

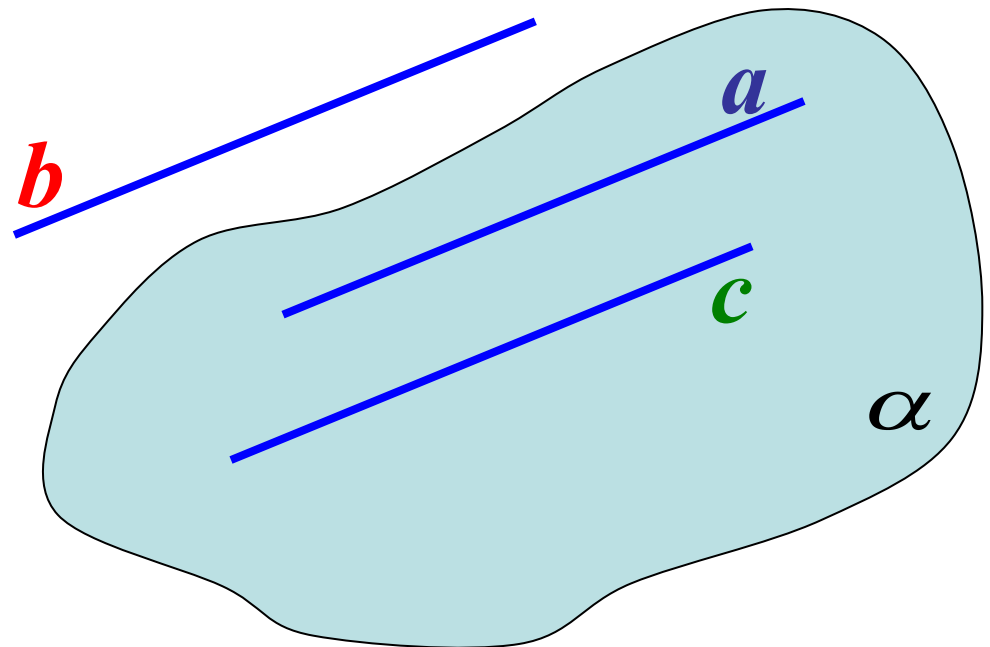
**Две прямые, параллельные
третьей прямой**

Теорема о параллельности трех прямых в пространстве

Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны

Дано: $a \parallel b$ и $c \parallel b$

Доказать: $a \parallel c$

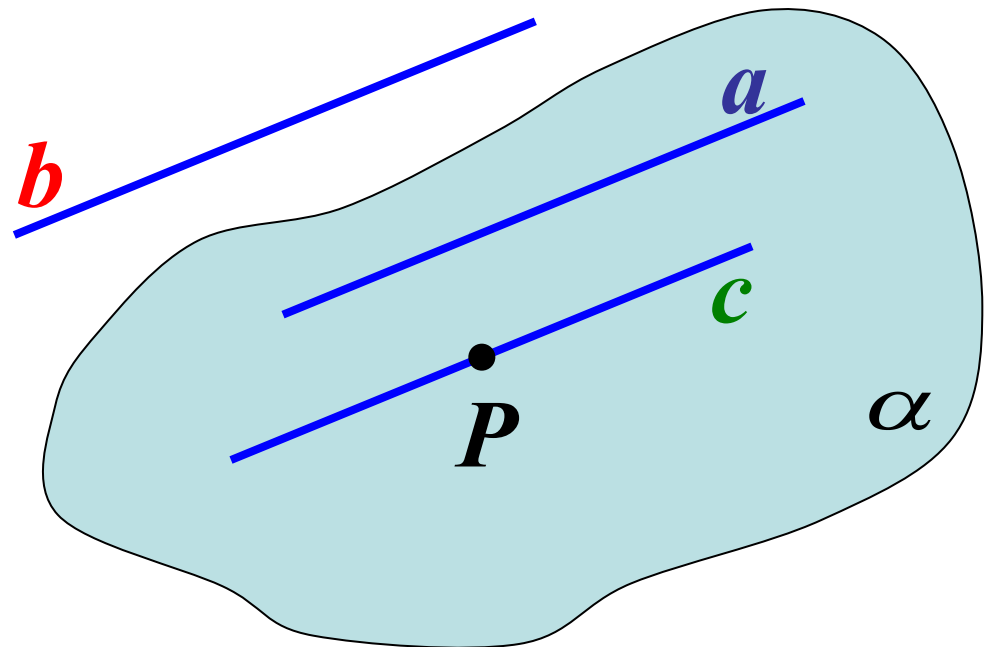


Теорема о параллельности трех прямых в пространстве

Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны

Доказать:

- 1) Прямые a и b лежат в одной плоскости.
- 2) Не пересекаются.



Теорема.

Две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны.

Лемма.

Если одна из параллельных прямых пересекает плоскость, то и другая пересекает эту плоскость

Дано: $a \parallel b$; $a \cap \alpha = A$.

Доказать: $b \cap \alpha = B$.

Доказательство.

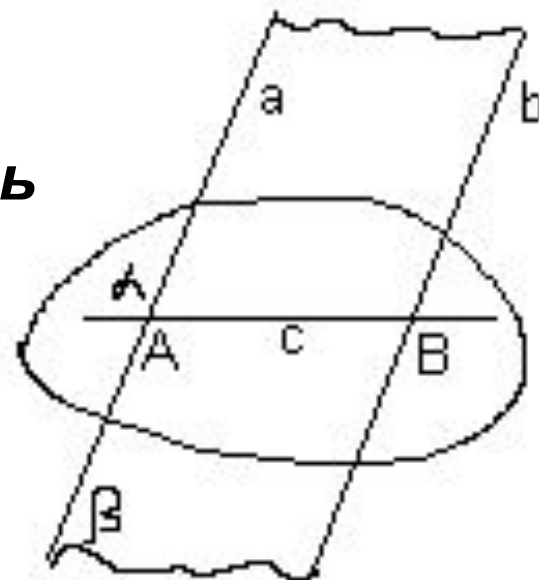
1) $\exists ! \beta \mid a \subset \beta \text{ и } b \subset \beta$

2) $A \in \alpha \text{ и } A \in \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta = c \mid$

$A \in c$;

3) β : $a \cap c = A$, $a \parallel b \Rightarrow b \cap c = B$;

4) $B \in \alpha$, $b \not\subset \alpha$, значит, $b \cap \alpha = B$.



***Две прямые, лежащие в одной плоскости,
и не имеющие общих точек, называются
параллельными***

Доказательство от противного.

$$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

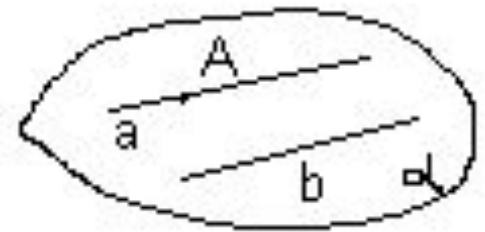
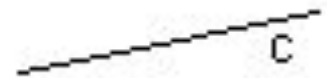
Дано: $a \parallel c$; $b \parallel c$.

Доказать: $a \parallel b$.

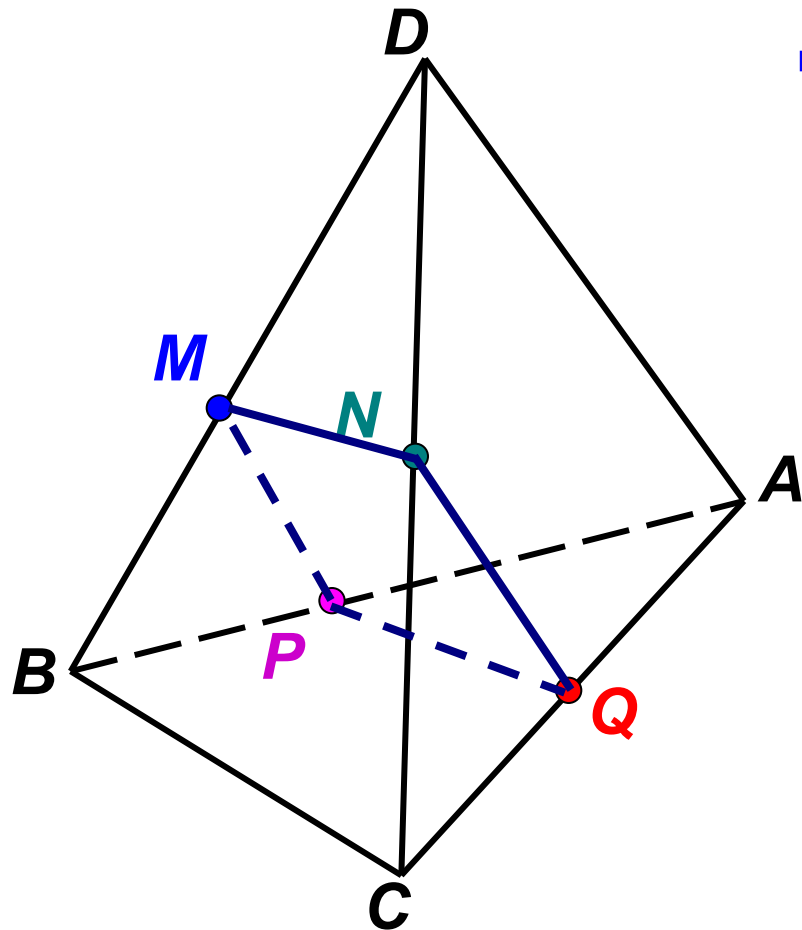
Доказательство

1) Предположим, что $a \cap b = O$,
тогда $O \in a$, $a \parallel c$ и $O \in b$, $b \parallel c$ –
противоречие с доказанной теоремой, то есть, $a \cap b = \emptyset$.

2) Предположим, что a и b не лежат в одной плоскости.
Рассмотрим $A \in a$, тогда $\exists! \alpha \mid A \in \alpha$ и $b \subset \alpha$, причем, $a \cap \alpha = A$.
По лемме, так как $c \parallel a$, то $c \cap \alpha = C \mid C \notin b$, поскольку $c \parallel b$.
Следовательно, $c \nsubseteq b$ – противоречие.
Таким образом, $a \subset \alpha$, $b \subset \alpha$ и $a \cap b = \emptyset$, то есть, $a \parallel b$.



Задача №17.



Дано: M – середина BD

N – середина CD

Q – середина AC

P – середина AB

AD = 12 см; BC = 14 см

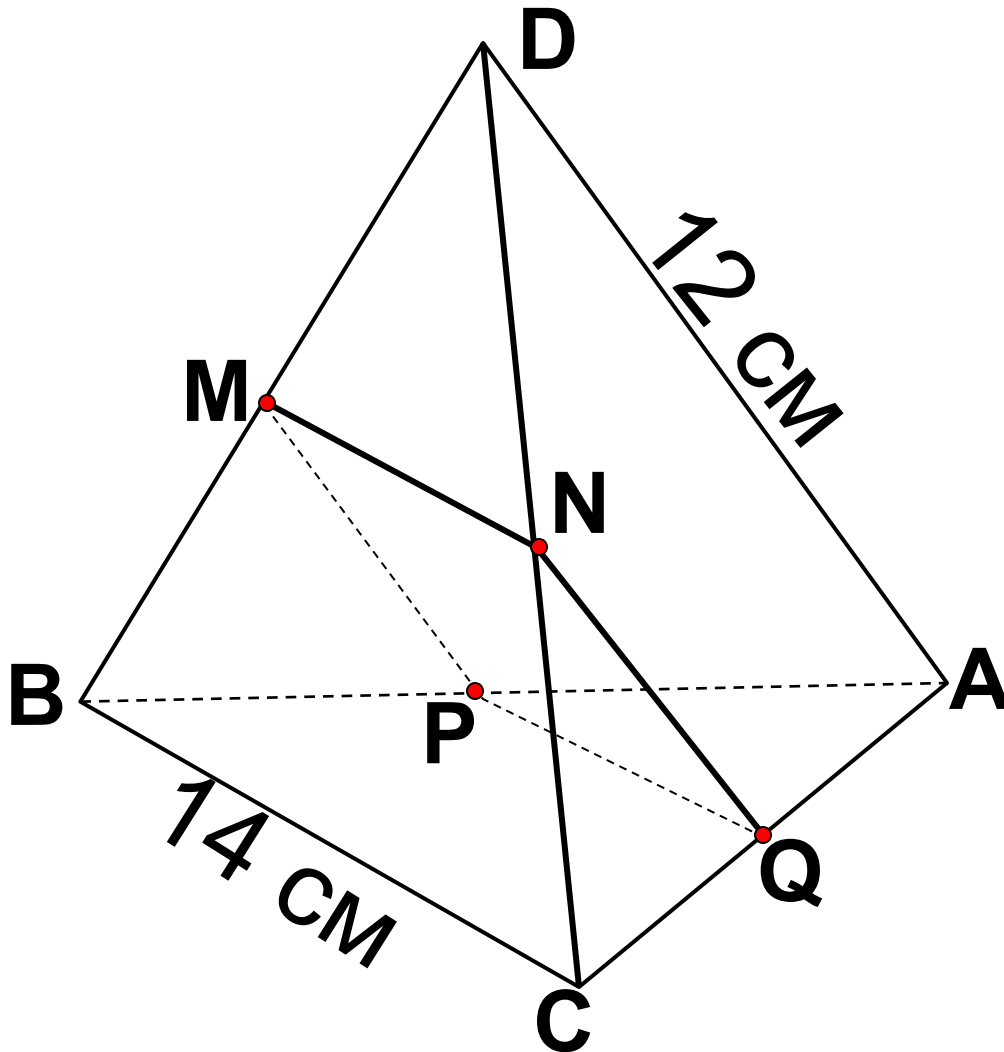
Найти: P_{MNQP} .

Ответ: 26 см.

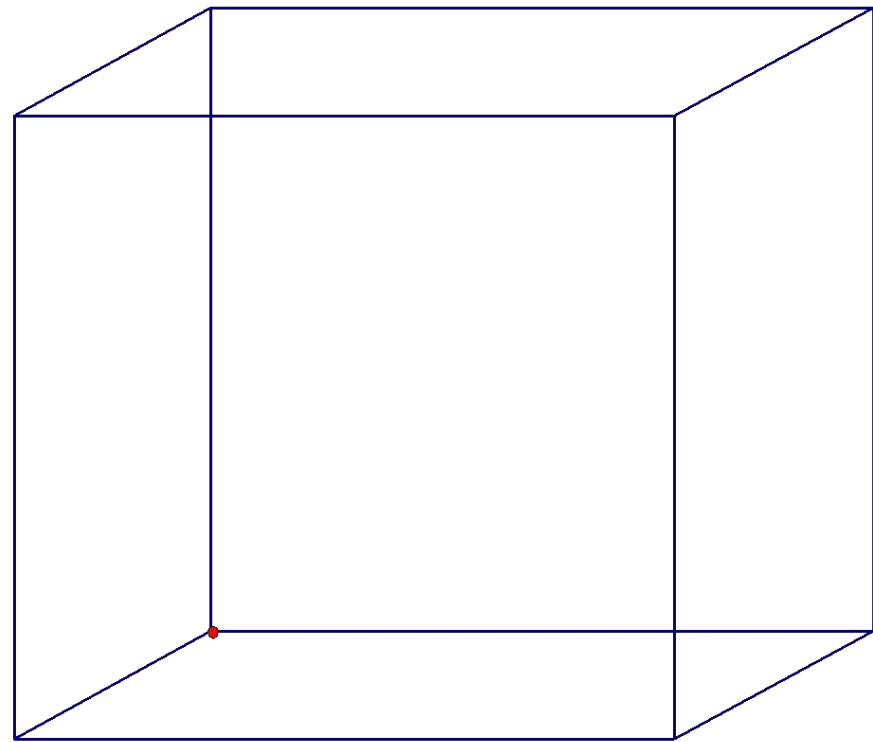
№ 17.

Точки М, N, Р и Q – середины отрезков BD, CD, AB и AC.

$P_{MNQP} - ?$



Верно ли, что $(AD) \parallel (B'C')$



Докажите, что: а) $(AB') \parallel (DC')$;

б) $(OO') \parallel (AA')$, где O и O' –
центры нижней и верхней граней куба.
Что можно сказать всех диагоналях куба?