

Числовые неравенства

И ИХ СВОЙСТВА

Оглавление

- Понятие числового неравенства
- Свойство 1
- Свойство 2
- Свойство 3
- Свойство 4
- Свойство 5
- Свойство 6
- Свойство 7

Применение свойств:

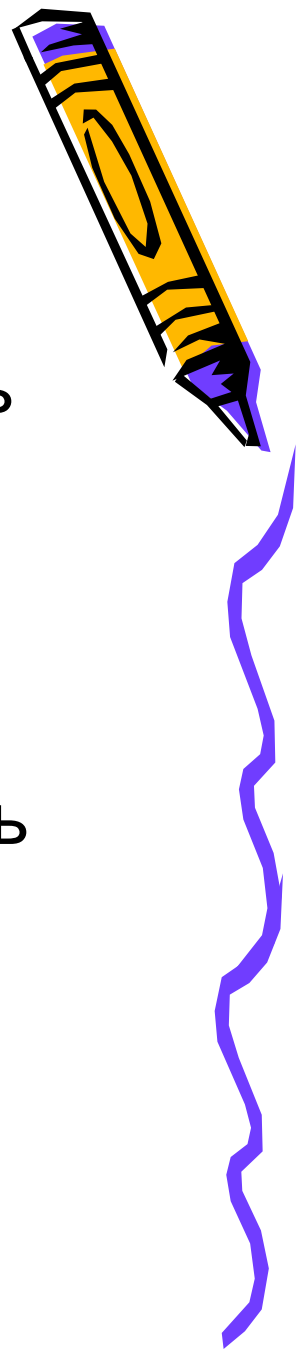
- 8 класс
- 9 класс
- 10 – 11 классы

Определение:

1. Действительное число a **больше** действительного числа b , если их разность $a-b$ – положительное число.

2. Действительное число a **меньше** действительного числа b , если их разность $a-b$ – отрицательное число.

Пишут $a > b$ или $a < b$.



Неравенства

Строгие

Знаки неравенств

Нестрогие

$>$ «больше»

$<$ «меньше»

$\geq$

«больше или равно»

$\leq$

«меньше или равно»

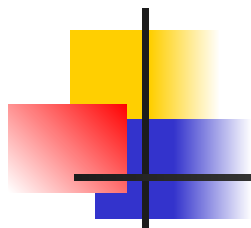
$a > 0$ означает, что a – **положительное** число;



$a < 0$ означает, что a – **отрицательное** число.

$a \geq 0$ означает, что a – **неотрицательное** число (положительное или 0);

$a \leq 0$ означает, что a – **неположительное** число (отрицательное или 0).



Свойства числовых неравенств

$$a > b$$

Свойство 1.

Если $a > b$ и $b > c$, то $a > c$.

$$b > c$$

Доказательство.

$$a - b > 0$$

$$b - c > 0$$

$$(a - b) + (b - c) > 0$$

$$a - c > 0$$

$$a > c$$

СВОЙСТВО 2

Если к обеим частям
неравенства прибавить одно и
тоже число, то знак
неравенства следует сохранить
Если $a > b$, то $a + c > b + c$.

Примеры:

Если $a < b$, то $a + 7 < b + 7$

Если $a > b$, то $a - 5 > b - 5$

СВОЙСТВО 3

Если $a > b$ и $m > 0$, то $am > bm$

Если $a > b$ и $m < 0$, то $am < bm$

$m > 0$

Если обе части неравенства
умножить на одно и то же
положительное число, то знак
неравенства следует сохранить.

$m < 0$

Если обе части неравенства
умножить на одно и то же
отрицательное число, то знак
неравенства следует изменить.

Примеры:

Если $a > b$, то $4a > 4b$

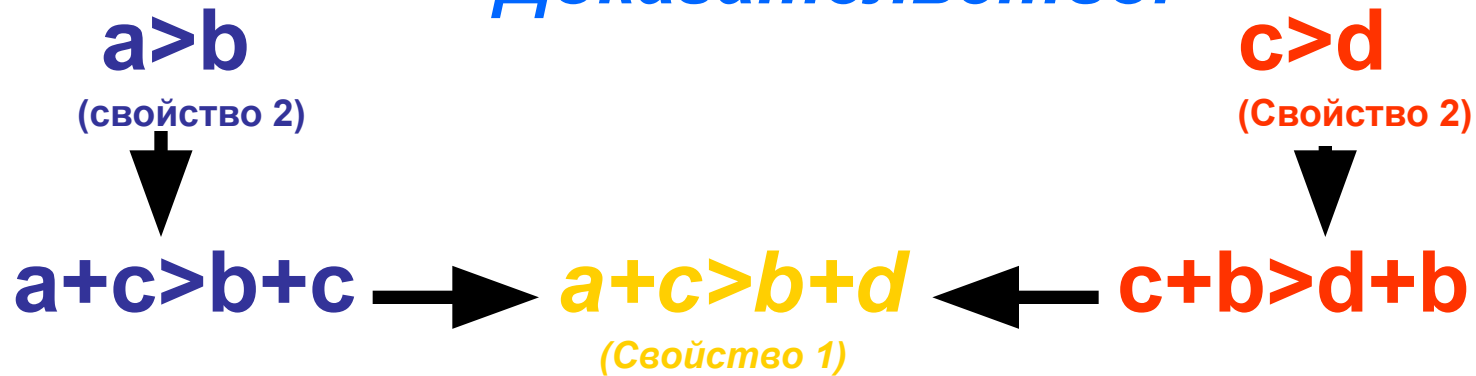
Если $a < b$, то $-9a > -9b$

Если $a > b$, то $-a < -b$

Свойство 4

Если $a > b$ и $c > d$, то $a + c > b + d$

Доказательство.



СВОЙСТВО 5

Если a, b, c, d – положительные числа и $a > b$, $c > d$,
 $ac > bd$

Доказательство

$a > b$ и $c > 0$

(СВОЙСТВО 3)



$ac > bc$

$c > d$ и $b > 0$

(СВОЙСТВО 3)



$cb > db$

$ac > bd$

(Свойство 1)

Свойство 6

Если a и b - неотрицательные числа и $a > b$, то $a^n > b^n$, где n - любое натуральное число.

Дополнение:

Если n – нечетное число, то **для любых чисел a и b** из неравенства $a > b$ следует неравенство того же смысла $a^n > b^n$.

СВОЙСТВО 7

Если a и b - положительные числа и $a > b$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

Применение свойств числовых неравенств

Дано:

$$8 < a < 10$$

$$1 < b < 2$$

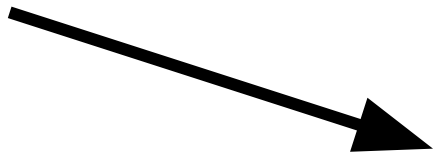
Оцените значение выражения $2a-3b$

Решение:

$$8 < a < 10$$



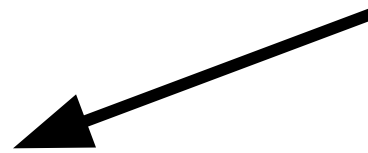
$$16 < 2a < 20$$



$$1 < b < 2$$



$$-6 < -3b < -3$$



$$10 < 2a - 3b < 17$$

Дано: $5 < a < 12$ $3 < b < 4$

Оцените значение выражения $\frac{4a}{b}$

Решение:

$$5 < a < 12$$



$$20 < 4a < 48$$

$$3 < b < 4$$



$$\frac{1}{4} < \frac{1}{b} < \frac{1}{3}$$

$$5 < \frac{4a}{b} < 16$$

Докажите, что функция $y = -5x + 4$ убывает.

Если $x_1 > x_2$



$$-5x_1 < -5x_2$$



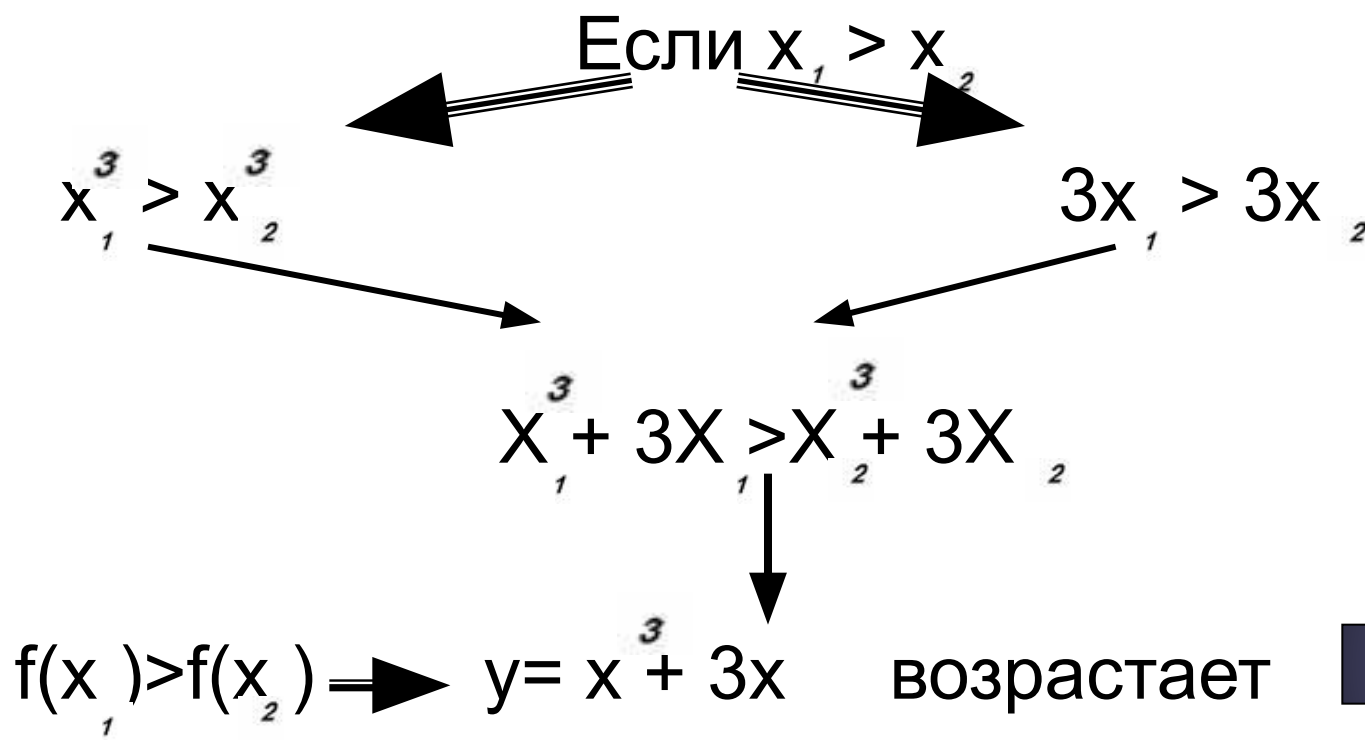
$$-5x_1 + 4 < -5x_2 + 4$$



$$f(x_1) < f(x_2) \implies y = -5x + 4 \text{ убывает}$$

Докажите, что функция $y = x^3 + 3x$ возрастает

Доказательство :



Найдите область значений функции

$$y = 4 \sin x - 5$$

Решение:

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$-4 \leq 4 \sin x \leq 4 \longrightarrow -9 \leq 4 \sin x - 5 \leq -1$$

$$E(y) = [-9; -1]$$

Примените свойства числовых неравенств

1. Найдите область значений функции:

1) $y = 2,5\cos x - 1,5$

7) $y = \cos^2(x + \pi/4) + \sin 2x$

2) $y = -(\sin 5x)/5$

8) $y = -6/\pi \operatorname{arctg} x + 2$

3) $y = 3 - 2\sin x$

9) $y = 2/\pi \arcsin x + 3$

4) $y = 2\sin^2 x - 5$

10) $y = 4\pi - 2\arccos x$

5) $y = 2 - \cos^2 x$

11) $y = 3\arcsin x + \pi/2$

6) $y = 4\cos^2 3x - 2$

12) $y = 2\arcsin x + 3\arccos x$

2. Найдите область определения функции:

1) $y = \arcsin 4x$

4) $y = \arccos(-3x)$

2) $y = \arcsin(5 - 2x)$

5) $y = \arccos(5x - 4)$

3) $y = \arcsin(x^2 - 3)$

6) $y = \arccos(8 - x^2)$

3. Имеет ли смысл выражение:

1) $\arcsin(4 - \sqrt{20})$

2) $\arccos(7 - \sqrt{30})?$