

ЕГЭ. Группа В 3. Методы вычисления площадей фигур

Работа учителя математики МОУ
«СОШ №42» г. Воркуты
Курылевой Э. Р.

«Геометрия является самым могущественным средством для изощрения умственных способностей и дает нам возможность правильно мыслить и рассуждать».

Галилео Галилей.

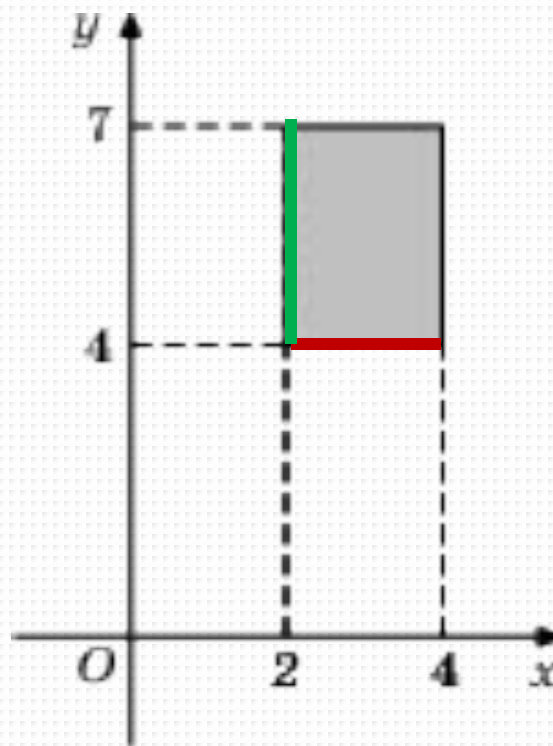
- **«Глядя на мир, нельзя не удивляться»**

• **Козьма Прутков**

Площадь прямоугольника

- $S = a \cdot b$

$$S = 2 \cdot 3 = 6$$



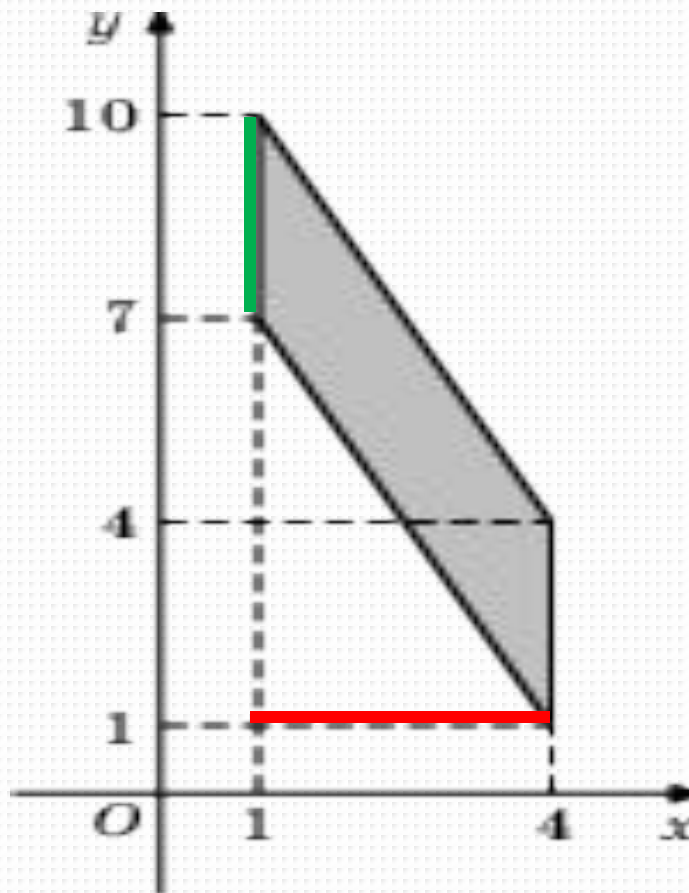
Ответ: 6

Площадь параллелограмма

- $S = a \cdot h$

$$S = 3 \cdot 3 = 9$$

Ответ: 9

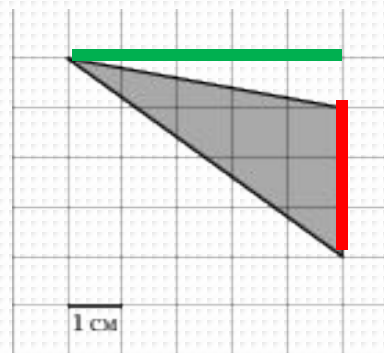


Площадь треугольника

$$S = a \cdot h / 2$$



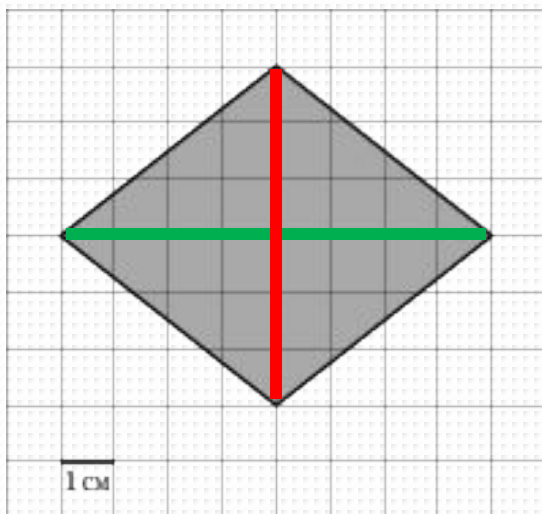
$$S = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$$



$$S = \frac{3 \cdot 5}{2} = 7,5$$

Площадь ромба

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

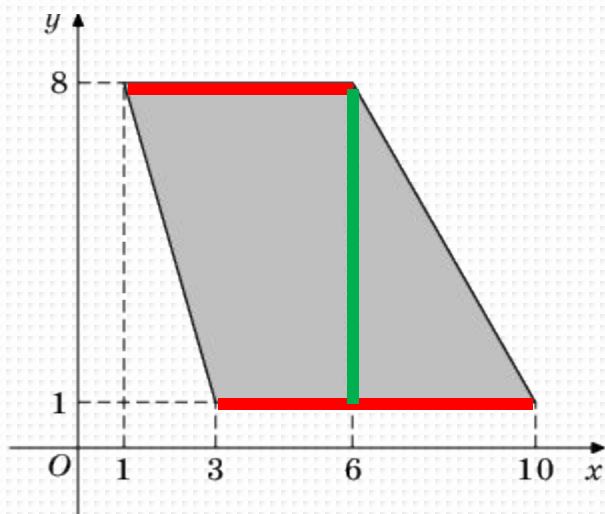


$$S = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$$

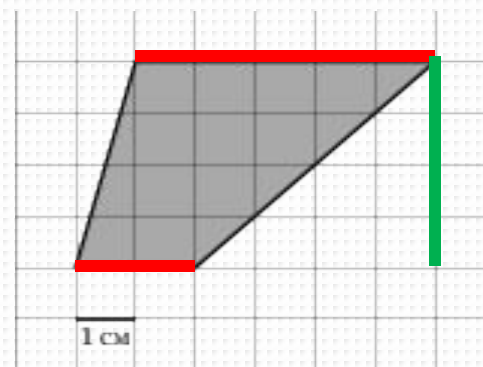
Ответ: 24

Площадь трапеции

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



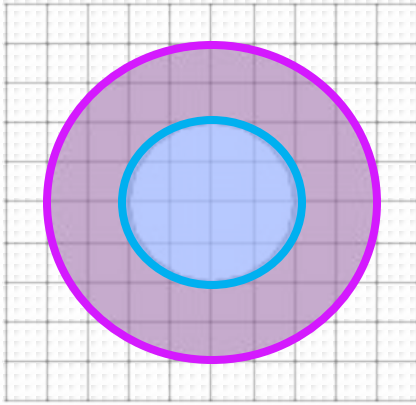
$$S = \frac{5+7}{2} \cdot 7 = 18$$



$$S = \frac{2+5}{2} \cdot 4 = 14$$

Площадь кольца

Найдите площадь кольца, ограниченного concentрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{15}{\sqrt{\pi}}, \frac{11}{\sqrt{\pi}}$.



$$S = \pi R^2$$

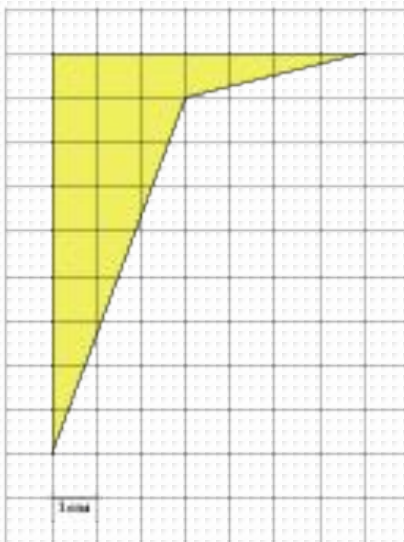
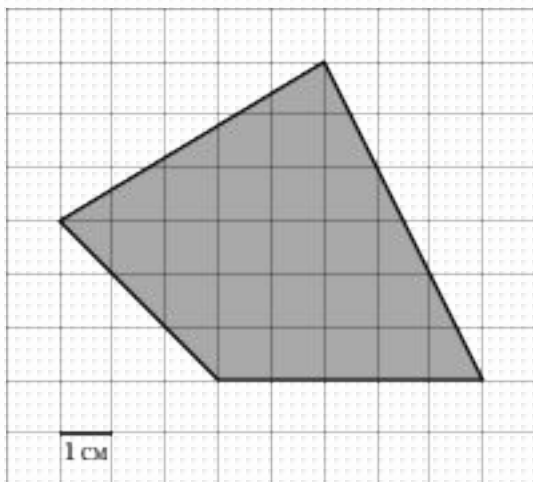
$$S_{\kappa} = S_{\sigma} - S_{\mu}$$

$$R_{\sigma} = \frac{15}{\sqrt{\pi}}, \quad R_{\mu} = \frac{11}{\sqrt{\pi}}$$

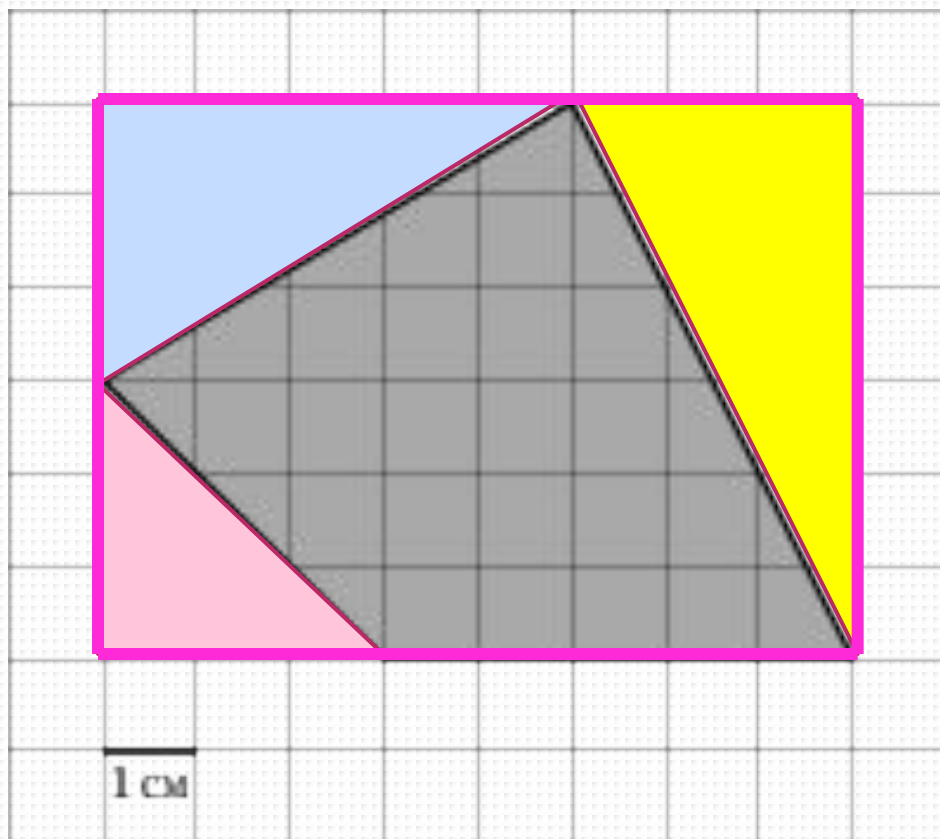
$$S_{\kappa} = \pi \left(\frac{15}{\sqrt{\pi}} \right)^2 - \pi \left(\frac{11}{\sqrt{\pi}} \right)^2 = 225 - 121 = 104.$$

Ответ: **104**

????????????????????????????????



Дополнительное построение



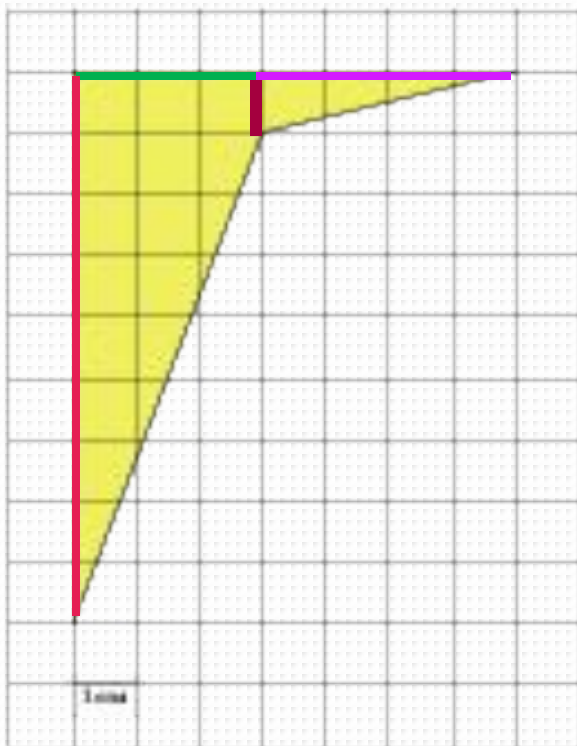
$$S = 6 \cdot 8 - \left(\frac{3 \cdot 5}{2} + \frac{3 \cdot 6}{2} + \frac{3 \cdot 3}{2} \right)$$

$$S = 48 - (7,5 + 9 + 4,5) = 27$$

Ответ: **27**

Разрезание

Получили две фигуры: трапецию и прямоугольный треугольник.



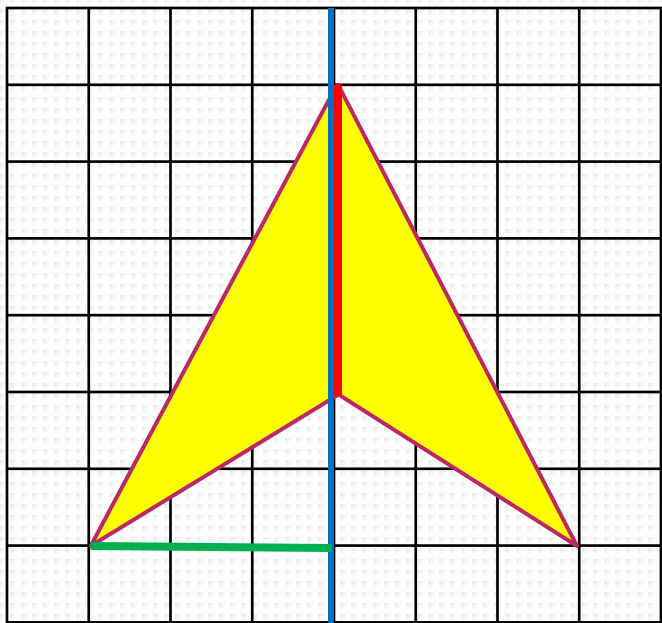
$$S_{tr} = \frac{1+9}{2} \cdot 4 = 20$$

$$S_{треуг} = \frac{1 \cdot 4}{2} = 2$$

$$S = 20 + 2 = 22$$

Ответ: **22**

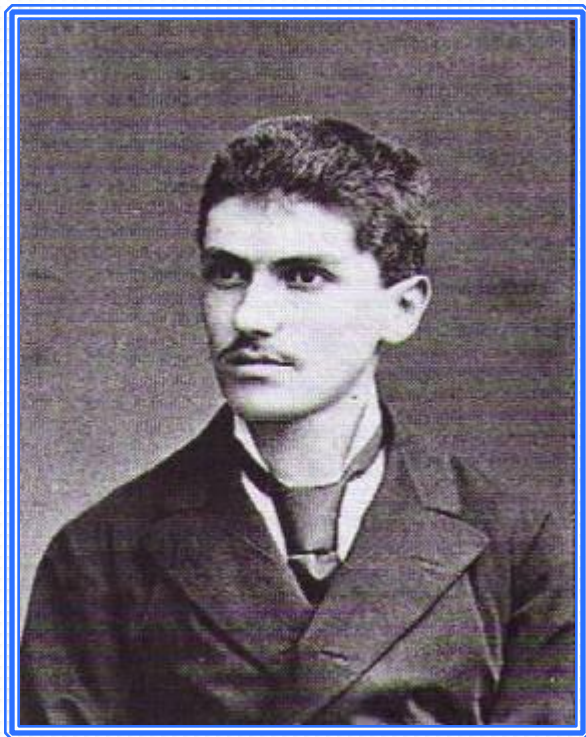
Симметрия



$$S = 2 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = 2 \cdot 6 = 12$$

Ответ: **12**

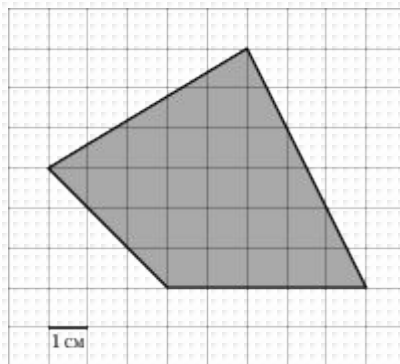
Формула Пика



Георг Алекса́ндр Пик

(10.08.1859-13.07.1942) ,
австрийский математик.

- **Теорема Пика** для вычисления площади многоугольника с целочисленными вершинами .



- Пусть **L** — число целочисленных точек внутри многоугольника,
- **B** — количество целочисленных точек на его границе,
- **S** — его площадь.
- Тогда справедлива **формула Пика**:

$$S=L+B/2-1$$

- Мы будем пользоваться этой в более удобном для нас виде. Введём другие обозначения:

В - число целочисленных точек внутри многоугольника,

Г - количество целочисленных точек на его границе, тогда формула Пика будет иметь вид:

$$S=B+\Gamma/2-1$$

Пример 1. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

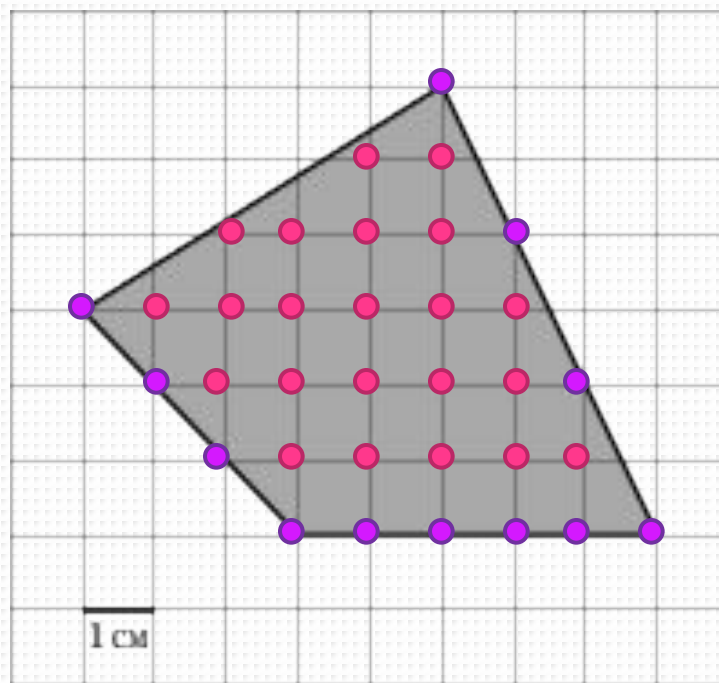
$$B = 22$$

$$\Gamma = 12$$

$$S = B + \frac{\Gamma}{2} - 1$$

$$S = 22 + \frac{12}{2} - 1 = 22 + 6 - 1 = 27$$

Ответ: **27**



Пример 2. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

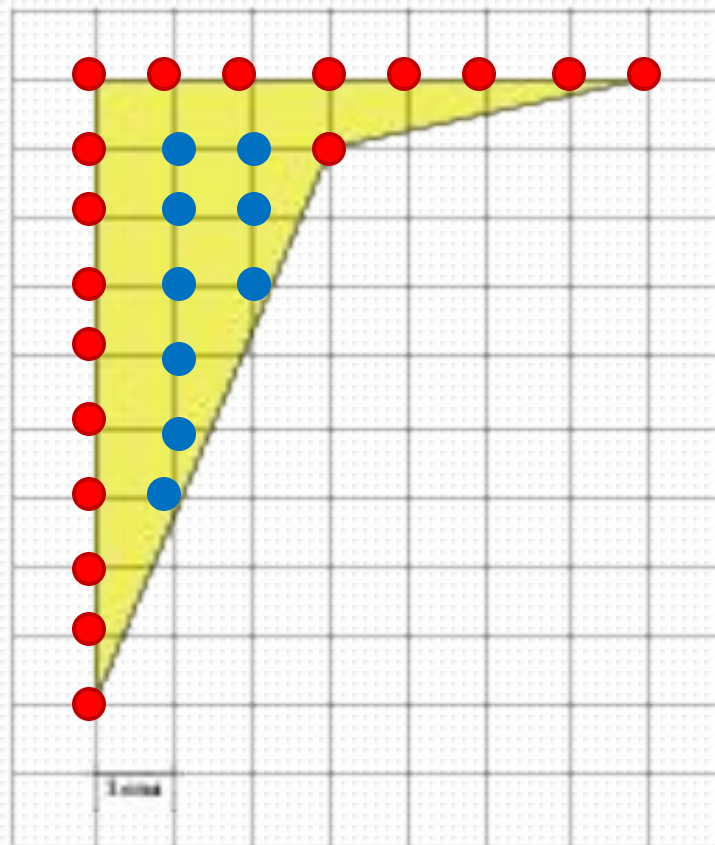
$$B = 9$$

$$\Gamma = 18$$

$$S = B + \frac{\Gamma}{2} - 1$$

$$S = 9 + \frac{18}{2} - 1 = 9 + 9 - 1 = 17$$

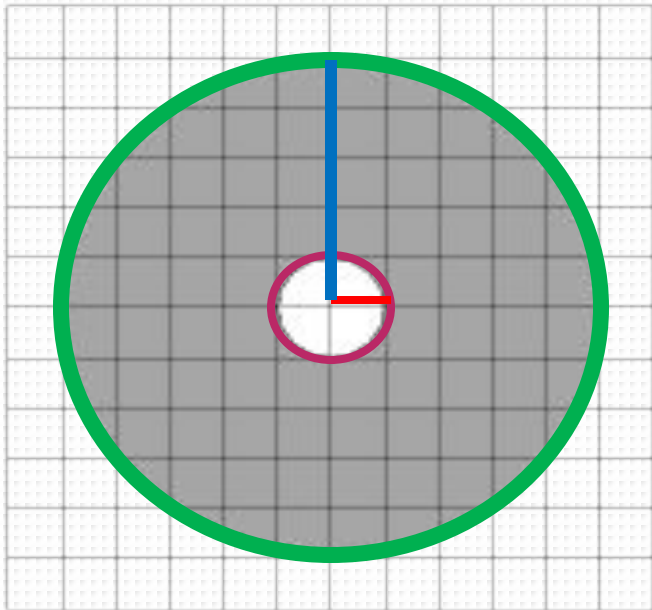
Ответ: **17**



Применение подобия

$$\frac{P_1}{P_2} = k \quad \frac{S_1}{S_2} = k^2$$

На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 45. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



$$S_1 \rightarrow R_1 = 1 \quad S_2 \rightarrow R_2 = 5$$

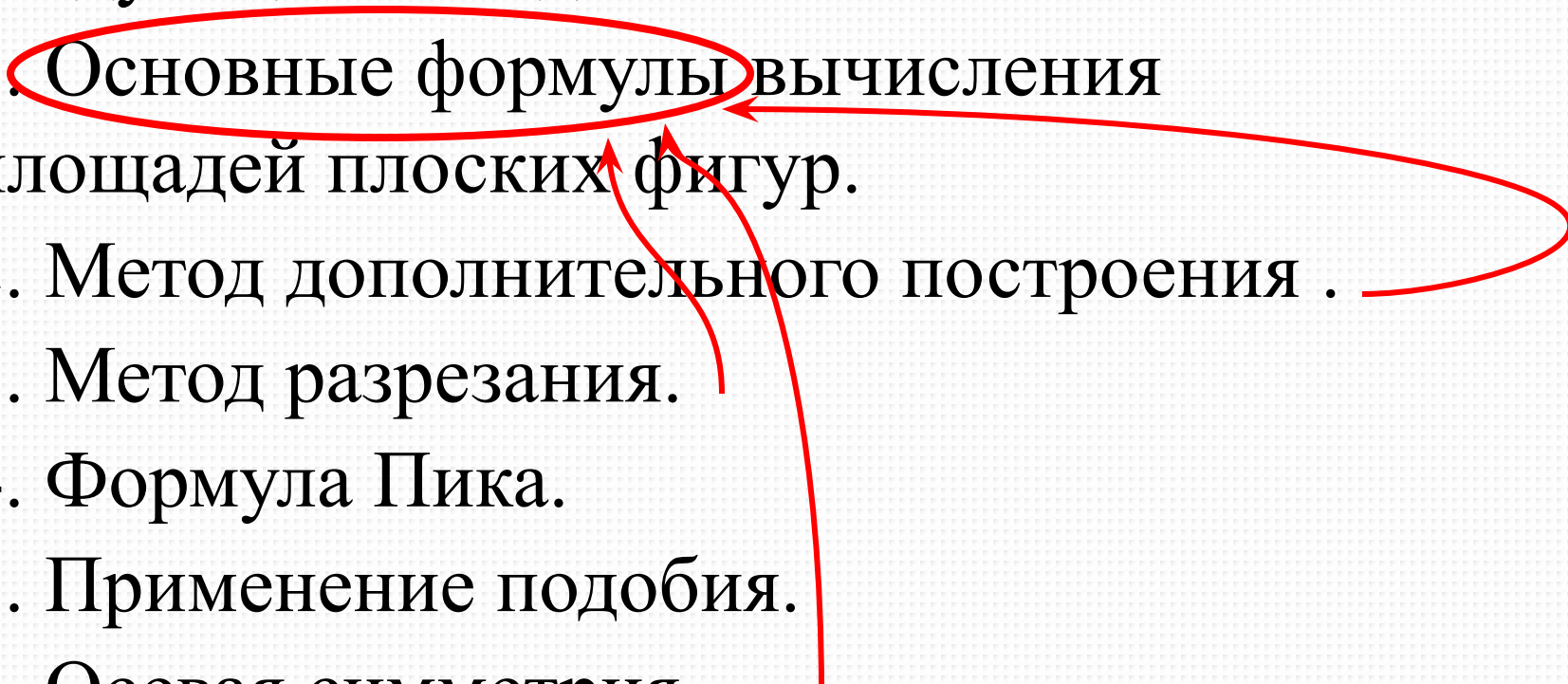
$$\frac{C_1}{C_2} = k = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{5} \quad S_1 = 45$$

$$\frac{45}{S_2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \Rightarrow \frac{45}{S_2} = \frac{1}{25} \Rightarrow S_2 = \frac{45 \cdot 25}{1} = 1125$$

$$S = S_2 - S_1 = 1125 - 45 = 1080$$

Ответ: **1080**

Итоги занятия

- При решении задач на нахождение площадей фигур можно использовать следующие методы:
 - 1. Основные формулы вычисления площадей плоских фигур.
 - 2. Метод дополнительного построения .
 - 3. Метод разрезания.
 - 4. Формула Пика.
 - 5. Применение подобия.
 - 6. Осевая симметрия.
- 
- A red oval highlights the text "Основные формулы вычисления" in the first list item. A red arrow points from the right side of the oval to the word "фигур" in the same item. Another red arrow points from the right side of the oval to the word "построения" in the second list item.

Удачи в учёбе и на
ЕГЭ!

