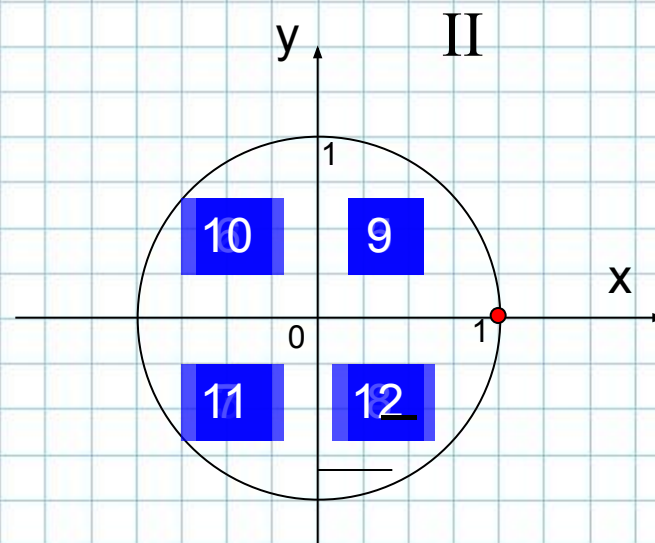
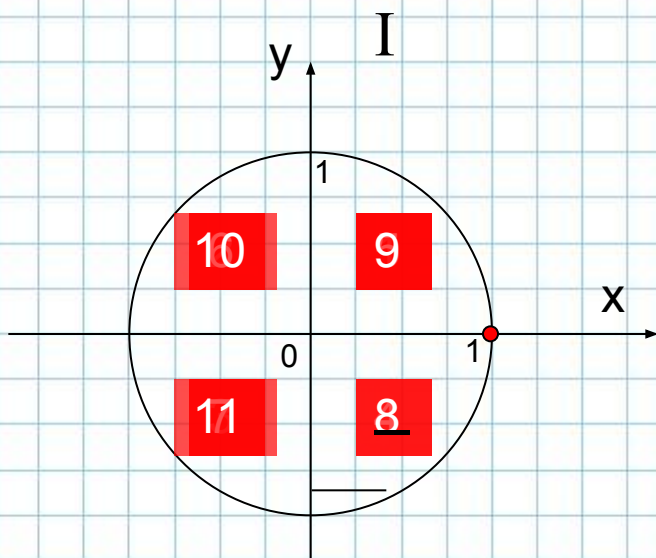
$$1020^\circ = 90^\circ \cdot \underset{\text{I}}{11} + 30^\circ = 90^\circ \cdot \underset{\text{II}}{12} - 60^\circ$$

В первом случае нам придется изменять данную функцию синус на кофункцию – косинус (количество прямых углов нечетное – 11), во втором функция синус сохранится.

$$\text{I} \quad \sin 1020^\circ = \sin(11 \cdot 90^\circ + 30^\circ) = ? \cos 30^\circ$$

$$\text{II} \quad \sin 1020^\circ = \sin(12 \cdot 90^\circ - 60^\circ) = ? \sin 60^\circ$$

Остается невыясненным вопрос о знаке перед полученным результатом. Для его решения нам необходимо уметь работать с единичной тригонометрической окружностью (**внимательно** следите за вращением точки):



В любом случае получается IV четверть, в которой синус отрицательный.

Значит,

$$\sin 1020^{\circ} = \sin(11 \cdot 90^{\circ} + 30^{\circ}) = -\cos 30^{\circ} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 1020^{\circ} = \sin(12 \cdot 90^{\circ} - 60^{\circ}) = -\sin 60^{\circ} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Пример 2. Все этапы решения проделайте самостоятельно (под контролем учителя).

$$\cos \frac{28\pi}{3} =$$

Решение:

$$\cos \frac{28\pi}{3} = \cos \left(9\pi + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \left(18 \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

ещё

$$\cos \frac{28\pi}{3} = \cos \left(19 \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}.$$

В случаях, когда аргумент тригонометрической функции является отрицательным, используют свойства чётности и нечётности тригонометрических функций:

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$$

$$\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$$

Пример 3. Привести к значению тригонометрической функции положительного острого угла значение $\operatorname{tg}(-2000^\circ)$.

Решение:

$$\operatorname{tg}(-2000^\circ) = -\operatorname{tg} 2000^\circ = -\operatorname{tg}(90^\circ \cdot 22 + 20^\circ) = -\operatorname{tg} 20^\circ$$

$$\operatorname{tg}(-2000^\circ) = -\operatorname{tg} 2000^\circ = -\operatorname{tg}(90^\circ \cdot 23 - 70^\circ) = -\operatorname{tg} 70^\circ$$

Т.к. формулы приведения приводят к значению тригонометрических функций **острого** угла, то достаточно держать в памяти:

