

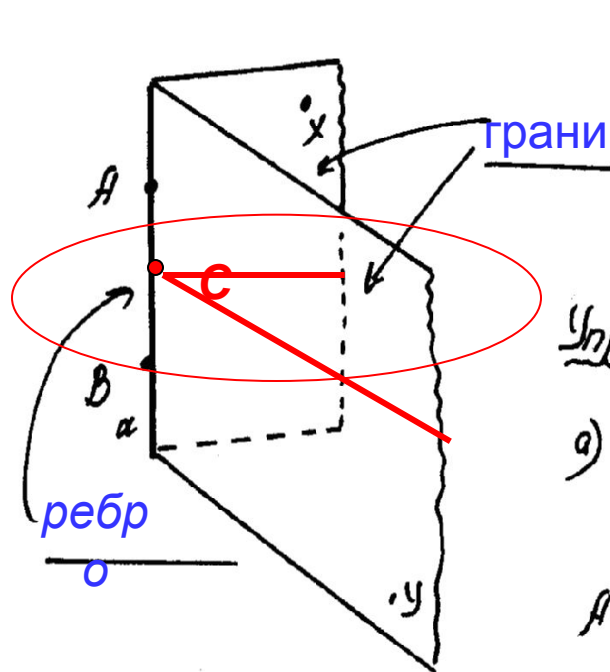
Двугранный угол

Геометрия 10 «А» класс

18.03.2008

Опр.1 Двугранным углом называется

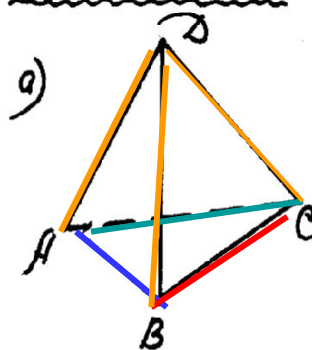
..... геометрическая фигура, состоящая из двух полуплоскостей с
..... общей границей, не развернутых в одну плоскость



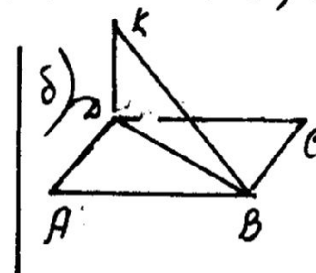
$\angle (x \overline{AB} y)$ произвольные точки, лежащие на гранях

$\angle (x \underline{a} y)$

Упражнение №1: Выписать названия двугранных углов.

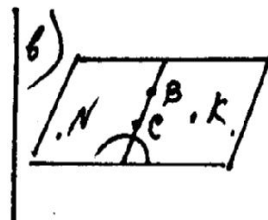


DABC
DBCA
DACB
CADB
CDBA
ADCB



KDBA

KDBC



двугранных углов нет

Рассл. $C \in AB$ (где C - произвольная)

Рассл. $d: C \in d; d \perp AB$ (она суш. _____)

Опр.2 Линейным углом для данного двугранного наз.

сечение двугранного угла плоскостью, перпендикулярной ребру

Линейный угол не зависит от. **от выбора точки C на ребре** (почему?)

Опр.3 Градусной мерой двугранного угла наз.

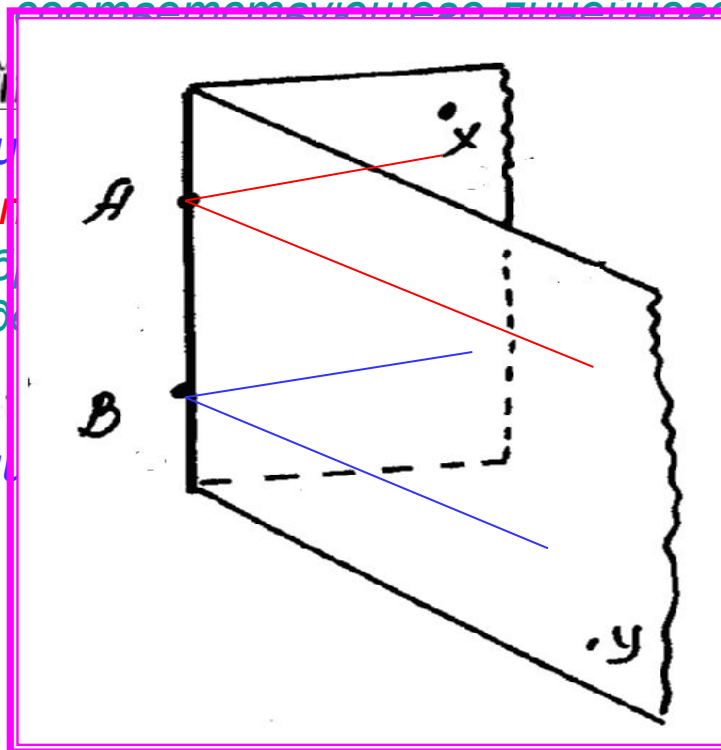
градусная мера соответствующего линейного угла

Способ нахождения (построения) линейного угла

1. Найти (увидеть) ребро и грани
2. **В гранях** найти направления (лучей)
3. (при необходимости) заменить выбранные направления лучами с общим началом на ребре двугранного угла

При изображении сохраняется

параллельность и отношение длин

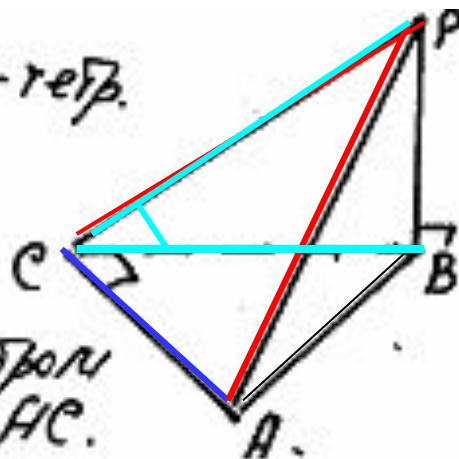


Задача 1 Дано: $PABC$ -тетр.

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$$PB \perp ABC.$$

Указать: лин. $\angle$ для
двугранного с ребром
 AC .



Решение

Ребро AC грани ACP и ACB

1. В грани ACB прямая CB перпендикулярна ребру CA (по условию)

2. В грани ACP прямая CP перпендикулярна ребру CA
(по теореме о трех перпендикулярах)

Значит угол PCB - линейный для двугранного угла с ребром AC

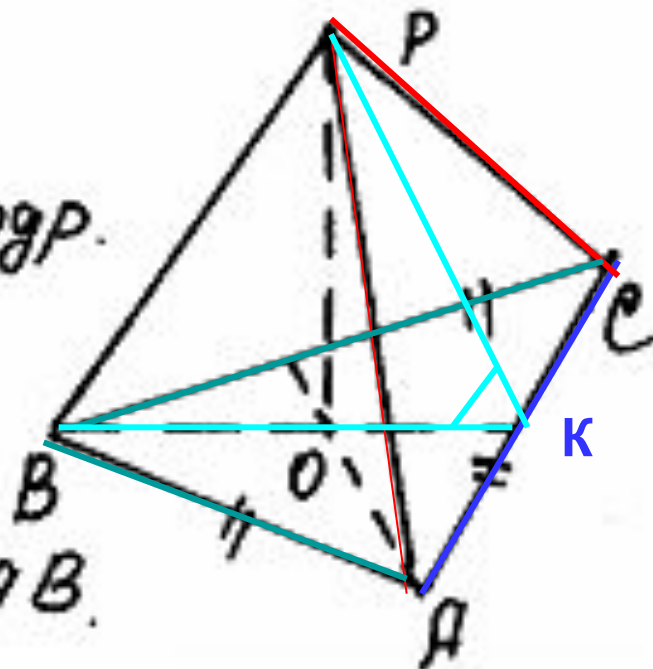
Задача 2. Дано $РABC$ -тетраэдр.

$\triangle ABC$ - правильный

O - центр $\triangle ABC$.

$PO \perp ABC$.

Указать: лн. $\angle$ для $\angle PCAV$.



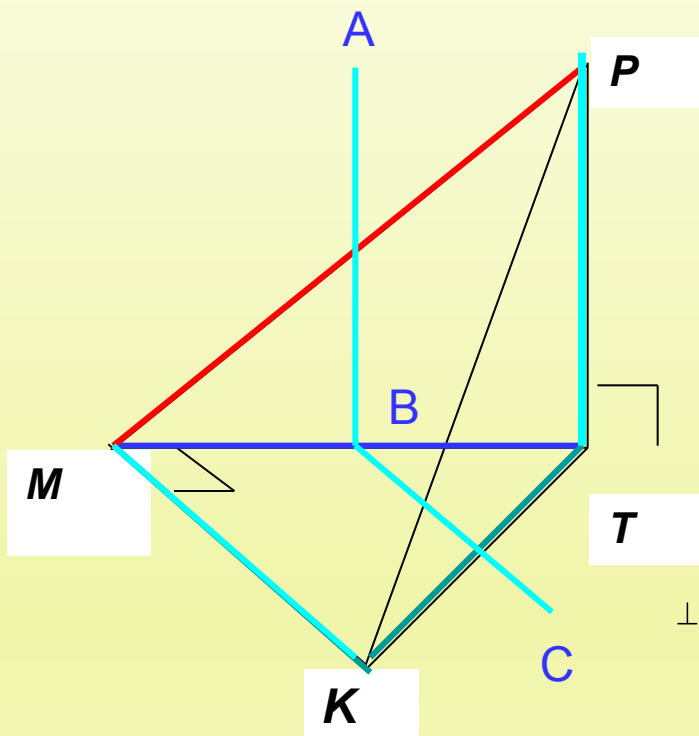
Решение

Ребро **AC**, грани **ACP** и **ACB**

1. (по свойству равностороннего треугольника)

2. (по теореме о трех перпендикулярах)

Значит, угол **PKB** - линейный для двугранного угла с $PCAV$



№ 1.

Дано:

KMPR – тетраэдр

$\angle TMK = 90^\circ$

$MK = MT$

$PT \perp MKT$

Указать:

линейные углы для
двугранных углов

а). $PTMK$,

б). $PMKT$,

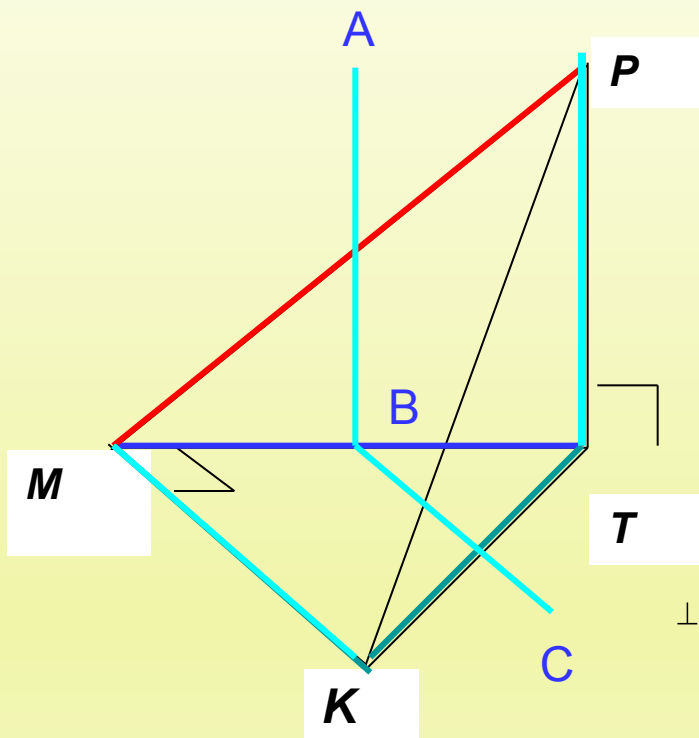
в). $PKTM$

а). Двугранный угол **PTMK**:

(1) ребро **MT**, грани **MTP** и **MTK**

(2) В грани **MTP** прямая **TP** перпендикулярна ребру **MT**
(по определению прямой, перпендикулярной плоскости)

В грани **MTK** прямая **MK** перпендикулярна ребру **MT**
(по условию)



№ 1.

Дано:

KMPR – тетраэдр

$\angle TMK = 90^\circ$

$MK = MT$

$PT \perp MKT$

Указать:

линейные углы для
двугранных углов

а). $PTMK$,

б). $PMKT$,

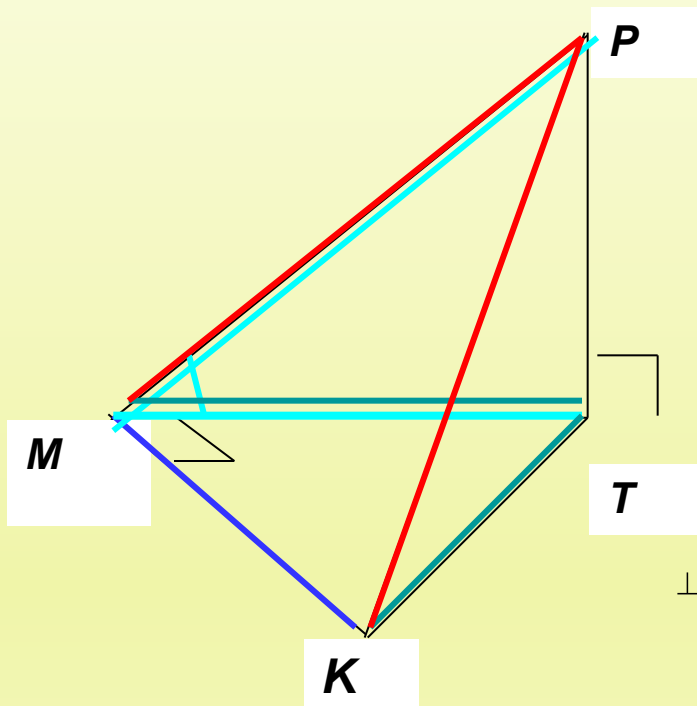
в). $PKTM$

а). Двугранный угол **PTMK**:

AB параллельна PT (по построению), а так как PT перпендикулярна ребру MT (по доказанному), то AB перпендикулярна ребру MT (по лемме о связи параллельности и перпендикулярности)

Аналогично BC перпендикулярна ребру MT

Значит, угол ABC – искомый



№ 1.

Дано:

$KMPR$ – тетраэдр

$\angle TMK = 90^\circ$

$MK = MT$

$PT \perp MKT$

Указать:

линейные углы для
двугранных углов

а). $PTMK$,

б). $PMKT$,

в). $PKTM$

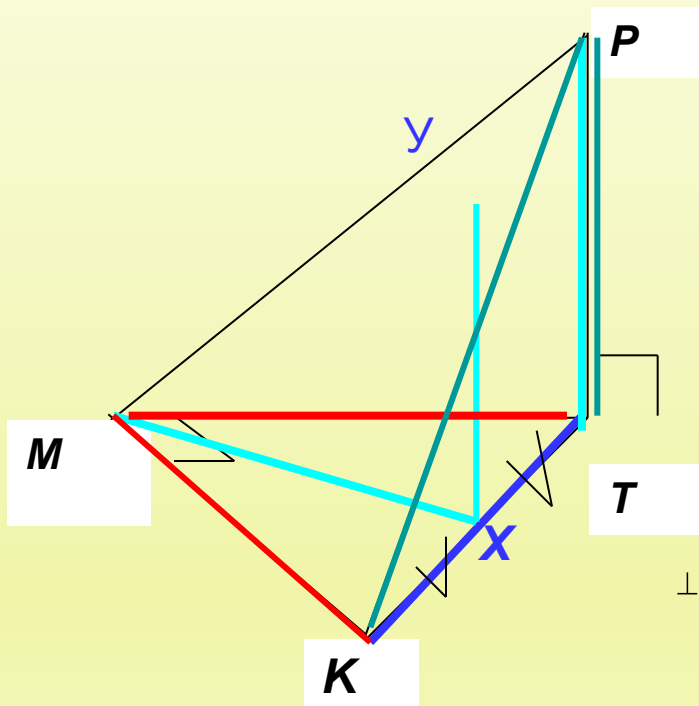
б). Двугранный угол **PMKT**:

(1) ребро **МК**, грани **МКР** и **МКТ**

(2) В грани **МТК** прямая **МТ** перпендикулярна ребру **МК** (по условию)

В грани **МКР** прямая **МР** перпендикулярна ребру **МК**
(по теореме о трех перпендикулярах)

Ответ. Угол **РМТ** - линейный для двугранного угла с **PMKT**



№ 1.

Дано:

$KMPR$ – тетраэдр

$\angle TMK = 90^\circ$

$MK = MT$

$PT \perp MKT$

Указать:

линейные углы для
двугранных углов

а). $PTMK$,

б). $PMKT$,

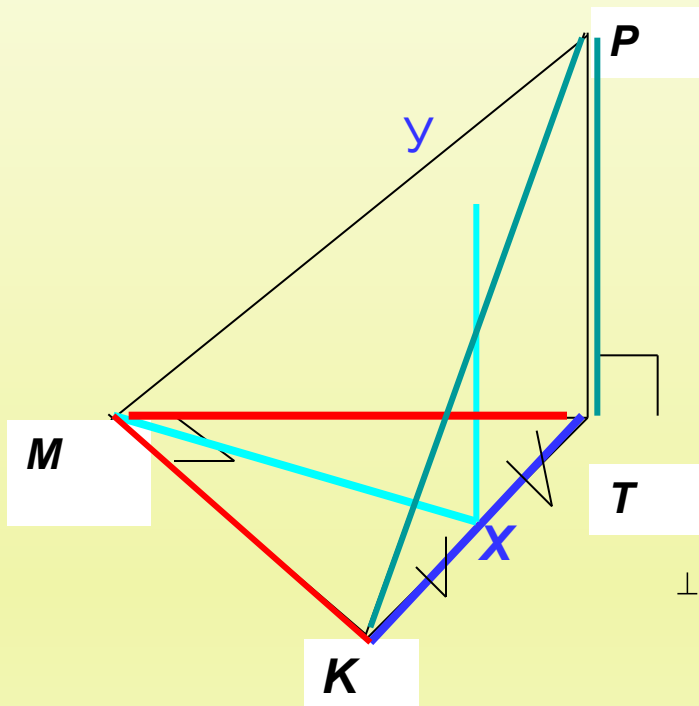
в). $PKTM$

в). Двугранный угол $PTKM$:

(1) ребро TK , грани TKM и TKP

(2) В грани MTK прямая MX , где X – середина KT , перпендикулярна ребру KT (по свойству равнобедренного треугольника)

В грани KPT прямая PT перпендикулярна ребру KT
(по определению прямой перпендикулярной плоскости)



№ 1.

Дано:

KMPR – тетраэдр

$\angle TMK = 90^\circ$

$MK = MT$

$PT \perp MKT$

Указать:

линейные углы для
двугранных углов

а). $PTMK$,

б). $PMKT$,

в). $PKTM$

в). Двугранный угол **РТКМ**:

(3) Построим прямую **UX** параллельно прямой PT , она будет лежать в
плоскости PKT (почему?),

получим, что прямая XU перпендикулярно ребру KT

(по лемме о связи параллельности и перпендикулярности)

Значит, искомый угол **UXM**

Пример вычислительной задачи по теме «Двугранный угол»

- 173** Ребро CD тетраэдра $ABCD$ перпендикулярно к плоскости ABC , $AB=BC=AC=6$, $BD=3\sqrt{7}$. Найдите двугранные углы $DACB$, $DABC$, $BDCA$.

Для тех, кто недостаточно хорошо справился с задачами урока, предлагается

необязательное домашнее задание:

1. Сделать модели к зачетным задачам №1-4 (см. стр.2-4 конспекта), изменив названия вершин и положение тетраэдра, но не меняя отличительных черт задачи: например, в задаче №1 в основании тетраэдра должен лежать прямоугольный равнобедренный треугольник, а вершина должна проектироваться в одну из вершин острого угла основания. К модели приложить запись решения задачи. Модель может быть как объемной, так и складной. Своей моделью можно будет пользоваться на зачете.
2. Оформить решение задачи, аналогичной разобранной зачетной задачи №1, в виде презентации.
3. Придумать несколько задач, аналогичных зачетным задачам №1 и №2, и оформить каждую из них по образцу на стр.2-3 конспекта. Каждая страница оценивается максимальным баллом 1. Нормы оценок по количеству сданных страниц.

Теоретические вопросы опроса для 1 подгруппы

- Определение двугранного угла
- Определение градусной меры двугранного угла
- Определение линейного угла для данного двугранного
- Утверждение о количестве линейных углов для данного двугранного
- Способ построения линейного угла
- Особенности изображения пространственных геометрических фигур на плоскости