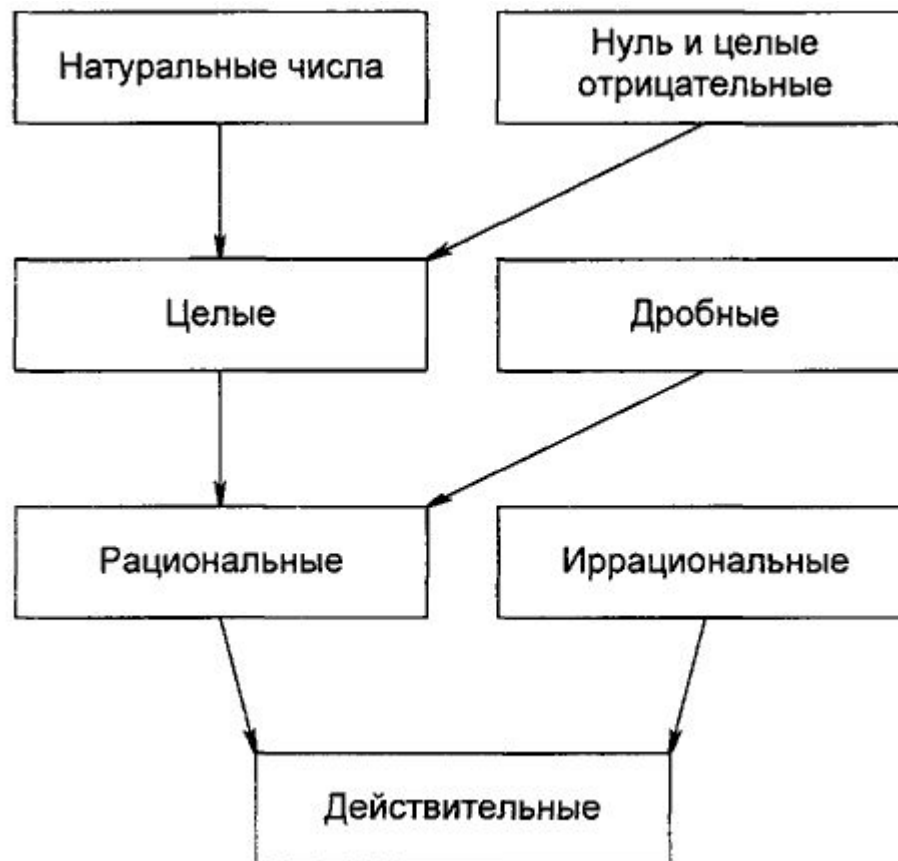


# Действительные числа

Автор Павлов Вадим

Студент группы МОБ1-1



- Действительные числа образуют совокупность элементов, обладающую следующими свойствами.
- Если  $a$  и  $b$  - действительные числа (алгебраические, рациональные, целые, положительные целые), то таковыми же являются и
  - $a + b$  и  $ab$  (замкнутость), (1)
  - $a + b = b + a, ab = ba$  (коммутативность), (2)
  - $a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c, a(bc) = (ab)c = abc$  (ассоциативность), (3)
  - $a * 1 = a$  (единица), (4)
  - $a(b + c) = ab + ac$  (дистрибутивность), (5)
  - ;из  $a + c = b + c$  следует  $a = b$ , из  $ca = cb$ , , следует  $a = b$  (сокращение). (6)
- Действительное число 0 (нуль) обладает свойствами  $a + 0 = a, a * 0 = 0$  для каждого действительного числа  $a$ .
- (Единственное) **противоположное число**  $-a$  и (единственное) **обратное число**  $a^{-1} = 1/a$  для действительного числа  $a$  определяются соответственно так:
  - .
  - .

- $a + (-a) = a - a = 0, aa^{-1} = 1$  ().
- Помимо "алгебраических" свойств, класс положительных целых, или натуральных, чисел 1, 2, ... обладает свойством **упорядоченности** ( $n > m$ , если  $n = m + x$ , где  $x$  - некоторое натуральное число) и **полной упорядоченности** (каждое непустое множество натуральных чисел имеет наименьший элемент). Множество натуральных чисел, содержащее число 1 и для каждого из своих элементов  $n$  следующий за ним элемент  $n + 1$ , содержит все натуральные числа (принцип полной индукции).
- Свойства натуральных чисел могут быть выведены из **пяти аксиом Пеано**: 1) 1 есть натуральное число; 2) для каждого натурального числа  $N$  существует единственное следующее за ним натуральное число  $S(n)$ ; 3) ; 4) из  $S(n) = S(m)$  следует  $n = m$  и 5) имеет место принцип полной индукции. (При его формулировке элемент, следующий за  $n$ , обозначается через  $S(n)$ .) Сложение и умножение, подчиняющиеся правилам (1)-(6), определяются "рекуррентными" соотношениями
- $n + 1 = S(n),$   
 $n + S(m) = S(n + m),$   
 $n * 1 = n,$   
 $n * S(m) = n * m + n.$
- **Целыми** числами называются числа вида  $n, -n$  и 0, где  $n$  - натуральное число, а **рациональными** - числа вида  $p/q$ , где  $p$  и  $q$  - целые числа и  $q \neq 0$ .
- Действительные числа можно ввести, исходя из множества рациональных чисел, с помощью предельного процесса. Действительные числа, не являющиеся рациональными, называются **иррациональными**

- Действительными **алгебраическими** числами называются действительные корни алгебраических уравнений с целочисленными коэффициентами, а действительными **трансцендентными** числами - остальные действительные числа.
- Класс всех рациональных чисел содержит корни всех линейных уравнений с рациональными коэффициентами и включает в себя все целые числа. Класс всех действительных алгебраических чисел содержит действительные корни всех алгебраических уравнений с алгебраическими коэффициентами и включает в себя все рациональные числа.
- **Отношение равенства.** Из  $a = b$  следует  $b = a$  (симметрия отношения равенства),  $a + c = b + c$  и  $ac = bc$  (вообще  $f(a) = f(b)$ , если  $f(a)$  обозначает некоторую операцию, приводящую к единственному результату). Из  $a = b$  и  $b = c$  следует  $a = c$  (транзитивность отношения равенства). Из следует и .
-

- **Отношение тождества.** Вообще говоря, уравнение относительно какой-либо величины  $x$  или нескольких величин  $x_1, x_2, \dots$  будет удовлетворяться только при некоторых специальных значениях  $x$  или специальных множествах значений  $x_1, x_2, \dots$ . Если хотят подчеркнуть тот факт, что какое-нибудь уравнение удовлетворяется при всех значениях  $x$  или  $x_1, x_2, \dots$  в известных представляющих интерес пределах, то вместо символа  $=$  иногда пользуются символом тождества (пример:  $(x - 1)(x + 1)x^2 - 1$ ), а пределы изменения рассматриваемых переменных иногда указывают справа от уравнения. Символ  $a \equiv b$  употребляется также в смысле: " $a$  по определению равно  $b$ ".
- **Неравенства.** Действительное число  $a$  может быть положительно ( $a > 0$ ), отрицательно ( $a < 0$ ) или равно нулю ( $a = 0$ ). Сумма и произведение положительных чисел положительны.
- Действительное число  $a$  больше действительного числа  $b$  ( $a > b, b < a$ ), если  $a = b + x$ , где  $x$  - некоторое действительное положительное число. Из  $a > b$  следует  $a + c > b + c, ac > bc$ , если  $c > 0$ , и  $ac < bc$ , если  $c < 0$  (в частности,  $-a < -b$ ),  $1/a < 1/b$ , если  $ab > 0$  и  $1/a > 1/b$ , если  $ab < 0$ .
- Из и следует . Из и следует .
- **Абсолютные величины.** Абсолютная величина  $|a|$  действительного числа  $a$  по определению есть число, равное  $a$ , если  $a \geq 0$ , и равное  $-a$ , если  $a < 0$ . Отметим:
- $=$

- **Использованная литература взята из интернета**