

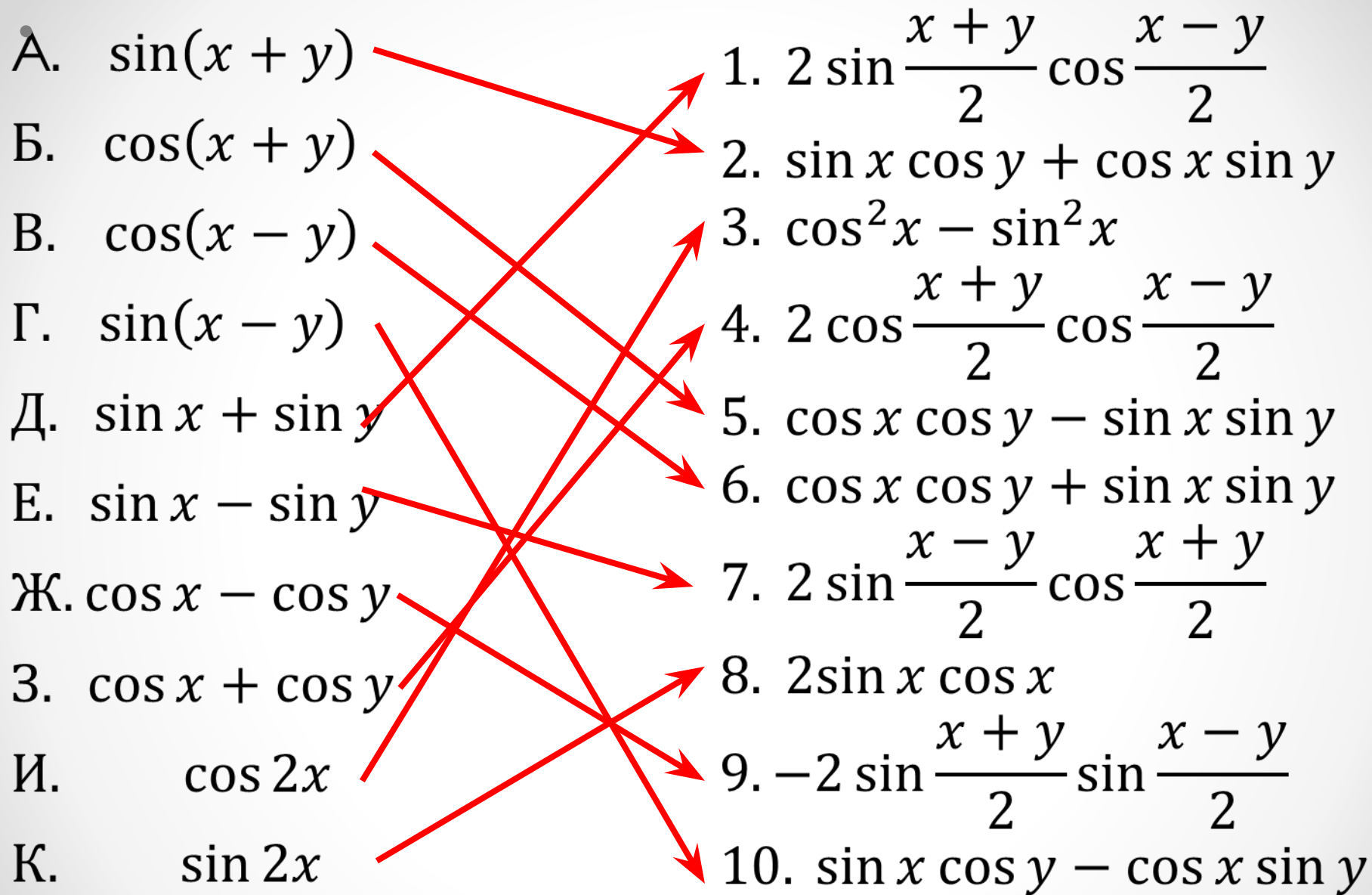
“Формула подчас
кажется более мудрой,
чем выдумавший ее
человек.”

Б.Больцано

Бернард Больца́но

(чеш. *Bernard Placidus Johann Nerotik Bolzano*; 5 октября 1781, Прага - 18 декабря 1848) — чешский математик, философ и теолог, автор первой строгой теории вещественных чисел и один из основоположников теории множеств.





Математический диктант.

Вычислить:

1. $\sin 10^\circ \cos 20^\circ + \cos 10^\circ \sin 20^\circ$

2. $\cos 18^\circ \cos 12^\circ - \sin 18^\circ \sin 12^\circ$

3. $\sin 50^\circ \cos 5^\circ - \cos 50^\circ \sin 5^\circ$

4. $\cos 75^\circ \cos 15^\circ + \sin 75^\circ \sin 15^\circ$

5.
$$\frac{\operatorname{tg} 35^\circ + \operatorname{tg} 10^\circ}{1 - \operatorname{tg} 35^\circ \operatorname{tg} 10^\circ}$$

6.
$$\frac{\operatorname{tg} 10^\circ - \operatorname{tg} 55^\circ}{1 + \operatorname{tg} 10^\circ \operatorname{tg} 55^\circ}$$

Найти ошибку:

1 вариант.

$$\sin 10^\circ + \sin 50^\circ = 2 \sin 60^\circ \cos 40^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 40^\circ = \sqrt{3} \cos 40^\circ$$

2 вариант.

$$\cos 75^\circ - \cos 15^\circ = 2 \sin 45^\circ \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Вычислить:

1. $\sin 10^\circ \cos 20^\circ + \cos 10^\circ \sin 20^\circ = \sin(20^\circ + 10^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$
2. $\cos 18^\circ \cos 12^\circ - \sin 18^\circ \sin 12^\circ = \cos(18^\circ + 12^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
3. $\sin 50^\circ \cos 5^\circ - \cos 50^\circ \sin 5^\circ = \sin(50^\circ - 5^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
4. $\cos 75^\circ \cos 15^\circ + \sin 75^\circ \sin 15^\circ = \cos(75^\circ - 15^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$
5. $\frac{\operatorname{tg} 35^\circ + \operatorname{tg} 10^\circ}{1 - \operatorname{tg} 35^\circ \operatorname{tg} 10^\circ} = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$
6. $\frac{\operatorname{tg} 10^\circ - \operatorname{tg} 55^\circ}{1 + \operatorname{tg} 10^\circ \operatorname{tg} 55^\circ} = \operatorname{tg}(10^\circ - 55^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$

Найти ошибку:

$$\sin 10^\circ + \sin 50^\circ = 2 \sin 60^\circ \cos 40^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 40^\circ = \sqrt{3} \cos 40^\circ$$

Правильно:

$$\sin 10^\circ + \sin 50^\circ = 2 \sin 30^\circ \cos 20^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos 20^\circ = \cos 20^\circ$$

Найти ошибку:

$$\cos 75^\circ - \cos 15^\circ = 2 \sin 45^\circ \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Правильно:

$$\cos 75^\circ - \cos 15^\circ = -2 \sin 45^\circ \sin 30^\circ = -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Найти значение выражения:

а) $\sin 45^\circ \cdot \cos 15^\circ$

б) $\sin \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{5\pi}{24}$

Тема:

Преобразование произведений
тригонометрических функций
в суммы

- (1) $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$

- (2) $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$

- (3) $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

- (4) $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

Если сложить равенства (1) и (2), получим:

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2 \sin x \cos y,$$

т.е.

$$\sin x \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}.$$

- (1) $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$

- (2) $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$

- (3) $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

- (4) $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

Если сложить равенства (3) и (4), получим:

$$\cos(x + y) + \cos(x - y) = 2 \cos x \cos y ,$$

т.е.

$$\cos x \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2} .$$

- (1) $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$

- (2) $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$

- (3) $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

- (4) $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

**Если из равенства(3) вычесть равенство(4),
получим:**

$$\cos(x + y) - \cos(x - y) = -2 \sin x \sin y ,$$

т.е.

$$\sin x \sin y = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}.$$



- $\sin x \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}.$
- $\cos x \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}.$
- $\sin x \sin y = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}.$

Найти значение выражения:

а) $\sin 45^\circ \cdot \cos 15^\circ$

б) $\sin \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{5\pi}{24}$

“Странные законы”

- Закон №1: “Увидел сумму – делай произведение”;
- Закон №2: “Увидел произведение – делай сумму”;
- Закон №3: “Увидел квадрат – понижай степень”.



Бездумное применение этих “законов” часто позволяет определить правильный путь решения примера.