

Государственная (итоговая) аттестация

Движение по окружности (замкнутой трассе)

Обучающие модули для дистанционной самоподготовки

Савченко Елена Михайловна,
учитель математики высшей квалификационной категории.
Муниципальное общеобразовательное учреждение гимназия №1,
г. Полярные Зори, Мурманская обл.

XIV Всероссийский конкурс методических разработок «Сто друзей»

Если два велосипедиста одновременно начинают движение по окружности в одну сторону со скоростями v_1 и v_2 соответственно ($v_1 > v_2$ соответственно), то 1-й велосипедист приближается ко 2 со скоростью $v_1 - v_2$.

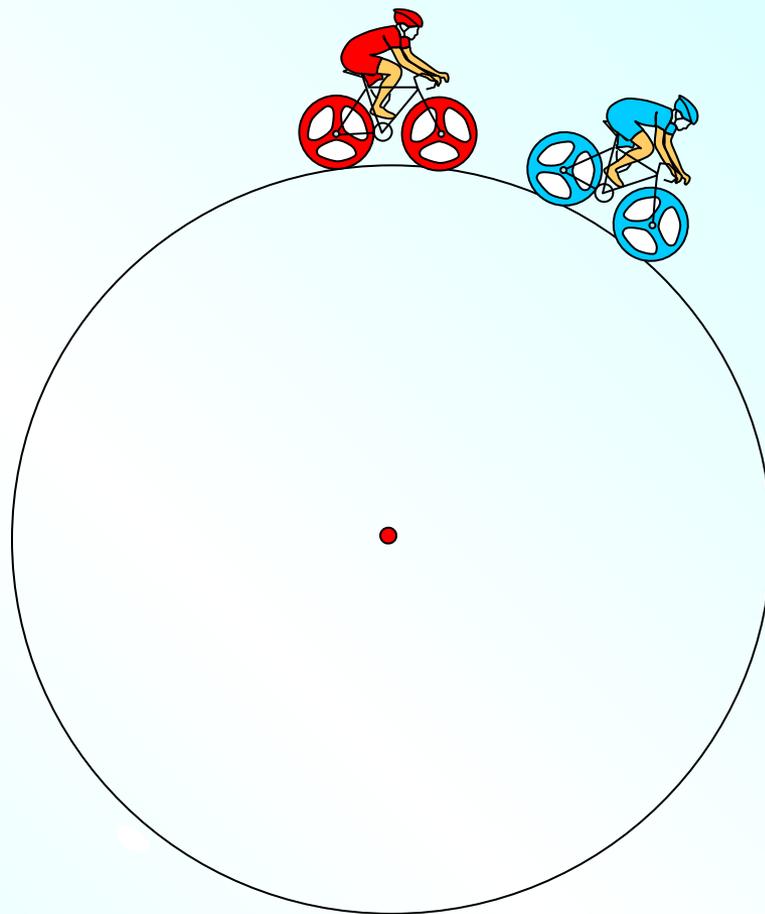
В момент, когда 1-й велосипедист в первый раз догоняет 2-го, он проходит расстояние на один круг больше.

Показать

В момент, когда 1-й велосипедист во второй раз догоняет 2-го, он проходит расстояние на два круга больше и т.д.

Продолжит

ь



1. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 15 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 60 км/ч, скорость второго равна 80 км/ч. Сколько минут с момента старта пройдет, прежде чем первый автомобиль будет опережать второй ровно на 1 круг?

	v , км/ч	t , ч	S , км
1 красный	60	x	$60x$
2 зеленый	80	x	$80x$

на 15 км меньше (1 круг)



Уравнение: $80x - 60x = 15$

x получим в часах.

Не забудь перевести в минуты.



Показать

Ответ: 45

2. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 10 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 90 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

	$v, \text{ км/ч}$	$t, \text{ ч}$	$S, \text{ км}$
1 автомоб.	90	$\frac{2}{3}$	$90 \cdot \frac{2}{3}$
2 автомоб.	x	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}x$

на 10 км больше (1 круг)

Уравнение: $90 \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3}x = 10$



Показать

Ответ: 75

3. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

	$v, \text{ км/ч}$	$t, \text{ ч}$	$S, \text{ км}$
1 красный	x	t	tx
2 синий	$x+21$	t	$t(x+21)$

Уравнение: $t(x + 21) - tx = 7$

t получим в часах.

Не забудь перевести в минуты.

Сколько кругов проехал каждый мотоциклист нам не важно. Важно, что синий проехал до точки встречи на половину круга больше, т. е. на 7 км.

Показать

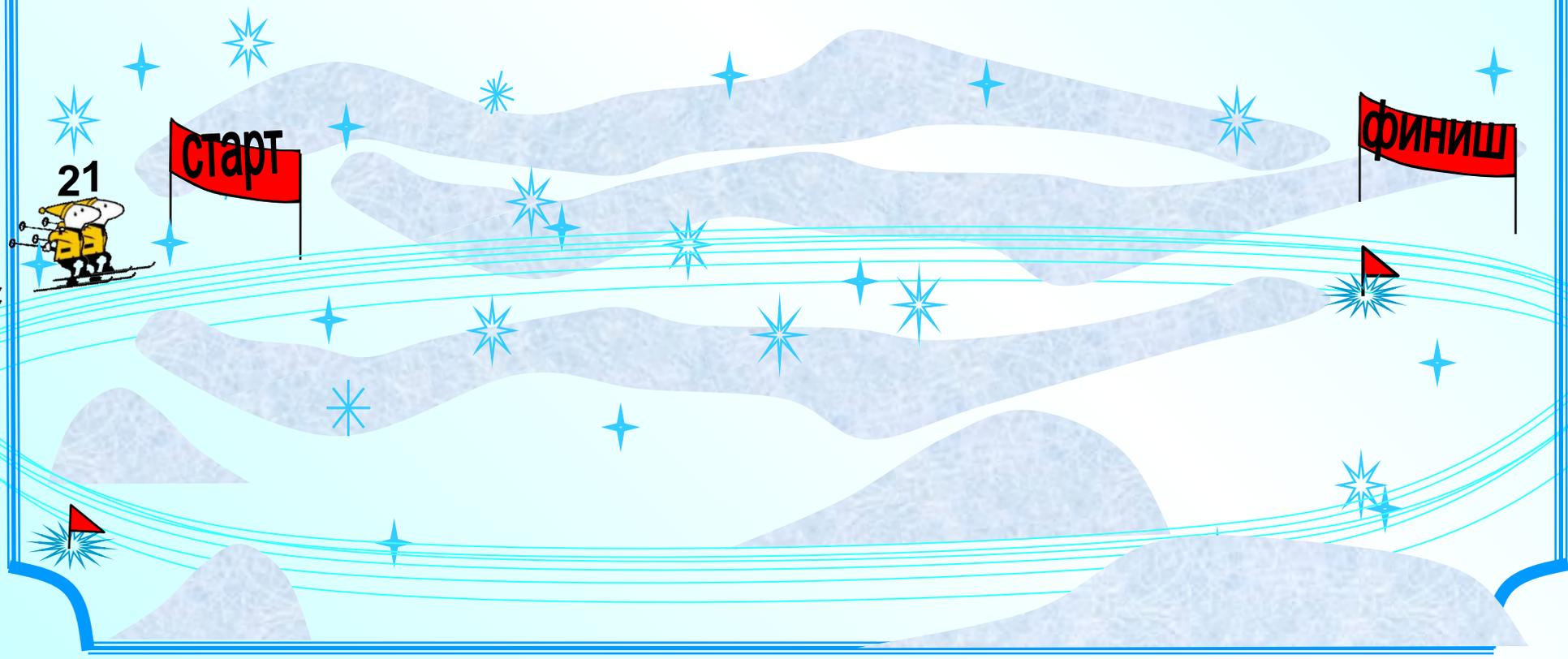
Еще способ в комментариях. Ответ: 20



4. Лыжные соревнования проходят на круговой лыжне. Первый лыжник проходит один круг на 2 минуты быстрее второго и через час опережает второго ровно на один круг. За сколько минут второй лыжник проходит один круг?

Показать

Пусть полный круг – 1 часть.



4. Лыжные соревнования проходят на круговой лыжне. Первый лыжник проходит один круг на 2 минуты быстрее второго и через час опережает второго ровно на один круг. За сколько минут второй лыжник проходит один круг?

Это условие поможет ввести x ...

	t , мин	S , часть	v , часть/мин
1 лыжник	x	1	$\frac{1}{x}$
2 лыжник	$x+2$	1	$\frac{1}{x+2}$

Сначала выразим скорость каждого лыжника. Пусть за x мин 1-й лыжник проходит полный круг. Вторым на 2 минуты больше, т.е. $x+2$.

	v , круг/мин	t , мин	S , км
1 лыжник	$\frac{1}{x}$	60	$\frac{60}{x}$
2 лыжник	$\frac{1}{x+2}$	60	$\frac{60}{x+2}$

на 1 круг больше

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+2} = 1$$

Ответ: 10

5. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна **80 км/ч**, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

	v , км/ч	t , ч	S , км
1 желтый	80	$\frac{2}{3}$	$80 \cdot \frac{2}{3}$
2 синий	x	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}x$

на 14 км больше (1 круг)



Уравнение: $80 \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3}x = 14$

Можно было сначала найти скорость вдогонку: $80 - x$
Тогда уравнение будет выглядеть так:

Показать

$$t \cdot v = S$$

$$\frac{2}{3}(80 - x) = 14$$

Нажать на кнопку можно несколько раз. Сколько кругов проехал каждый автомобиль нам не важно. Важно, что желтый автомобиль проехал на 1 круг больше, т.е. на 14 км.

Ответ: 59

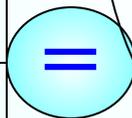
6. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз.

Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.



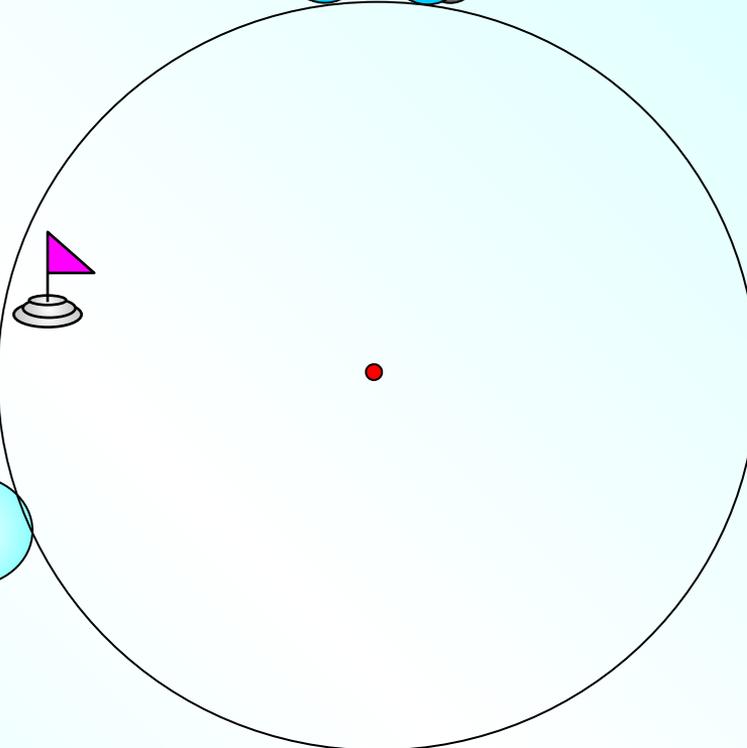
1 встреча. Велосипедист был до 1 встречи 40 мин ($\frac{2}{3}$ ч), мотоциклист 10 мин ($\frac{1}{6}$ ч). А расстояние за это время они проехали равное.

	$v, \text{ км/ч}$	$t, \text{ ч}$	$S, \text{ км}$
1 мотоцикл.	x	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}x$
2 велосип.	y	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}y$



1 уравнение:
$$\frac{1}{6}x = \frac{2}{3}y$$

Показать



6. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км.



Ответ дайте в км/ч.

2 встреча. Велосипедист и мотоциклист были в пути до 2-й встречи 30 мин (1/2 ч). А расстояние за это время мотоциклист проехал на 1 круг больше.



	$v, \text{ км/ч}$	$t, \text{ ч}$	$S, \text{ км}$
1 мотоцикл.	x	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}x$
2 велосип.	y	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}y$

на 30 км больше (1 круг)

$$\frac{1}{6}x = \frac{2}{3}y$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 30$$

2 уравнение: $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 30$

Искомая величина – x

Показать
(2)

7. Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?

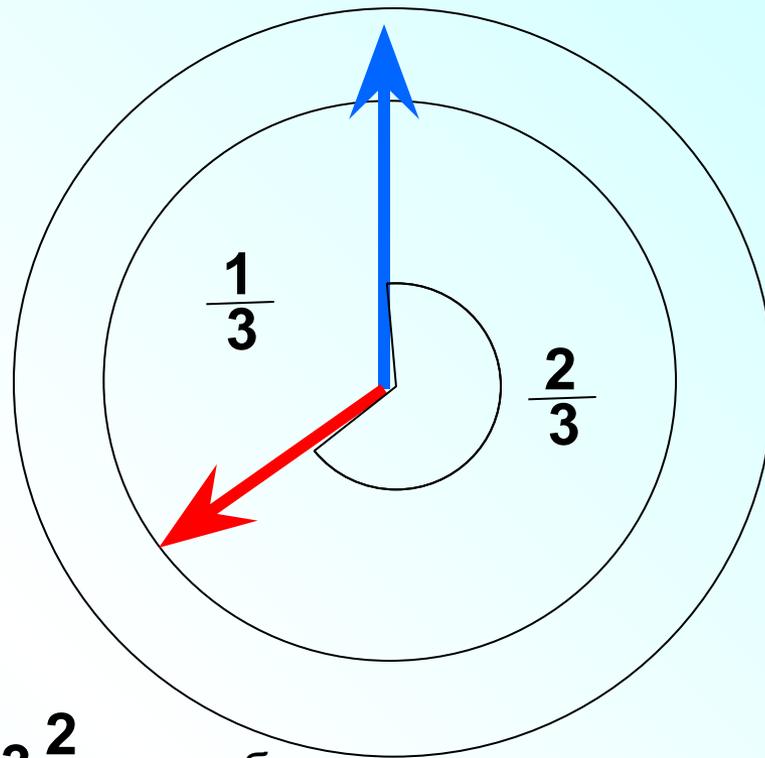
В первый раз минутной стрелке надо пройти на $\frac{2}{3}$ круга больше, чтобы догнать минутную стрелку.

Во 2-й раз – еще на 1 круг больше.

В 3-й раз – еще на 1 круг больше.

В 4-й раз – еще на 1 круг больше.

Всего на $3\frac{2}{3}$ круга больше



	v , круг/ч	t , ч	S , круг
минутная	1	x	$1x$
часовая	$\frac{1}{12}$	x	$\frac{1}{12}x$

на $3\frac{2}{3}$ круга больше

$$1x - \frac{1}{12}x = 3\frac{2}{3}$$

Ответ: 240 мин

Проверка

В первый раз минутной стрелке надо пройти на $\frac{2}{3}$ круга больше, чтобы догнать минутную стрелку.

Во 2-й раз – еще на 1 круг больше.

В 3-й раз – еще на 1 круг больше.

В 4-й раз – еще на 1 круг больше.

Всего на $3\frac{2}{3}$ круга больше



Показать
(4)

Другой способ – в комментариях.

ЕГЭ 2010. Математика. Задача В12.
Под редакцией А. Л. Семенова и И. В. Яценко
<http://www.2x2abc.com/forum/users/2010/B12.pdf>

Открытый банк заданий по математике. ЕГЭ 2011
<http://mathege.ru/or/ege/Main.html>

Лыжник

<http://officeimg.vo.msecnd.net/en-us/images/MH900282779.gif>

Рисунки автора <http://le-savchen.ucoz.ru/index/0-67>

