



Дробные рациональные уравнения

Подготовила:

учитель математики

МОУ сош №30 имени А.И.Колдунова

Кутоманова Е.М.

2010-2011 учебный год

Условие равенства дроби нулю

При каком значении переменной дробь равна нулю?

$$\frac{x^3 - 25x}{x^2 - 6x + 5} = 0.$$

Дробь равна нулю, если числитель равен нулю, а знаменатель при этом нулю не равен.

$$x^3 - 25x = 0,$$

$$x(x^2 - 25) = 0,$$

$$x = 0, x = \pm 5.$$

Если $x = 0$, то $x^2 - 6x + 5 \neq 0$,

если $x = -5$, то $x^2 - 6x + 5 \neq 0$,

если $x = 5$, то $x^2 - 6x + 5 = 0$.

Ответ: при $x = 0$, $x = -5$.

Выполним №288(а,б)

Решим уравнение $\frac{x^3 - 25x}{x^2 + 6x + 5} = 0.$

$$\frac{x^3 - 25x}{x^2 + 6x + 5} = 0.$$

$$x^3 - 25x = 0,$$

$$x(x^2 - 25) = 0,$$

$$x = 0, x = \pm 5.$$

Если $x = 0$, то $x^2 + 6x + 5 \neq 0$,

если $x = -5$, то $x^2 + 6x + 5 = 0$,

если $x = 5$, то $x^2 + 6x + 5 \neq 0$.

Ответ: 0; 5.

Выполним №289(а)

Определение

Дробным рациональным уравнением называют уравнение, обе части которого являются рациональными выражениями, причём хотя бы одно из них – дробным выражением.

Например:

$$2 - \frac{x+1}{x-1} = 0.$$

$$\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-4}{x-3} - 1.$$

$$\frac{(x-2)(x-3)}{x-3} = 1,$$

Алгоритм решения дробных рациональных уравнений

1. Находим общий знаменатель дробей, входящих в уравнение.
2. Умножаем обе части уравнения на этот знаменатель.
3. Решаем получившееся целое уравнение.
4. Исключаем из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель дробей.
5. Записываем ответ.

Решим уравнение: $2 - \frac{x+1}{x-1} = 0.$

$$2 - \frac{x+1}{x-1} = 0.$$

$x-1$ – общий знаменатель.

Умножим обе части уравнения на $x-1$,
получим $2(x-1)-(x+1)=0$;

$$2x-2-x-1=0,$$

$$x-3=0,$$

$$x=3.$$

Если $x=3$, то $x-1=3-1=2 \neq 0$.

Ответ: 3

Решим уравнение:

$$\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-4}{x-3} - 1.$$

Решение.

$$\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-4}{x-3} - 1.$$

$(x+2)(x-3)$ – общий знаменатель.

Умножим обе части уравнения на $(x+2)(x-3)$,
получим $(x-1)(x-3) = (x-4)(x+2) - (x+2)(x-3)$,

$$x^2 - x - 3x + 3 = x^2 - 4x + 2x - 8 - x^2 - 2x + 3x + 6,$$

$$x^2 - 3x + 5 = 0,$$

$$D = 9 - 20 < 0, \text{ корней нет.}$$

Ответ: корней нет

Решим уравнение

$$\frac{(x-2)(x-3)}{x-3} = 1,$$

$$\frac{(x-2)(x-3)}{x-3} - 1 = 0$$

Общий знаменатель $x-3$.

Умножим обе части уравнения на $x-3$,

получим $(x-2)(x-3)-(x-3)=0$,

$$x^2 - 2x - 3x + 6 - x + 3 = 0,$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0,$$

$$(x-3)^2 = 0,$$

$$x = 3.$$

Если $x=3$, знаменатель обращается в нуль, значит, $x=3$ -посторонний корень.

Ответ: корней нет

Решим уравнение

$$\frac{2x^2}{x-2} + \frac{3x+2}{2-x} = x.$$

Решение.

Умножим обе части уравнения на $x-2$, получим

$$2x^2 - (3x+2) = x(x-2),$$

$$2x^2 - 3x - 2 = x^2 - 2x,$$

$$2x^2 - 3x - 2 - x^2 + 2x = 0,$$

$$x^2 - x - 2 = 0,$$

$$D = 1 + 8 = 9,$$

$$x = (1 \pm 3) : 2,$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2.$$

Если $x = -1$, $x-2 = -1-2 = -3 \neq 0$;

если $x = 2$, то $x-2 = 2-2 = 0$.

Ответ: -1.

Решим уравнение

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{4};$$

Общий знаменатель: $4x(x+1)(x+2)$.
 $(x-2)(x^2+2x+4)+3x(x-2)=0,$
 $(x-2)(x^2+5x+4)=0,$

Умножим обе части
уравнения на $4x$
 $(x+1)(x+2)$, получим

$$\begin{aligned}4(x+2) + 4x &= x(x+1)(x+2), \\4x+8+4x &= x(x^2+3x+2), \\8x+8 &= x^3+3x^2+2x, \\x^3+3x^2-6x-8 &= 0, \\(x^3-8)+3x(x-2) &= 0,\end{aligned}$$

$$x-2=0 \text{ или } x^2+5x+4=0$$

$$x=2, \quad D=25-16=9,$$

$$x=(-5\pm3):2,$$

$$x_1=-1, \quad x_2=-4.$$

Если $x=2$, то $4x(x+1)(x+2)\neq 0$,
если $x=-1$, то $4x(x+1)(x+2)=0$,
если $x=-4$, то $4x(x+1)(x+2)\neq 0$.

Ответ: 2, -4.