

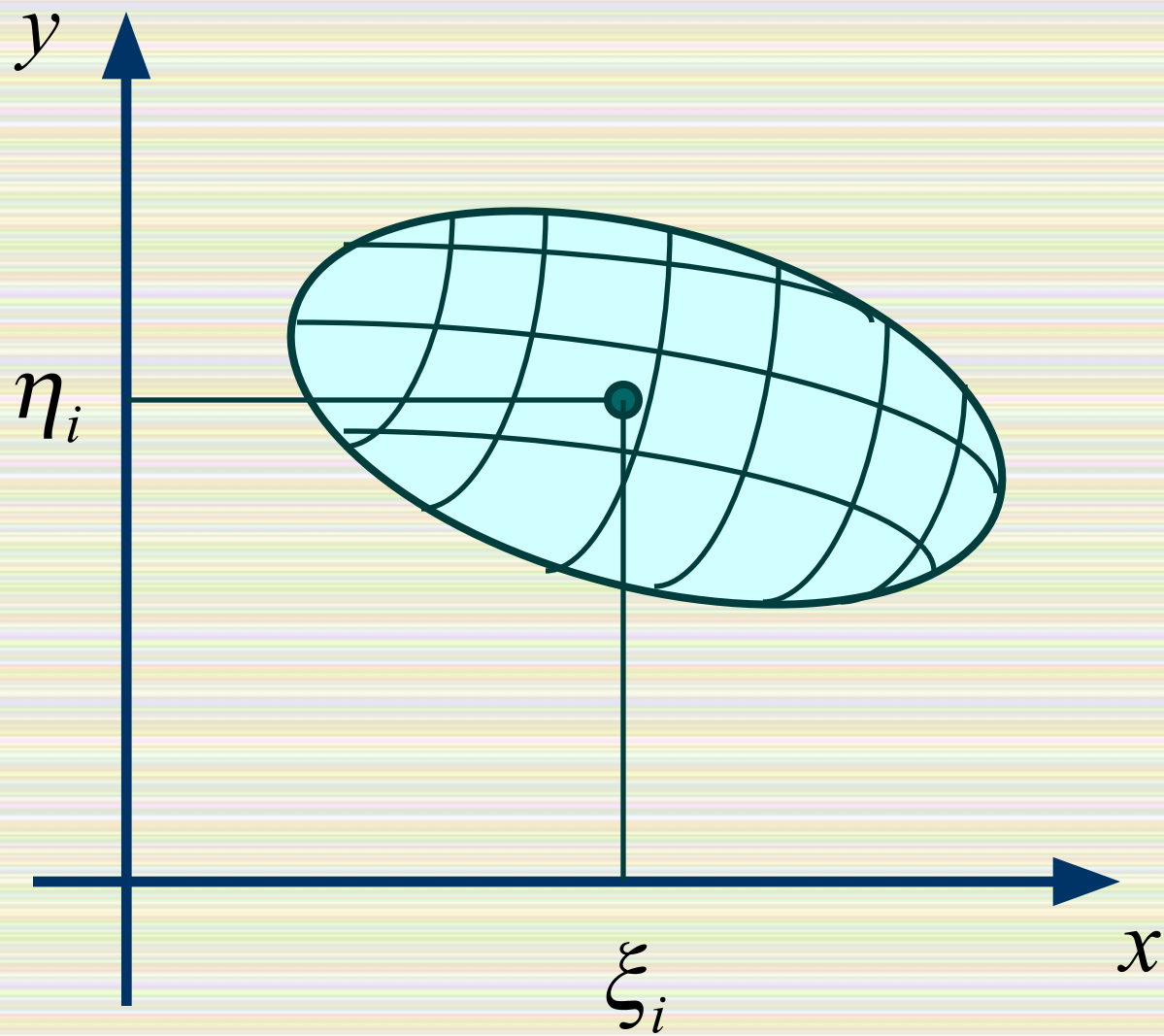
17. ДВОЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

17.1. ПОНЯТИЕ ДВОЙНОГО ИНТЕГРАЛА

Пусть D – замкнутая и ограниченная область на плоскости XOY и в ней определена произвольная ограниченная функция $z=f(x,y)$.

Разобьем область D сетью кривых на n произвольных частей D_i с площадями ΔS_i .

В каждой из областей D_i выберем точку (ξ_i, η_i) .



Сумму вида

$$\sigma = \sum_{i=1}^n f(\xi_i, \eta_i) \cdot \Delta S_i$$

*называют интегральной суммой
для функции $z=f(x,y)$ в области D .*



Интегральная сумма зависит от способа разбиения отрезка и выбора точек (ξ_i, η_i) .

Диаметром d области D называется наибольшее расстояние между граничными точками этой области.

Пусть $\max d$ – наибольший из всех диаметров частичных областей. Тогда

*Если существует конечный предел
интегральной суммы при $\max d \rightarrow 0$
не зависящий от способа разбиения
области D и выбора точек (ξ_i, η_i) , то он
называется двойным интегралом от
функции $z=f(x,y)$ по области D .*

$$\lim_{\max d \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i, \eta_i) \cdot \Delta S_i = \iint_D f(x, y) dS$$

Функция $z=f(x,y)$ называется интегрируемой в области D .

Область D называется областью интегрирования.

x, y – называются переменными интегрирования.

$dS = dx dy$ - элемент площади.

ТЕОРЕМА.

*Если функция $f(x,y)$ непрерывна
в замкнутой ограниченной
области, то она интегрируема
в этой области.*