

Арифметическая и геометрическая прогрессии

Цели урока:

Систематизировать знания по теме арифметическая и геометрическая прогрессии.

Применять теоретические знания и формулы при решении задач.

Подготовиться к контрольной работе.

Домашнее задание: задачник: №451(б), 473, 503(в,г),
итоговая аттестация: 6.31.(2).

1. Одна из двух данных последовательностей является арифметической прогрессией, другая – геометрической:

$$-15; -12; -9; -6; -3; 0; \dots \quad d=3$$

$$32; 16; 8; 4; 2; 1; \dots \quad q=1/2$$

Продолжите каждую из этих прогрессий и назовите следующие три её члена.

2. Укажите формулу n -го члена арифметической прогрессии:

3. Является ли число 72 членом данной прогрессии?

А. $a_n = -3n - 15;$
Б. $a_n = 3n - 15;$

В. $a_n = 3n - 18;$

Г. $a_n = -3n + 18;$

$$72 = 3n - 18$$

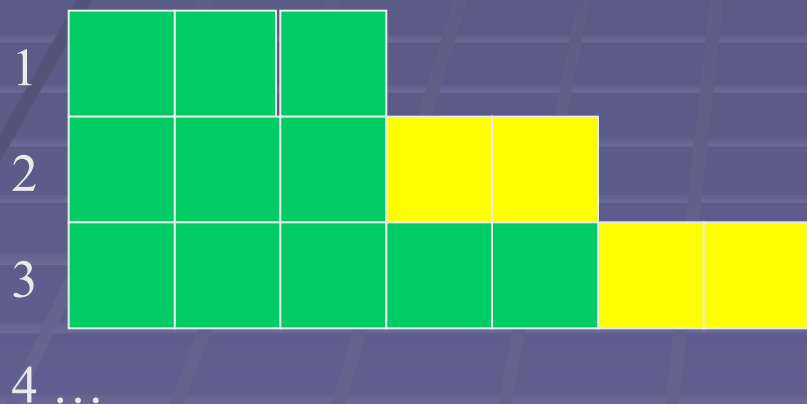
$$n = 30, \text{ Б. } n \in \mathbb{N}$$

А. $b_n = \frac{32}{2^n};$ В. $b_n = 32 \cdot \frac{n-1}{2};$

Г. $b_n = 32 \cdot 2^{n-1};$

5. Фигуры составлены из квадратов, как показано на рисунках:

а) Сколько квадратов в 15-ой строке ?



А. 29 Б. 32 В. 31 Г. 15

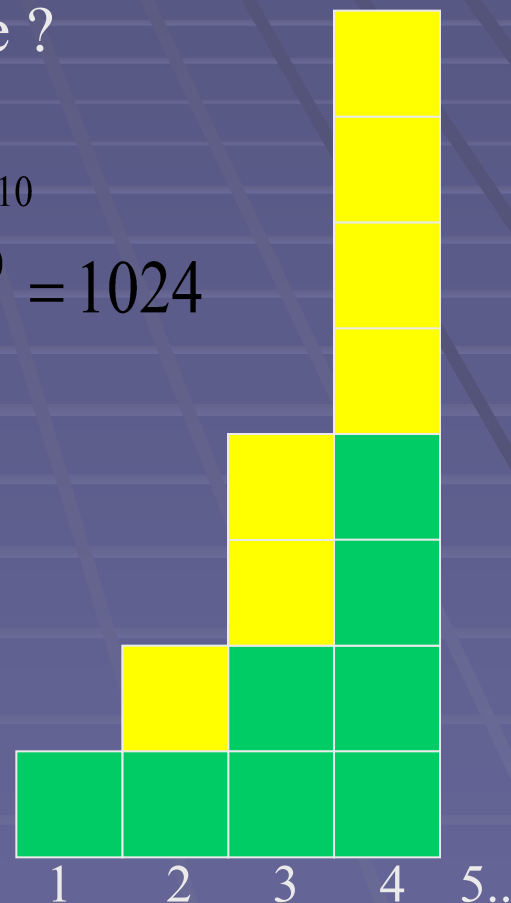
$$a_{15} = a_1 + 14d$$

$$a_{15} = 3 + 14 \cdot 2 = 31$$

б) Сколько квадратов в 11-ом столбце ?

$$b_{11} = b_1 \cdot q_{10}$$

$$b_{11} = 1 \cdot 2^{10} = 1024$$



А. 512 Б. 256 В. 1024 Г. 128

6. (a_n) – арифметическая прогрессия

$$a_{10} = 8, \quad a_{12} = -2. \text{ Найдите } a_{11}.$$

Согласно характеристическому свойству арифметической прогрессии:

$$a_n = (a_{n+1} + a_{n-1})/2; \quad a_{11} = (8 - 2)/2 = 3$$

$$7. \text{ Зная, что } a_{16} = -10, \text{ найдите } a_{15} + a_{17};$$

$$a_{15} + a_{17} = 2a_{16}; \quad a_{15} + a_{17} = -$$

20

8. Найдите неизвестные члены арифметической прогрессии:

$$\dots 12; a_{n-1}; a_n; a_{n+1}; 26; \dots$$

$$\dots 12; 15,5; 19; 22,5; 26; \dots$$

$$d = 3,5$$

1. Найдите все значения переменной X , при которых значения выражений $\sqrt{X-1}$, $\sqrt{6-X}$, $\sqrt{10+3X}$ являются тремя последовательными членами геометрической прогрессии.

Воспользуйтесь характеристическим свойством геометрической прогрессии: $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$, и свойством квадратного корня: $(\sqrt{a})^2 = a, a \geq 0$

$$(\sqrt{6-X})^2 = \sqrt{X-1} \cdot \sqrt{10+3X}; \quad \text{ОДЗ: } X \in (1;6).$$

$$6-X = \sqrt{X-1} \cdot \sqrt{10+3X};$$

$$(6-X)^2 = (\sqrt{X-1} \cdot \sqrt{10+3X})^2;$$

$$2X^2 + 19X - 46 = 0$$

$$\begin{cases} X = 2, \\ X = -11,5. \end{cases}$$

$X = -11,5$ -посторонний корень.

При $X = 2$, получим числа: 1; 2; 4 - члены геометрической прогрессии, $q=2$.

Ответ: $X = 2$.

2. Пятый член арифметической прогрессии на 15 меньше второго. Сумма третьего и седьмого её членов равна -6. Найдите третий и четвёртый члены этой прогрессии.

Составьте систему уравнений и воспользуйтесь формулой n-го члена арифметической прогрессии:

$$\begin{cases} a_2 - a_5 = 15, \\ a_3 + a_7 = -6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + d - (a_1 + 4d) = 15, \\ (a_1 + 2d) + (a_1 + 6d) = -6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = -5, \\ a_1 = 17; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a_3 &= a_1 + 2d, & a_3 &= 7, \\ a_4 &= a_3 + d, & a_4 &= 2. \end{aligned}$$

Ответ: $a_3 = 7$, $a_4 = 2$.

3.Вычислите сумму:

$$50^2 - 49^2 + 48^2 - 47^2 + 46^2 - 45^2 + \dots \\ \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2;$$

1) Воспользуйтесь формулой разности квадратов:

$$(50-49)(50+49) + (48-47)(48+47) + (46-45)(46+45) + \dots \\ \dots + (4-3)(4+3) + (2-1)(2+1);$$

2) Выполните действия в скобках:

$99 + 95 + 91 + 87 + \dots + 7 + 3$; эти числа образуют убывающую арифметическую прогрессию $a_1=99$, $a_n=3$, $n=25$.

$$S_{25} = \frac{(a_1 + a_{25})}{2} \cdot 25$$

$$S_{25} = \frac{(99 + 3)}{2} \cdot 25 = 51 \cdot 25 = 1275$$

Ответ: сумма равна 1275.

4.

«Покупка лошади»

В старинной арифметике Магницкого есть следующая забавная задача.

Некто продал лошадь за 156 руб. Но покупатель, приобретя лошадь, раздумал её покупать и возвратил продавцу говоря:

-Нет мне расчёта покупать за эту цену лошадь, которая таких денег не стоит.

Тогда продавец предложил другие условия:

-Если по-твоему цена лошади высока, то купи только её подковные гвозди, лошадь же я дам тебе в подарок. За первый гвоздь дай мне всего $\frac{1}{4}$ коп., за второй $\frac{1}{2}$ коп., за третий – 1 коп. и т.д.

Покупатель принял условия продавца, рассчитывая, что за гвозди придётся уплатить не более 10 руб.

На сколько покупатель



Решение:

за 24 подковных гвоздя пришлось уплатить
 $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; 2; 4; 8; 16; \dots$ копеек

Эти числа составляют геометрическую прогрессию $b_1 = \frac{1}{4}$, $q=2$, $n=24$. Найдите сумму первых 24-х членов этой прогрессии:

$$S_{24} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2^{24} - 1}{2 - 1} = 4194303 \frac{3}{4} (\text{коп.}) \approx 41943 \text{ руб.}$$

То есть 41943 рубля. За такую цену и лошадь продать не жалко!

Спасибо!

Моим ученикам,
за работу на уроке.

Всем присутствующим,
за внимание.

Желаю всем здоровья и
успехов!

И не забудьте выполнить домашнее
задание!