

«Барицентрический метод. Геометрия, которую я люблю»

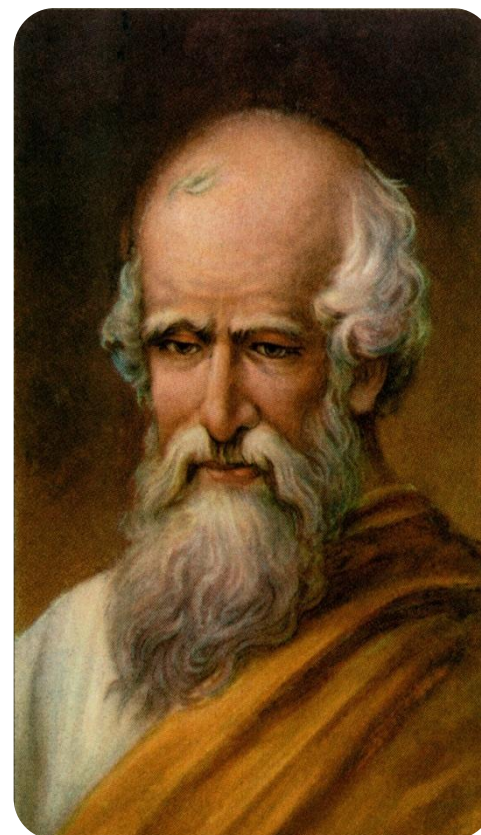
*Научный руководитель:
Красина Е.М*

*Выполнила:
Ученица 10А класса
Багаева Наталия*

Мудрость прошлого

*«...Я счел нужным
написать тебе и...
изложить особый метод,
при помощи которого ты
получишь возможность
находить некоторые
математические
теоремы. Я уверен, что
этот метод будет тебе
ничуть не менее полезен
и для доказательства
самых теорем».*

Архимед



Актуальность проекта

Выбранная мной тема тесно связана с топологией. В свою очередь топология считается на данный момент самым актуальным и перспективным разделом высшей математики

Благодаря данному методу у учащихся формируется нестандартное мышление, понимание природы происходящих



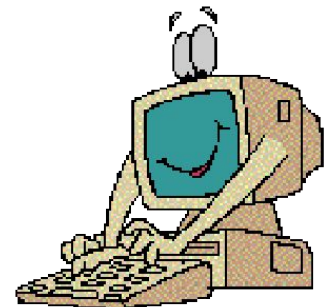
Цель

- *Рассмотреть барицентрический метод и возможность его применения при решении задач в различных научных дисциплинах.*



Задачи:

- *ознакомиться с историей открытия барицентрического метода;*
- *рассмотреть основные формулировки, свойства, теоремы, связанные с данным методом;*
- *изучить центроиды треугольника и тетраэдра;*
- *провести исследовательскую деятельность, направленную на определение области применения барицентрического метода;*
- *создать программу в среде Borland C++ Builder, с целью проверки задач.*

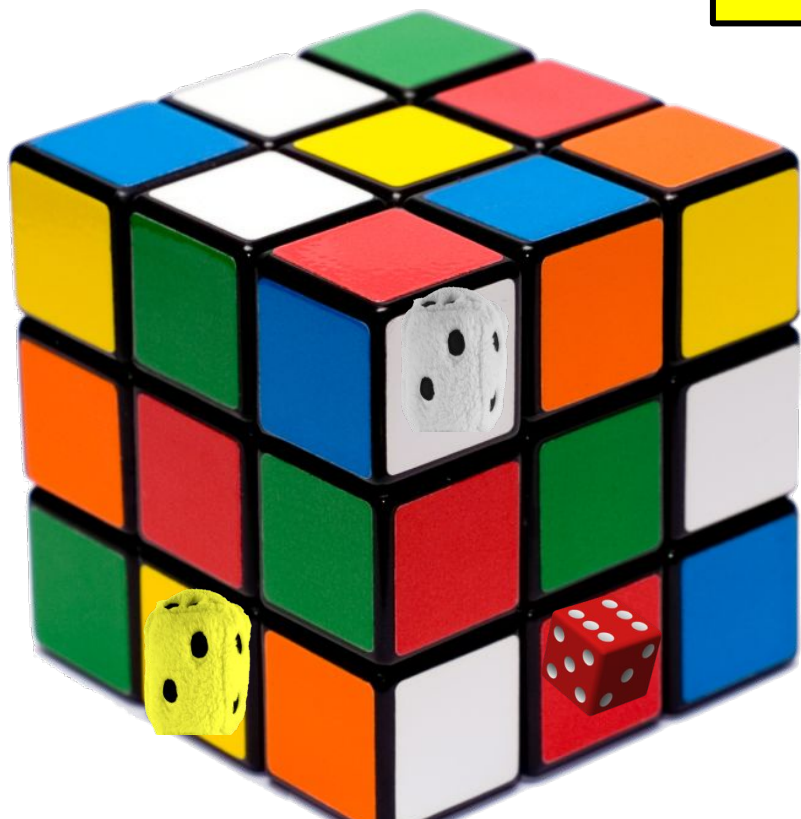


Этапы работы над проектом

Теоретический этап

Исторический этап

**Исследовательская
деятельность**



Работа на I-ом этапе

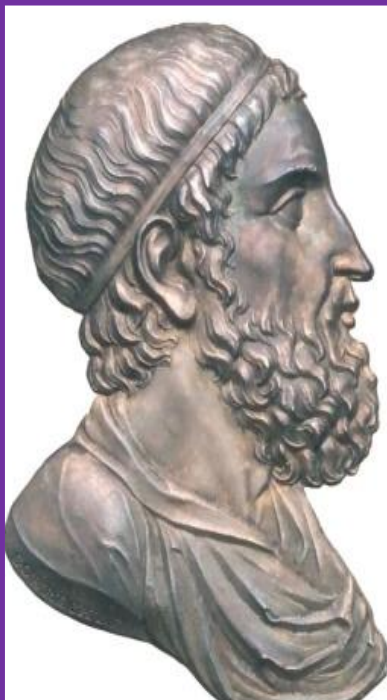
*Необходимость
метода*

*Физическое и математическое
определения центра масс*

Отрицательные массы

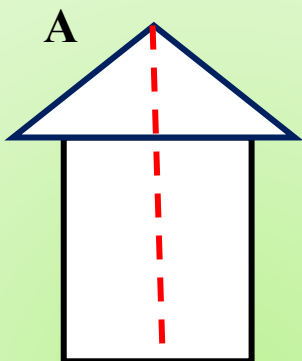
Идея барицентрических координат

Данный метод был использован и развит многим
геометрами – *Чева, Папп, Гюльден, Люилье*



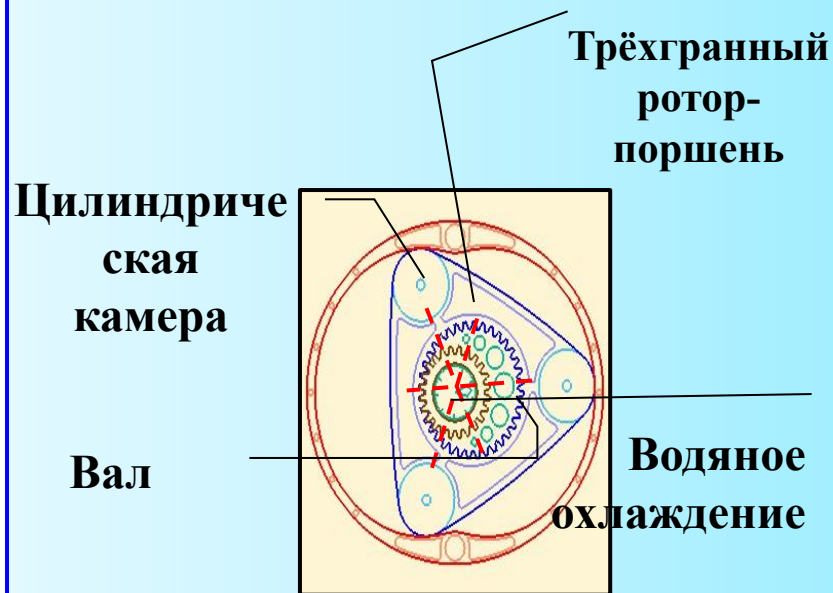
Применение свойств

В строительстве:



- 1) Здесь используется свойство жесткости треугольника.
- 2) Для того чтобы крыша располагалась ровно по центру, то есть чтобы дом был симметричен относительно **А**, необходимо определить барицентр

В автомобильных двигателях:



**Использование
треугольника Рело**

Химия

```
graph TD; X[Химия] --> G[Генетика]; X --> F[Физика]; G --> PG[Проективная геометрия]; G --> BM[Барицентрический метод]; F --> BM; F --> K[Колориметрия]; PG --> A[Астрономия]; K --> T[Топология];
```

Генетика

Физика

**Проективная
геометрия**

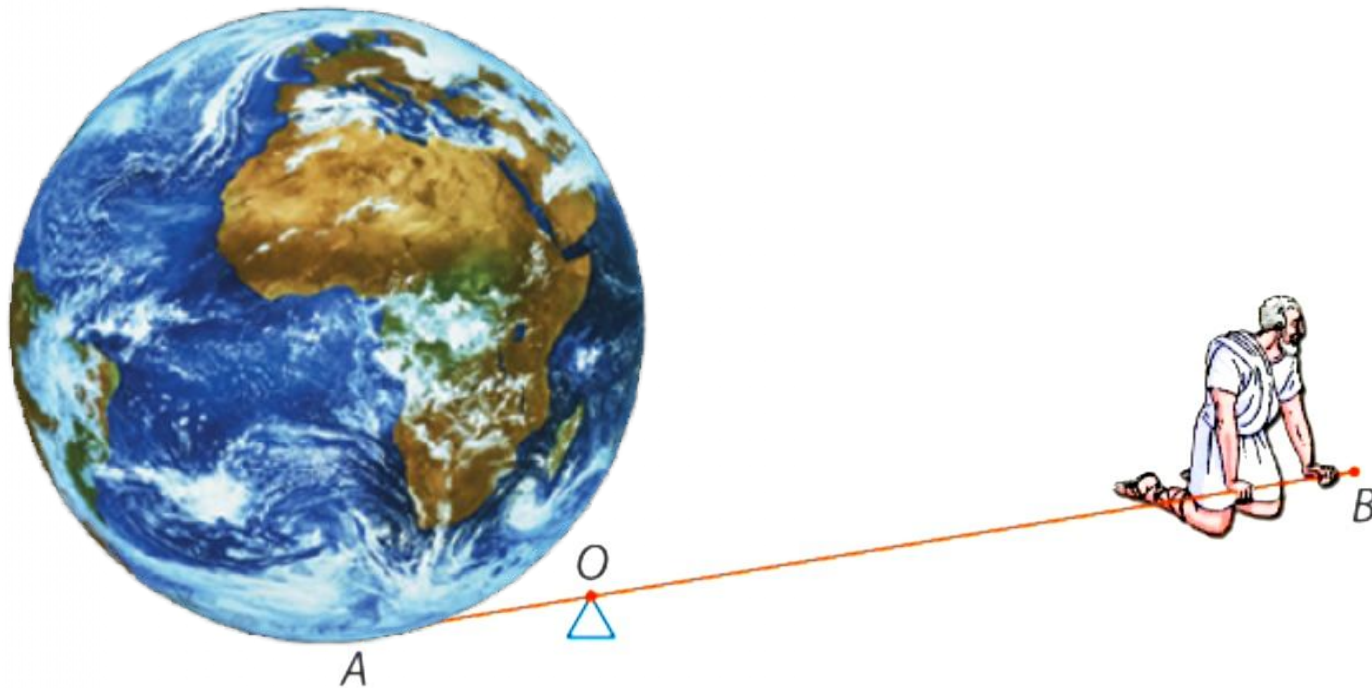
**Барицентрический
метод**

Колориметрия

Астрономия

Топология

Исследовательская деятельность



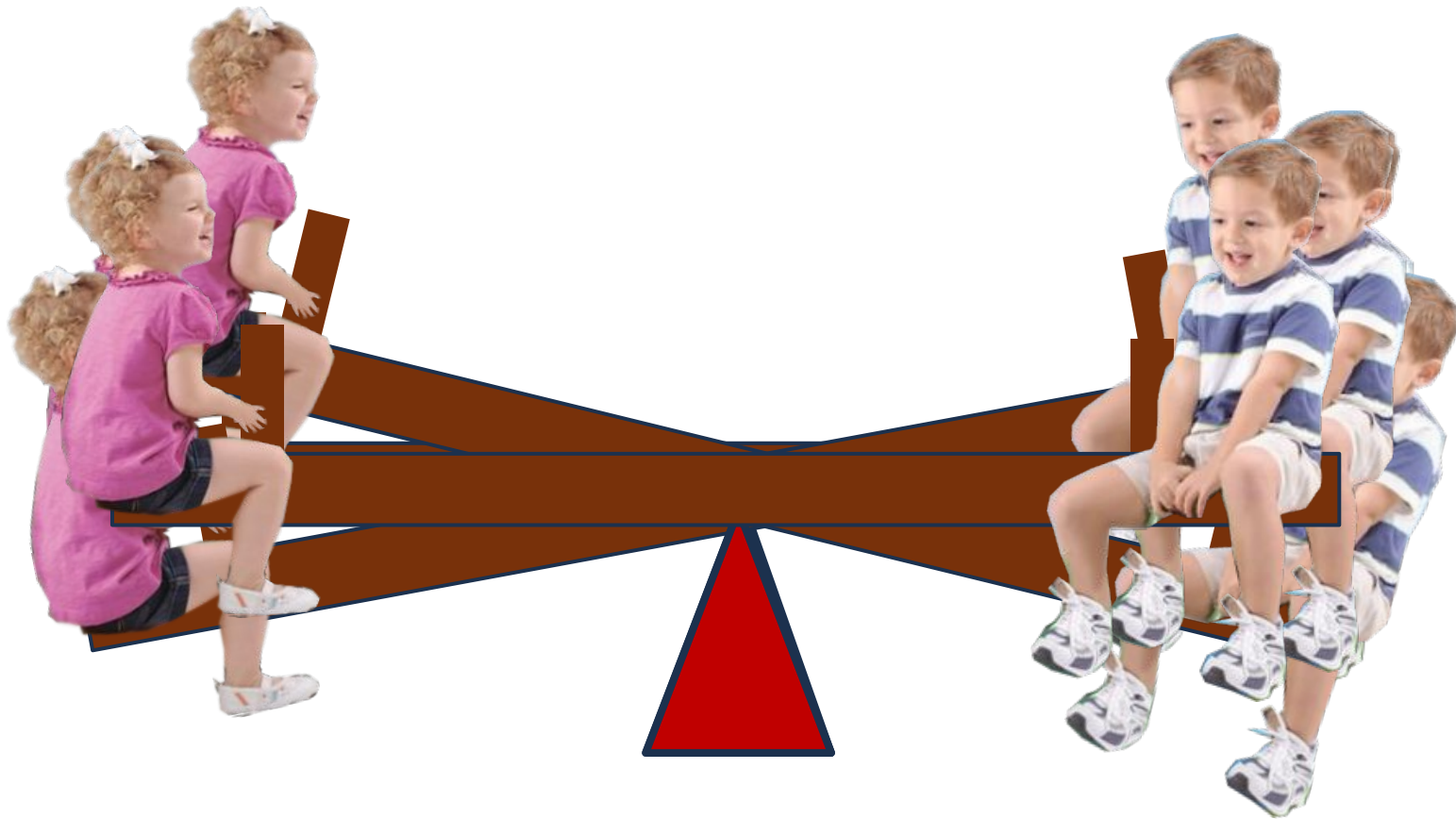
Цель

- ✓ Исследовать область практического применения барицентрического метода

Задачи

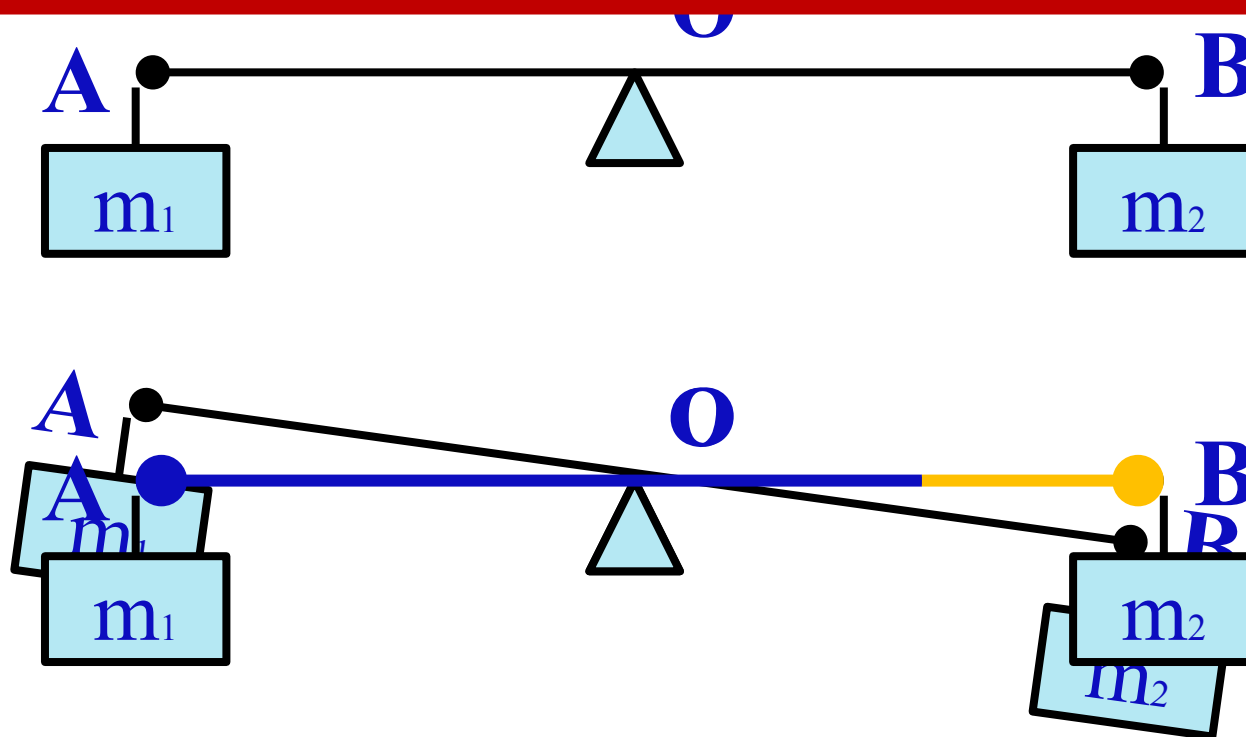
- Структурировать и классифицировать задачи, решаемые данным методом.
- ✓ Создать тематический сборник.
- ✓ Создать программу, позволяющую графически представить систему материальных точек, её центр масс и рассчитать его координаты.

А где же геометрия?



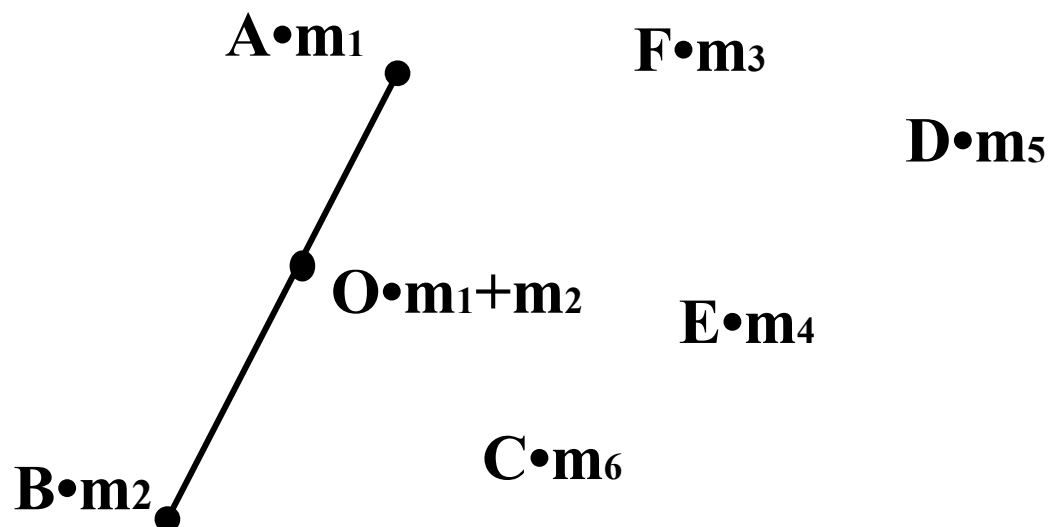
Центр масс

Центром масс данной системы двух точек будет такая точка O данного отрезка, что $AO \cdot m_1 = BO \cdot m_2$,
или $\frac{AO}{BO} = \frac{m_2}{m_1}$



Треугольник и теорема о перераспределении масс

Если нам дана система из нескольких точек с гирьками в каждой из них, то вместо любой пары точек мы можем рассмотреть их центр масс, в котором находится суммарная масса исходных двух точек



Тонкости при решении

При решении геометрической задачи барицентрическим

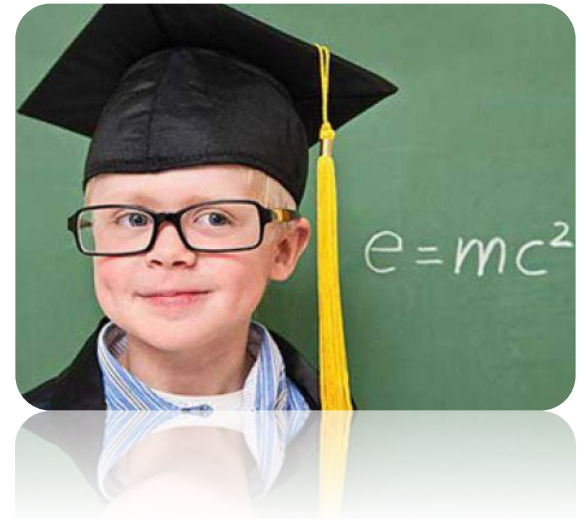
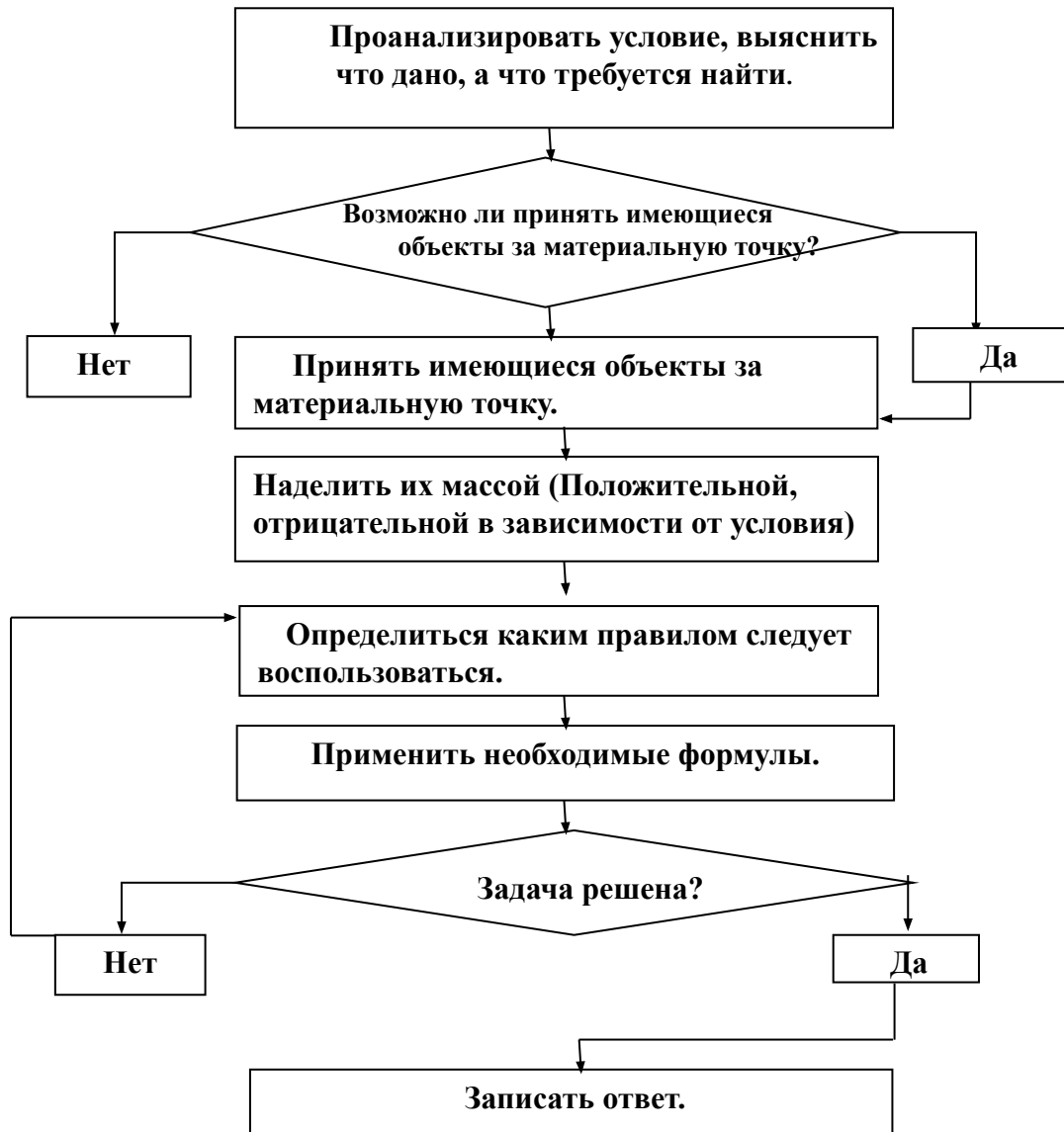
Искусство применения барицентрического метода состоит в том, чтобы по условию задачи осуществить такой выбор точек и помещаемых в эти точки масс, при котором задача легко и красиво решается.

1) наличие единственного центра масс любой системы материальных точек;

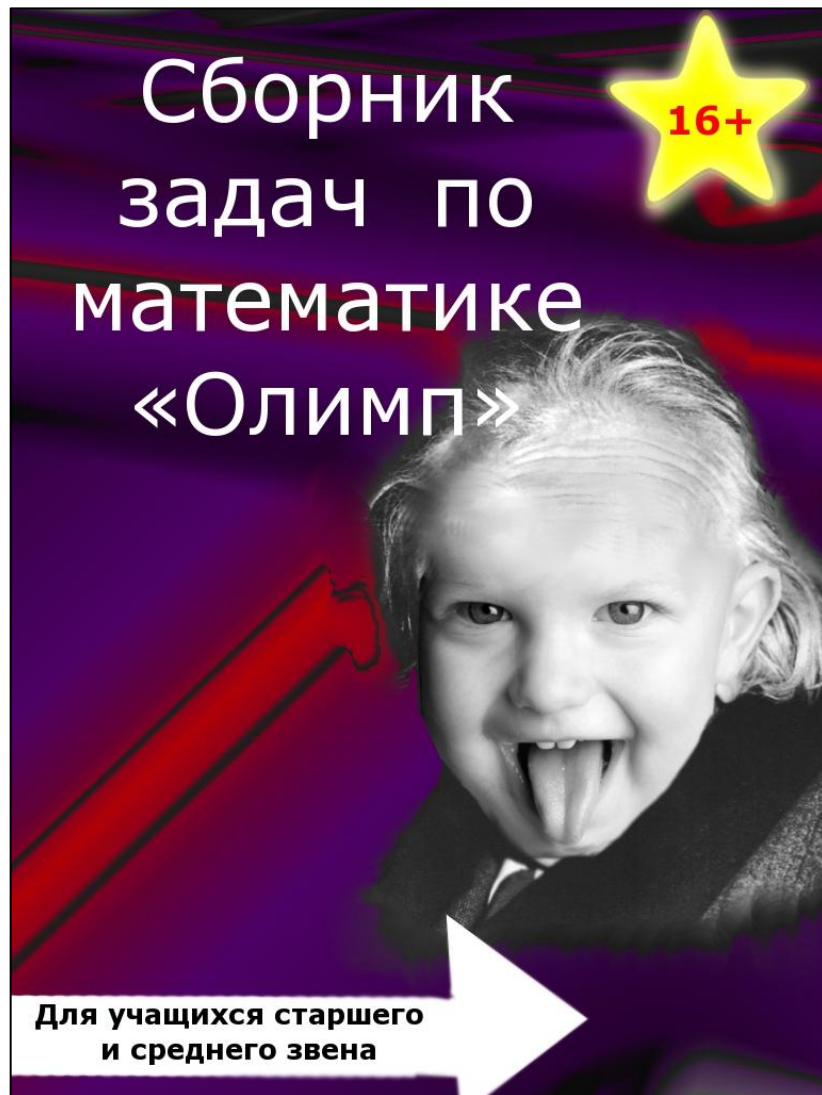


3) возможность перегруппировки материальных точек системы в изменения положения центра масс всей системы

Алгоритм решения



Доверяй, но проверяй!



Решение математических задач

- Задачи на нахождение отношения элементов в треугольнике и других простейших геометрических фигурах;
- Задачи на нахождение объема и площади сферических тел, многогранников, их элементов и т.д.;
- Задачи с использованием векторных преобразований;
- Задачи, сводящиеся к доказательству алгебраических неравенств;

Решение химических задач

Задачи на нахождения процентного содержания вещества в сплаве, растворе;

- Задачи на нахождения массы и массовой доли;
- Задачи на расчет объемных отношений газов при химических реакциях;

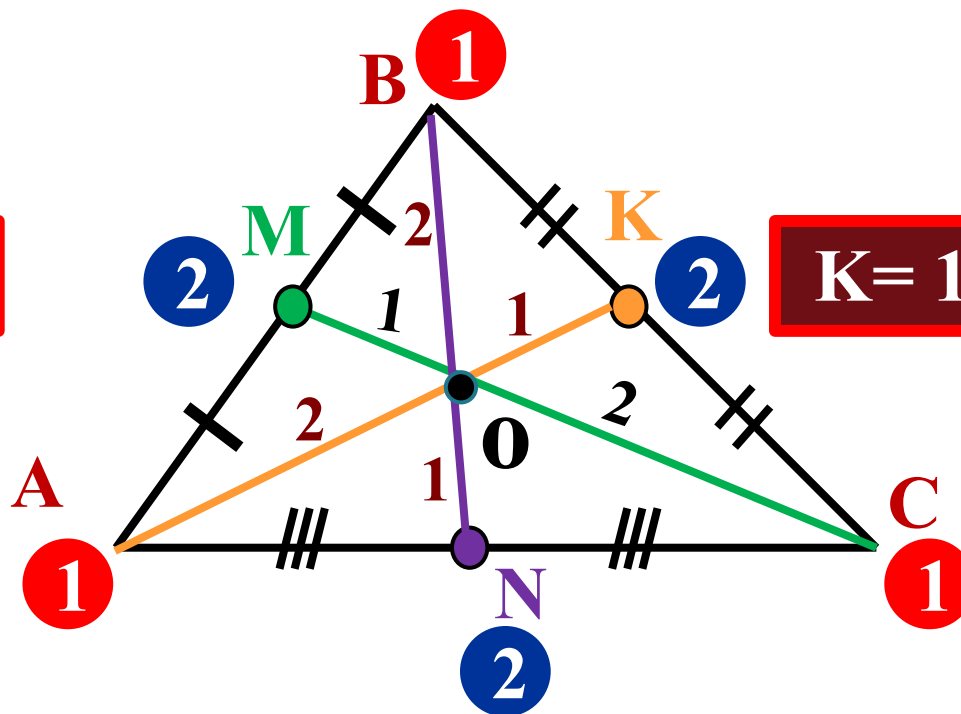
Решение задач естественно научного цикла

- Физические задачи:
 - а) задачи на нахождение моментов сил;
 - б) задачи на нахождение рычага;
- Расчетные задачи в колориметрии;
- Задачи в популяционной генетике.

Теорема о трех медианах

Докажем теорему Архимеда: *три медианы треугольника имеют общую точку и каждая из медиан делится этой точкой в отношении 2 : 1, считая от вершины.*

$$M = 1 + 1 = (2);$$

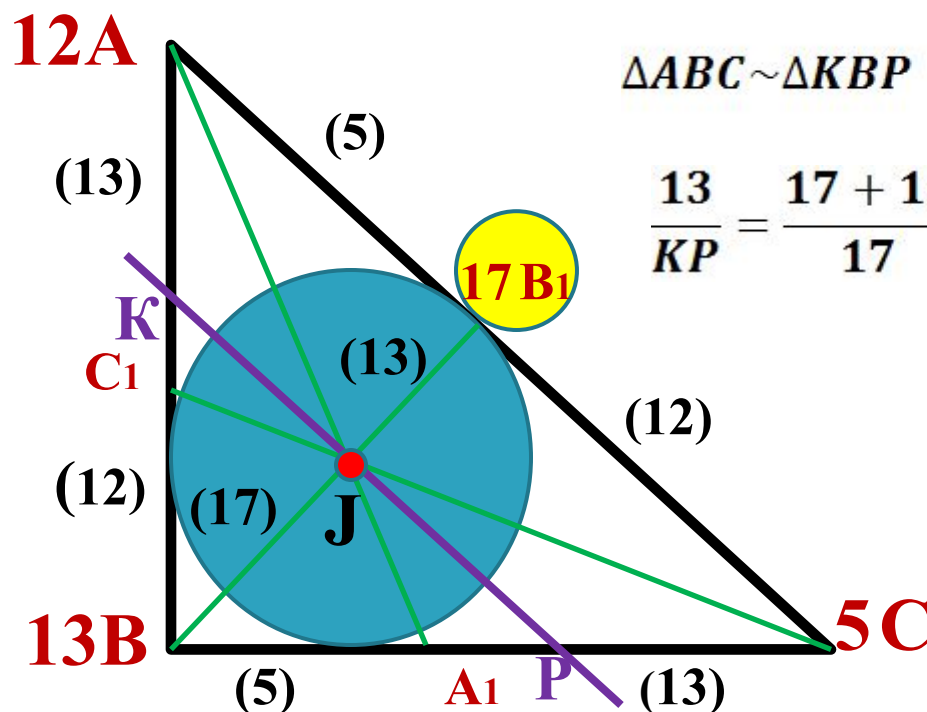


$$K = 1 + 1 = (2);$$

$$N = 1 + 1 = (2);$$

Планиметрическая задача, С4

Дан прямоугольный треугольник ABC с катетами AB и BC ($AB=5$, $BC=12$). Пусть точка J - центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая проходящая через J , параллельная одной из сторон ABC , пересекает две другие в точках K и P . Найдите длину отрезка KP .



$$\Delta ABC \sim \Delta KBP \Rightarrow \frac{AC}{KP} = \frac{BB_1}{BJ}$$

$$\frac{13}{KP} = \frac{17 + 13}{17} \Rightarrow KP = \frac{221}{30}$$

Стереометрическая задача

Дано:

$ABCD$ – тетраэдр;

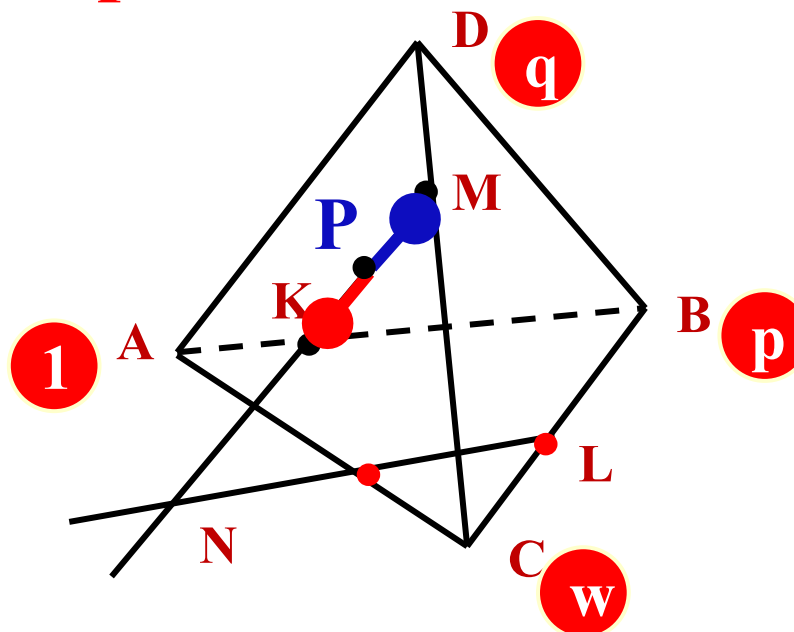
$K \in AB; L \in BC;$

$M \in CD; N \in DA;$

$AK:KB = DM:MC = p;$

$BL:LC = AN:ND = q;$

$$\left. \begin{array}{l} KO:MO=q \\ NO:OL=p \end{array} \right\} - ?$$



1) Поместим в точки **A, B, C** и **D** массы **1, p, w** и **q** соответственно и рассмотрим центр масс **p** этой системы точек.

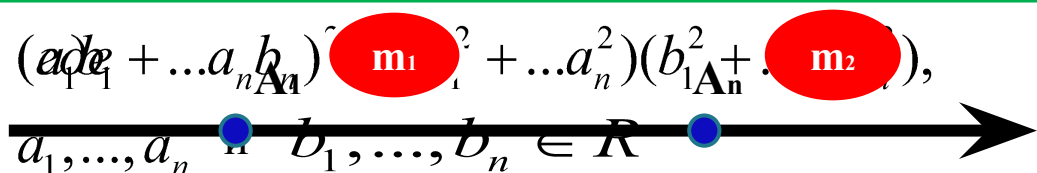
2) Т.к **K** – центр масс точек **A** и **B**, **M** – центр масс точек **C** и **D**, то точка **P** лежит на отрезке **KM** (по правилу рычага), причем $KP:PM = (w+q):(1+p) = q$
 Аналогично точка **p** лежит на отрезке **LN**, при чем $NP:PL = p$

Из пункта 3 и 2 $\Rightarrow KO:MO = q$ и $NO:OL = p$

ч.т.д

Неравенство Коши - Буняковского

(1)

$$\left((a_1^2 + \dots + a_n^2) (b_1^2 + \dots + b_n^2) \right) \geq (a_1 b_1 + \dots + a_n b_n)^2$$


} - ?

Пусть $m_1, \dots, m_n > 0$. Выберем на числовой оси точки $A_1, \dots, A_n$ с координатами $x_1, \dots, x_n$ и поместим в них массы $m_1, \dots, m_n$. Координаты центра масс м.т $m_1 A_1, \dots, m_n A_n$ равна

$$x = \frac{m_1 x_1 + \dots + m_n x_n}{m_1 + \dots + m_n} \quad | \Rightarrow \text{(по свойству однородности)}$$

$$m_1 x_1^2 + \dots + m_n x_n^2 \geq \frac{1}{m_1 + \dots + m_n} (m_1 x_1 + \dots + m_n x_n)^2$$

Пусть $m_k = b_k^2, x_k = \frac{a_k}{b_k}, k = 1, \dots, n$ тогда (1) истинно.

ч.т.д

Химическая задача

3) Определим координаты данных точек. Для этого $p\%:100\%$, где p – содержание вещества в сплаве

Пример:

$$\text{Ag (I сплав)} = 20\%:100\% = 0,2;$$

$$\text{Cu (II сплав)} = 30\%:100\% = 0,3;$$

4) I сплав  представится в виде точки P (0,2; 0,5; 0,3);

II сплав  представится в виде точки Q (0,45; 0,3; 0,25);

$$5) \quad mZ = m_1P + m_2Q \Rightarrow Z = \frac{m_1P + m_2Q}{m}$$

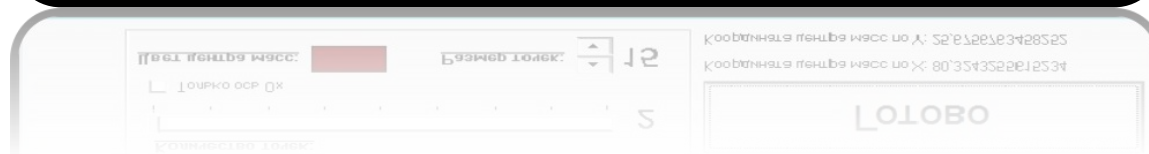
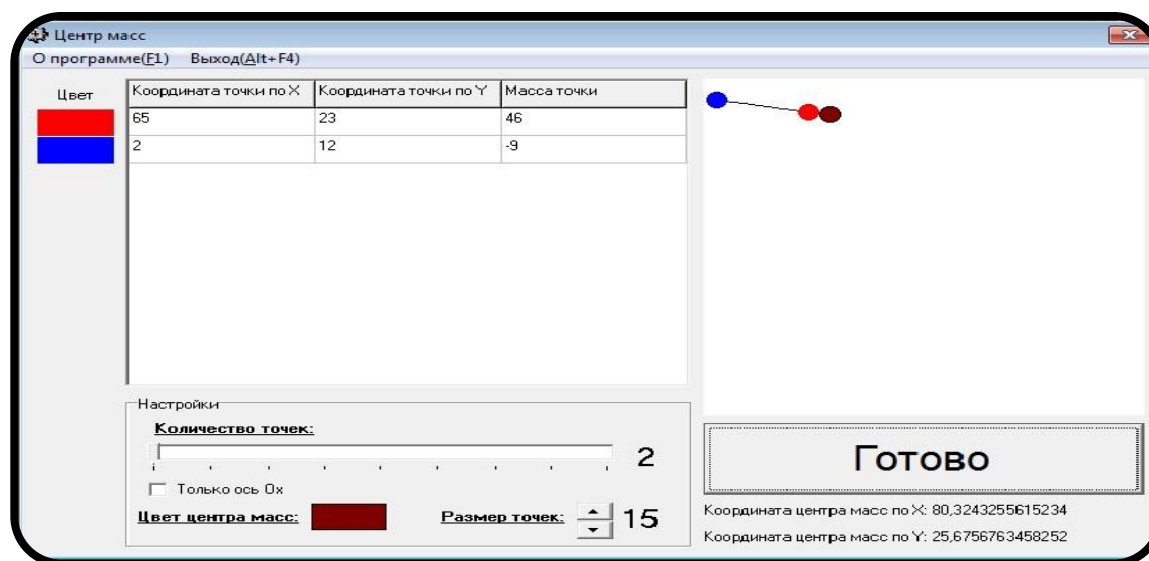
$$Z_1 = \frac{15 \cdot 0,2 + 10 \cdot 0,45}{15 + 10} = 0,3; \quad Z_2 = \frac{15 \cdot 0,5 + 10 \cdot 0,3}{15 + 10} = 0,42; \quad Z_3 = \frac{15 \cdot 0,3 + 10 \cdot 0,25}{15 + 10} = 0,28.$$

$$6) \quad \text{Ag} = 0,3 \cdot 100\% = 30\% \quad \text{Cu} = 0,42 \cdot 100\% = 42\% \quad \text{Zn} = 0,28 \cdot 100\% = 28\%$$

Ответ: 30% Ag, 42% Cu, 28% Zn.



Для того, чтобы проверить задачи, предложенные в сборнике мной была создана программа, написанная в среде программирования Borland C++ Builder, определяет центр масс для n-ого количества точек. Также вычисляет координаты центра масс для данных точек и изображает их схематично. Масштаб, цвет и количество тел, материальных точек задается пользователем.



Заключение

- ✓ *В результате данной исследовательской работы было установлено, что барицентрический метод позволяет решать ряд задач, решение которых другим способом является затруднительным;*
- ✓ *Данный метод является универсальным. Границы применимости охватывают широкий спектр наук;*
- ✓ *И действительно, данный метод может быть предложен не только как дополнительный материал на факультативных занятиях в школе, но и как опорный материал при подготовке к экзаменам в вузах*

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!!!