Признаки равенства треугольников

7 класс

Учитель математики 1 категории
МОУ СОШ №4
Шимичева Елена Евгеньевна

Урок 1: Первый признак равенства треугольников

- ***повторение***
- ***что такое теорема?***
- ***первый признак равенства треугольников***
- ***задачи***
- ***самостоятельная работа (два уровня)***

Урок 2: Медиана, биссектриса и высота треугольника

- ***устная работа***
- ***перпендикуляр к прямой***
- ***медиана***
- ***биссектриса***
- ***высота***
- ***графическая работа***

Урок 3: Равнобедренный треугольник

- ***определение***
- ***свойства равнобедренного треугольника***
- ***творческая самостоятельная работа***
- ***теоретический тест***

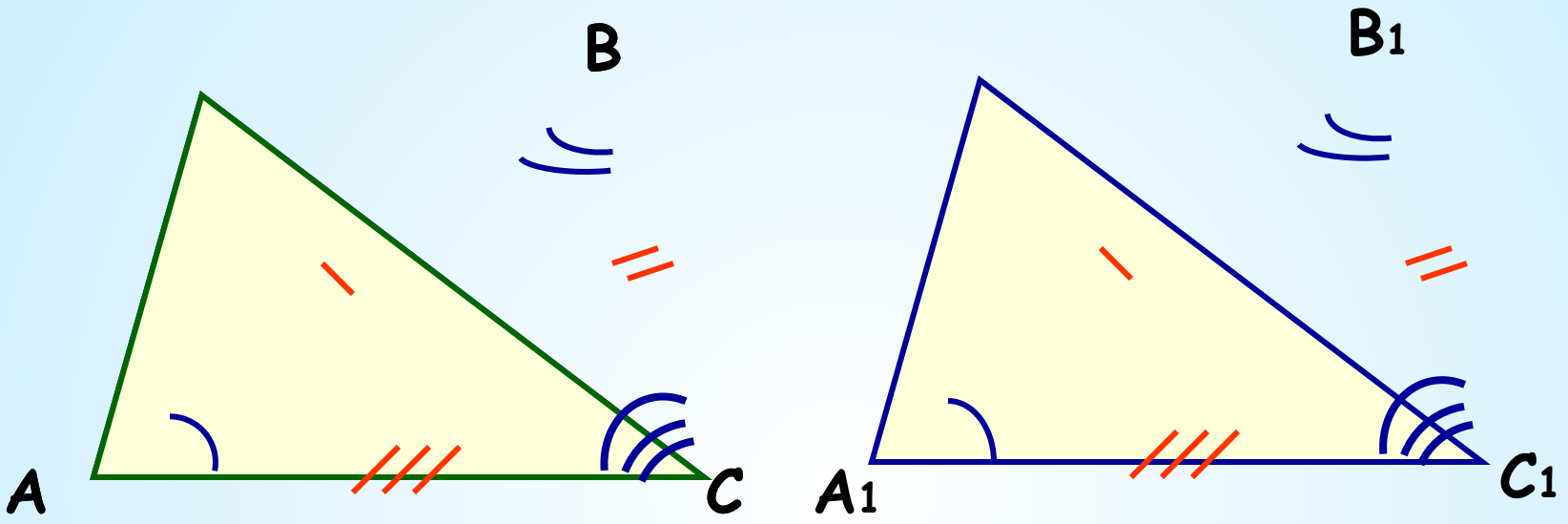
Урок 4: Второй признак равенства треугольников

- ***повторение (устная работа по готовым чертежам)***
- ***второй признак равенства треугольников***
- ***задачи***
- ***тест***

Урок 5: Третий признак равенства треугольников

- ***третий признак равенства треугольников***
- ***задачи***
- ***самостоятельная работа***

Равенство треугольников (повторение)



$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1 \Leftrightarrow \begin{cases} AB = A_1B_1 & \angle A = \angle A_1 \\ BC = B_1C_1 & \angle B = \angle B_1 \\ AC = A_1C_1 & \angle C = \angle C_1 \end{cases}$$

Определение

Треугольники называются равными, если совмещаются при наложении

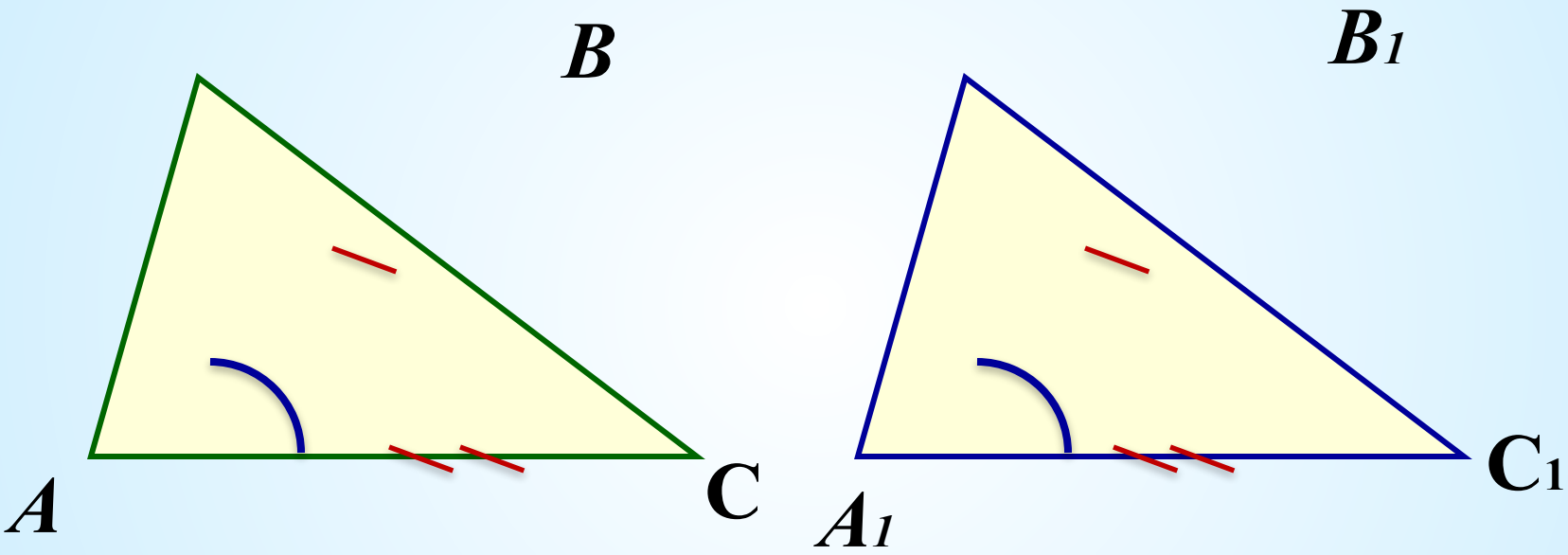
Теорема **– *утверждение,***
справедливость, которого устанавливается путём рассуждений (доказательств)

Любая теорема включает

1. **Чертёж**
2. **Условие (дано)**
3. **Заключение (доказать)**
4. **Доказательство с обоснованием (логические рассуждения, которые основываются на определениях, аксиомах и ранее доказанных теоремах (свойствах и признаках))**

ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК

(по двум сторонам и углу между ними)



Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны

***Дано*: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$.**
$AB = A_1B_1$; $AC = A_1C_1$;
$\angle A = \angle A_1$

Доказать:
$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

Доказательство:

Рассмотрим треугольники

1)т.к. **$\angle A = \angle A_1$(по условию)=> ΔABC можно наложить на $\Delta A_1B_1C_1$.**

2) Луч AB совпадает с лучом A_1B_1. Луч AC совпадает с лучом A_1C_1.

3) т.к. **$AB = A_1B_1$; $AC = A_1C_1$,** ***то совместятся точки*** **B и B_1; C и C_1=> совместятся отрезки BC и B_1C_1.**

4) **Совместятся ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$ => $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$,** ***ч.т.д.***

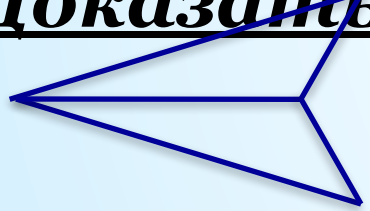
Задачи

1) *Дано*:ΔABC и ΔDMK; BC = 6;MD = 6; AC = 7; DK = 7; <C = <D.

Доказать: Δ ΔABC = ΔABC = Δ ΔABC = ΔD ΔABC = ΔDMK .

2) O – середина AK; O – середина CM.

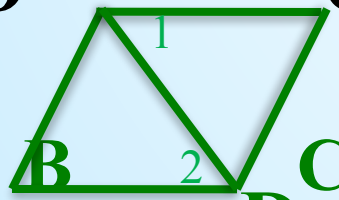
Доказать Δ ΔAOC = ΔAOC = Δ ΔAOC = ΔMOK .



3) P *Дано:* OP = OK; OC – биссектриса <O; <K = 30°;CK = 7 см.

O C

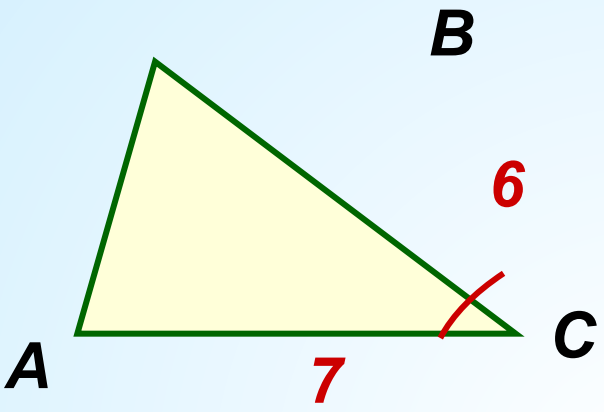
K ***Найти:*** PC; <P

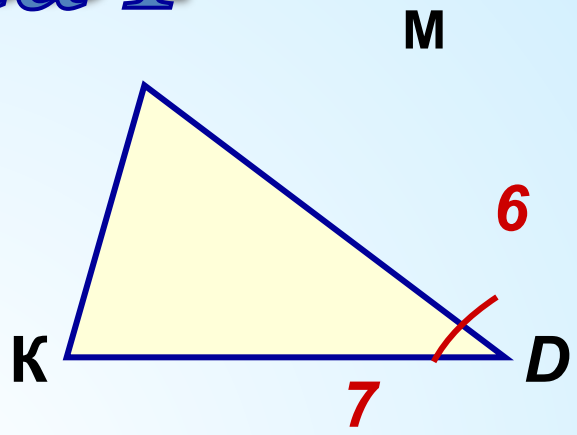


4) *Дано:* BC = AD; <1 = <2; <C = 60°; AB = 10м

Найти: C CD CD; <A

Решение задачи 1





Решение

Рассмотрим ∆ABC и ∆DMK

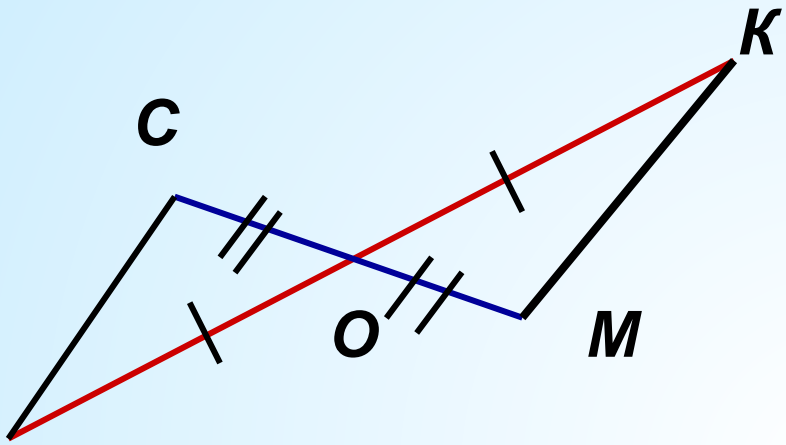
1. BC = DM = 6 (по условию)

2. AC = DK = 7 (по условию)

3. <C = <D (по условию)

=> ∆ABC = ∆DMK по 1 признаку равенства треугольников

Решение задачи 2



Дано: АК ∩ СМ = О; СО = ОМ; АО = ОК.

Доказать ΔАОС = ΔМОК

Доказательство:

Рассмотрим ΔАОС и ΔКОМ

1. АО = ОК (по условию)
2. СО = ОМ (по условию)
3. <СОА = <КОМ (вертикальные)

=> ΔАОС = ΔМОК по 1 признаку равенства треугольников, ч.т. д.

Решение задачи 3

Решение:

Рассмотрим ∆OCP и ∆OCK
1. OP = OK (по условию)
2. CO – общая сторона
3. <COK = <COK
(OC - биссектриса)

=> ∆OCP = ∆OCK
по 1 признаку
равенства
треугольников

⇒ <K = <P = 30°;
CK = PC = 7 см

Решение задачи 4

Решение:

Рассмотрим ∆АВД и ∆СДВ
1. ВС = АД (по условию)
2. ВД – общая сторона
3. <1 = <2 (по условию)

=> ∆АВД = ∆СДВ
по 1 признаку
равенства
треугольников

=> <А = <С = 60°;
СД = АВ = 10 м

Самостоятельная работа

I уровень (под постоянным контролем учителя)

1. Рис. 1

Дано: $AA_1 = CC_1$; $BC = B_1C_1$, $BC \perp AC$, $B_1C_1 \perp AC_1$

Доказать: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

2. Рис. 2

Дано: $AB = BC$, $\angle 1 = \angle 2$.

Доказать: $\angle ADB = \angle CDB$, DB- биссектриса $\angle ADC$.

II уровень (с проверкой учителя по окончании работы)

1. Рис. 3

Дано: $\angle BDC = \angle BEA$, $AD = EC$, $BD = BE$, $\angle BCE = 64^o$

Доказать: $\Delta ABD = \Delta CBE$. **Найти:** $\angle BAD$.

2. Рис. 4

Дано: $AB = AD$, $AC = AE$, $\angle BAD = \angle CAE$.

Найти: равны ли BC и DE, $\angle MCA$ и $\angle KEA$?

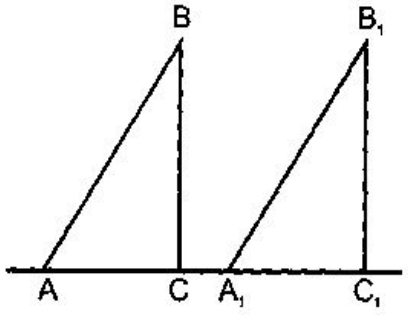


Рис. 1

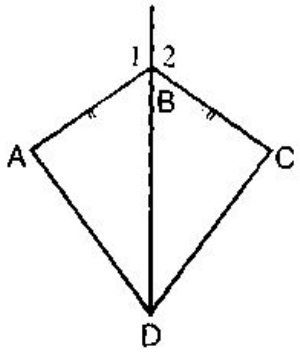


Рис. 2

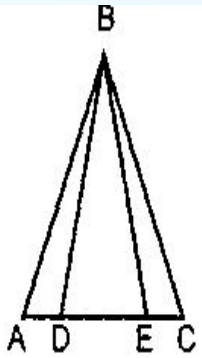


Рис. 3

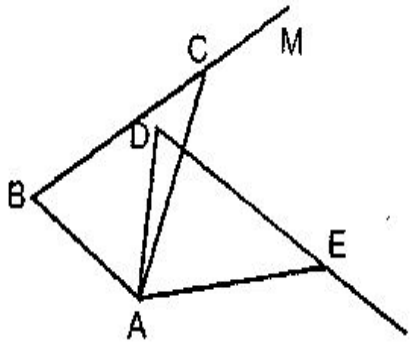


Рис. 4

Примерные задания из учебника для работы в классе и дома

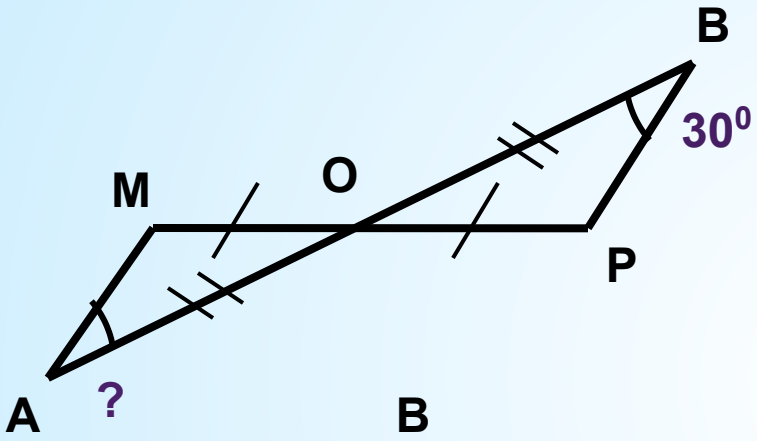
В классе: №93;96;98;99.

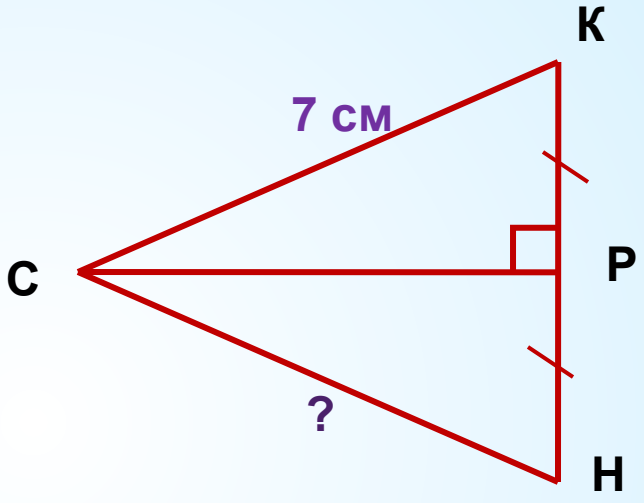
Дома: п.14

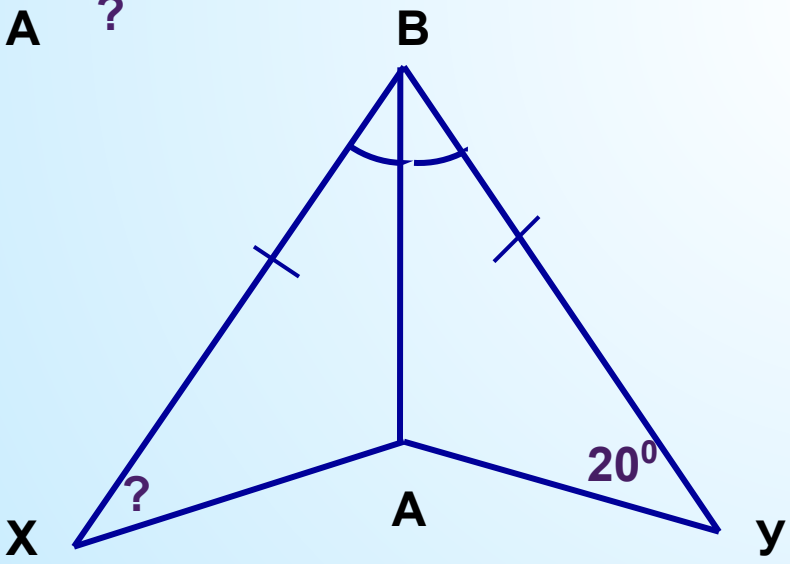
(выучить теорему)

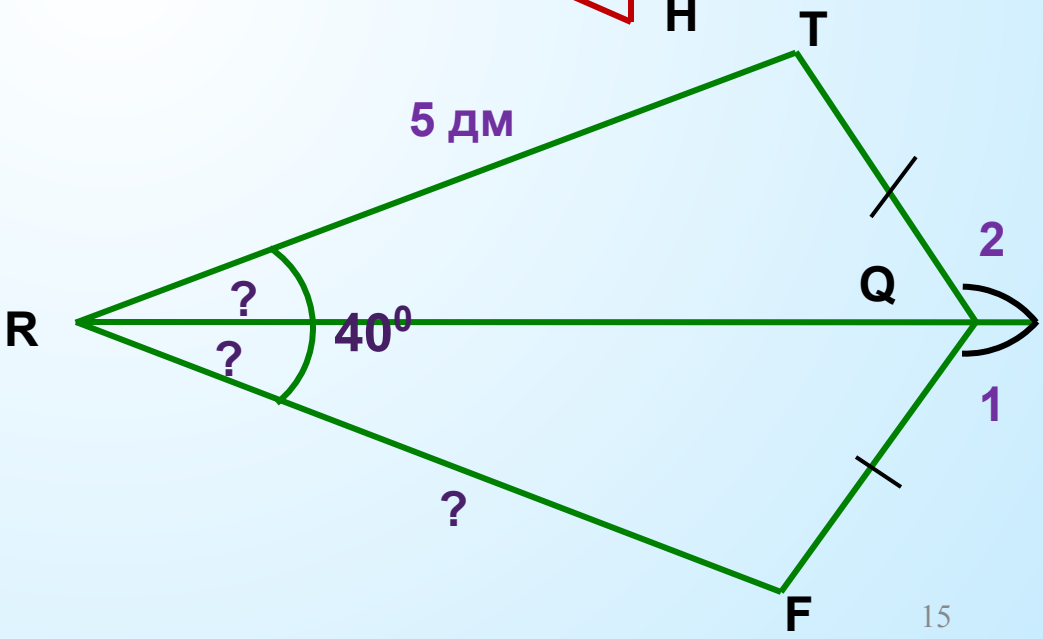
№ 94;95;97

Устная работа по готовым чертежам

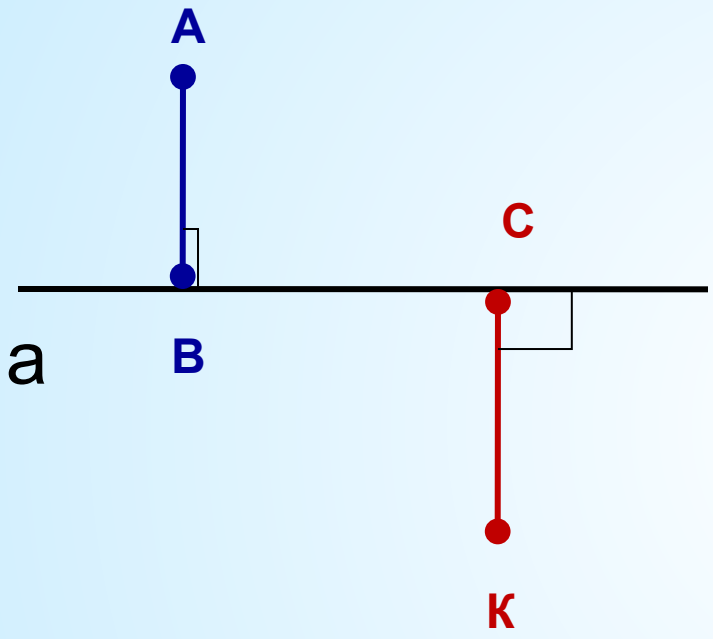








Перпендикуляр к прямой



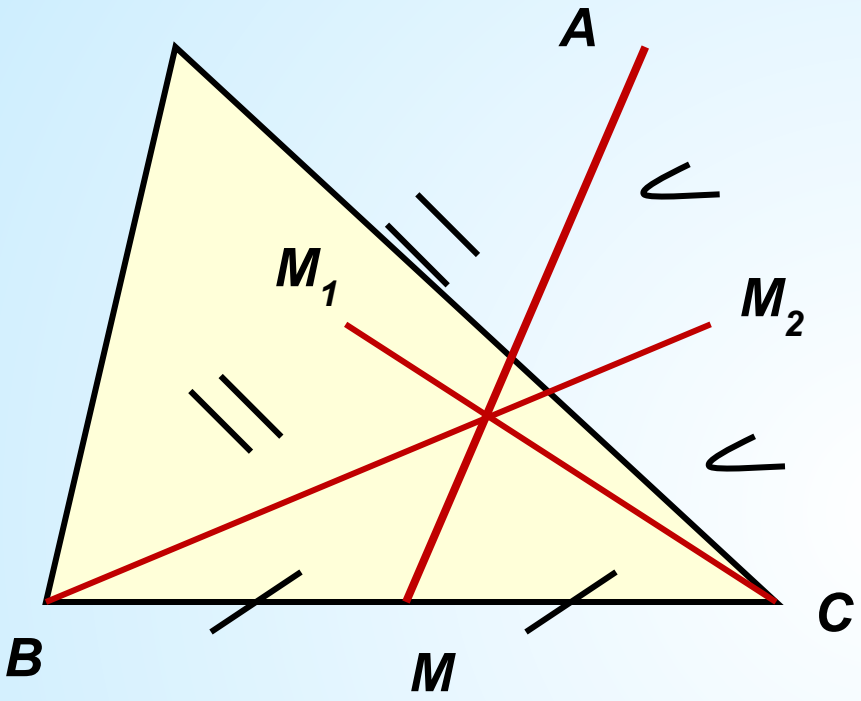
Отрезок АВ – перпендикуляр, опущенный из точки А к прямой а.

Точка В – основание перпендикуляра

$$AB \perp a$$

Из точки не лежащей на прямой, можно провести перпендикуляр к этой прямой, и при том только один.

Медиана треугольника



Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противолежащей стороны <u>называется</u>

медианой

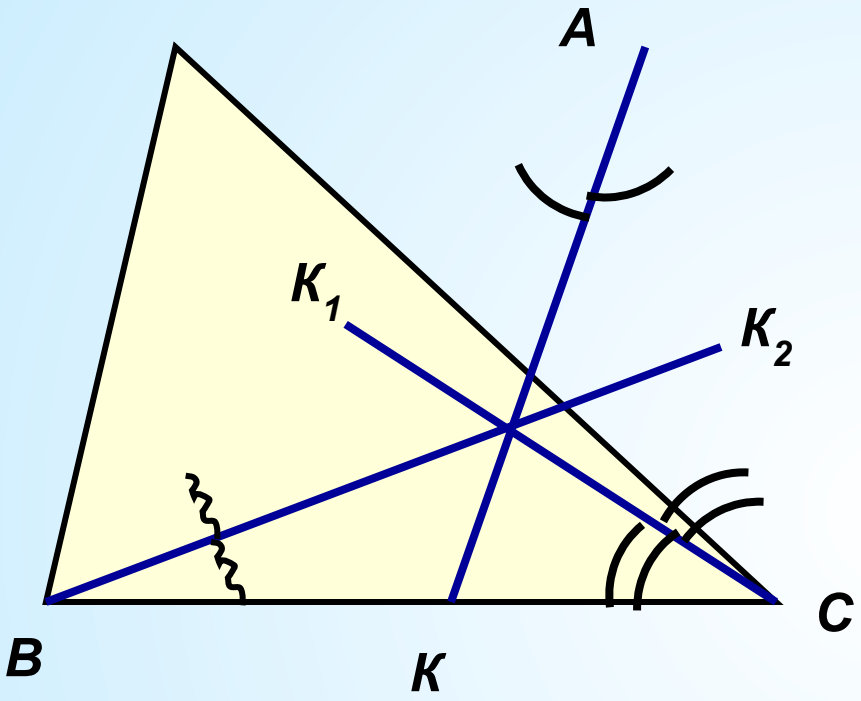
треугольника (AM).

Постройте все медианы.

<u>Свойство медиан:</u>

В любом треугольнике медианы пересекаются в одной точке.

Биссектриса треугольника



Отрезок биссектрисы угла, соединяющий вершину треугольника с точкой противолежащей стороны <u>называется</u>

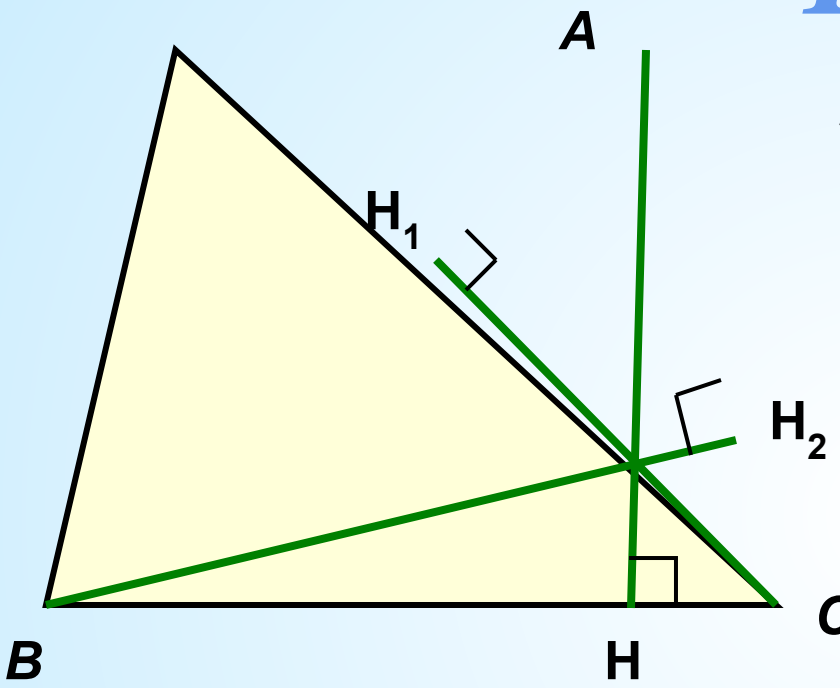
биссектрисой треугольника (АК).

Постройте все медианы.

<u>Свойство биссектрис:</u>

В любом треугольнике биссектрисы пересекаются в одной точке.

Высота треугольника



Перпендикуляр, проведённый из вершины треугольника к прямой, содержащей противолежащую сторону называется* высотой *треугольника (АН).

Постройте все высоты.

Свойство высот:

В любом треугольнике высоты пересекаются в одной точке.

Графическая работа

Постройте медианы, биссектрисы, высоты в прямоугольном и тупоугольном треугольнике.

Примерные задания из учебника для работы в классе и дома

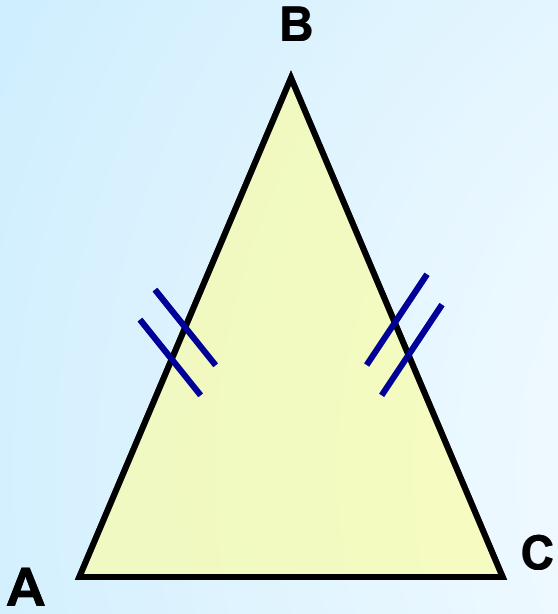
В классе: № 105; 106.

Дома: п. 16; 17.

На альбомном листе

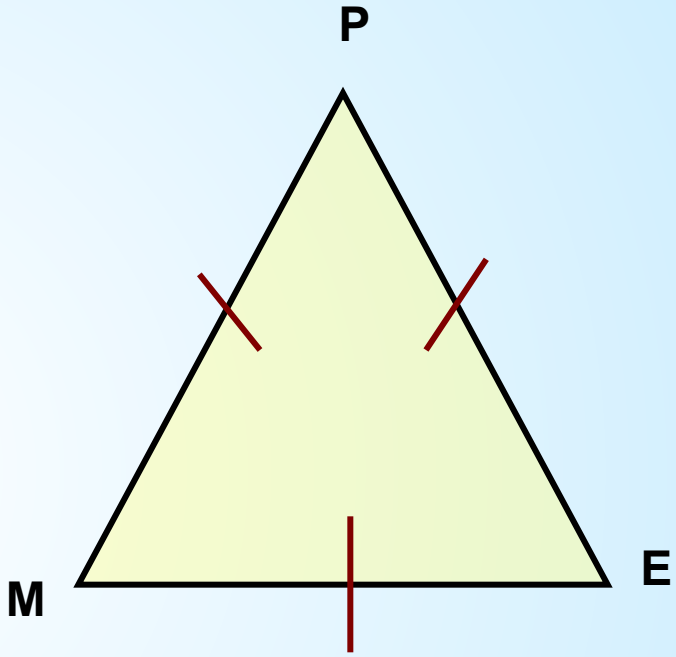
№ 101;102;103.

Равнобедренный треугольник



Равнобедренный треугольник

Дать определение

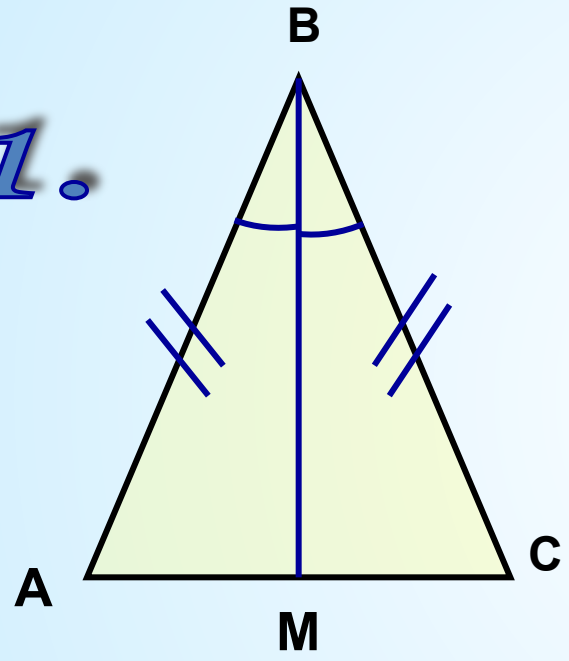


Равносторонний треугольник

AC – основание;
AB, BC – боковые стороны;
<A,<C – углы при основании,
<B – угол противолежащий основанию.

?

Свойства равнобедренного треугольника

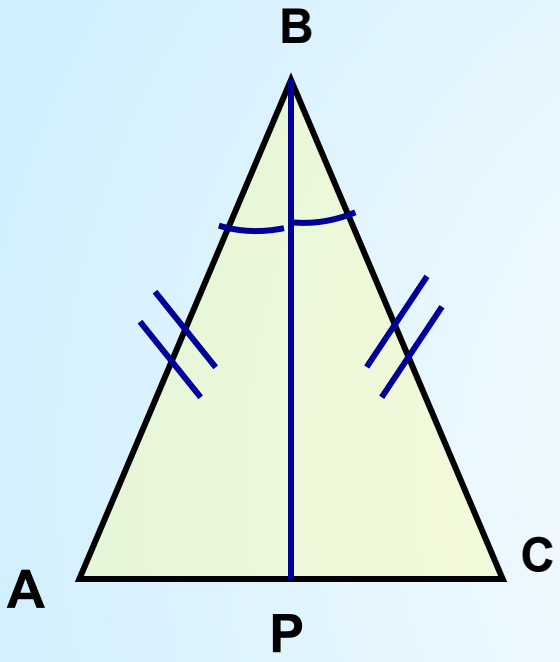


1.

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны

Доказать теорему самостоятельно

2.



В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведённая к основанию, является медианой и высотой

<u>Доказать теорему самостоятельно</u>

Самостоятельная работа творческого характера

В-1

Исследуйте медианы равнобедренного треугольника и перечислите все их свойства

В-2

Исследуйте высоты равнобедренного треугольника и перечислите все их свойства

Обсудить и записать полученные выводы

Теоретический тест

1. Медиана в равнобедренном треугольнике является его биссектрисой и высотой. Это утверждение:

а) всегда верно;
б) может быть верно;
в) всегда неверно.

2. Если треугольник равносторонний, то:

а) он равнобедренный;
б) все его углы равны;
в) любая его высота является биссектрисой и медианой.

3. В каком треугольнике только одна его высота делит треугольник на два равных треугольника?

а) в любом;
б) в равнобедренном;
в) в равностороннем.

4. Биссектриса в равностороннем треугольнике является медианой и высотой. Это утверждение:

а) всегда верно;
б) может быть верно;
в) всегда неверно.

5. Если треугольник равнобедренный, то:

а) он равносторонний;
б) любая его медиана является биссектрисой и высотой;
в) ответы а) и б) неверны.

6. В каком треугольнике любая его высота делит треугольник на два равных треугольника?

а) в любом;
б) в равнобедренном;
в) в равностороннем.

Ответы к тесту:

1 б); 2 а), б), в); 3 б); 4 а); 5 в); 6 в).

Примерные задания из учебника для работы в классе и дома

В классе: №109;112; 119;120

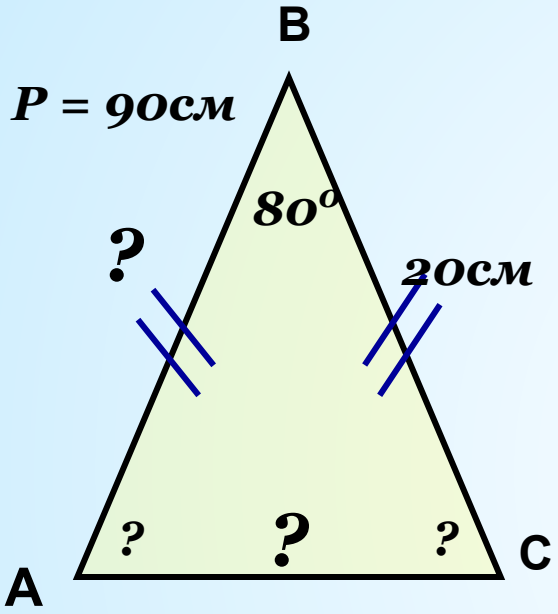
Дополнительные задачи: № 157;156;158.

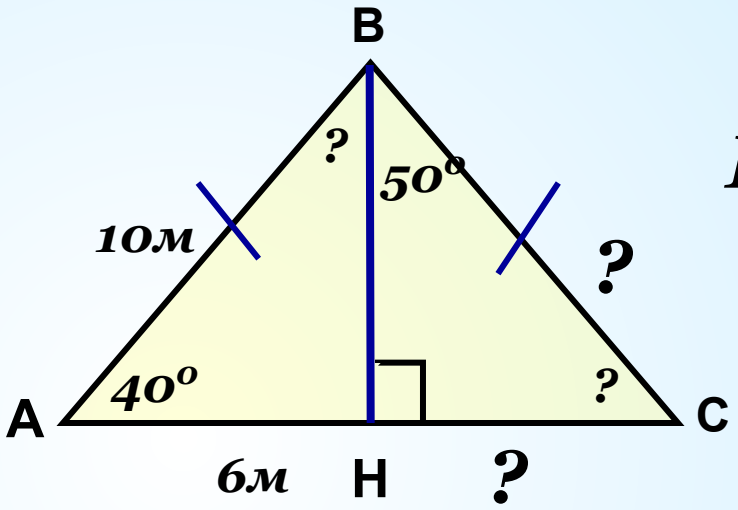
Дома: п.18

(выучить теоремы)

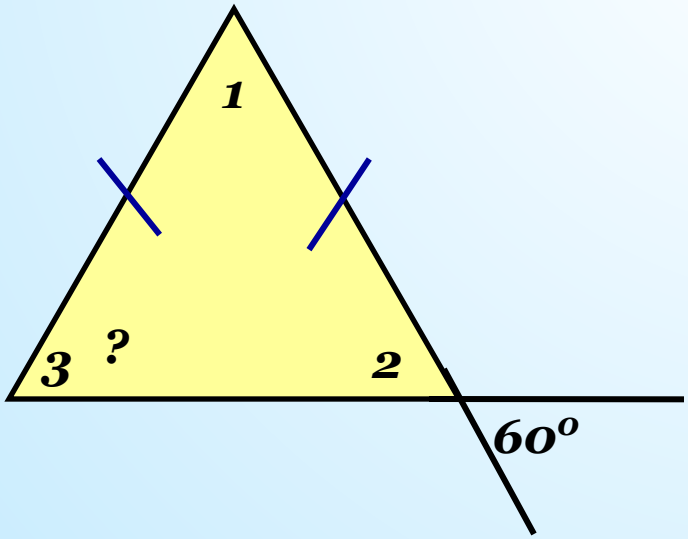
№ 107;108;111;117

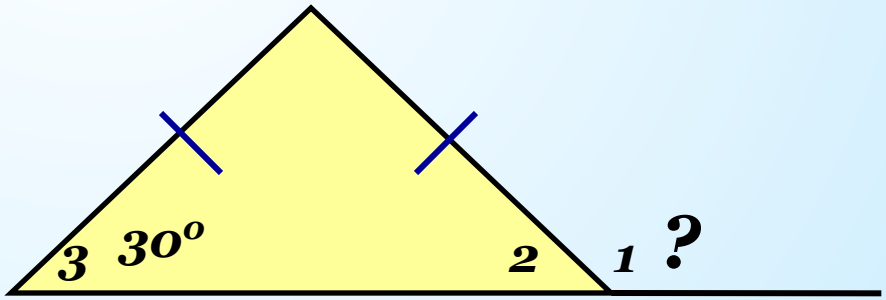
Устная работа по готовым чертежам





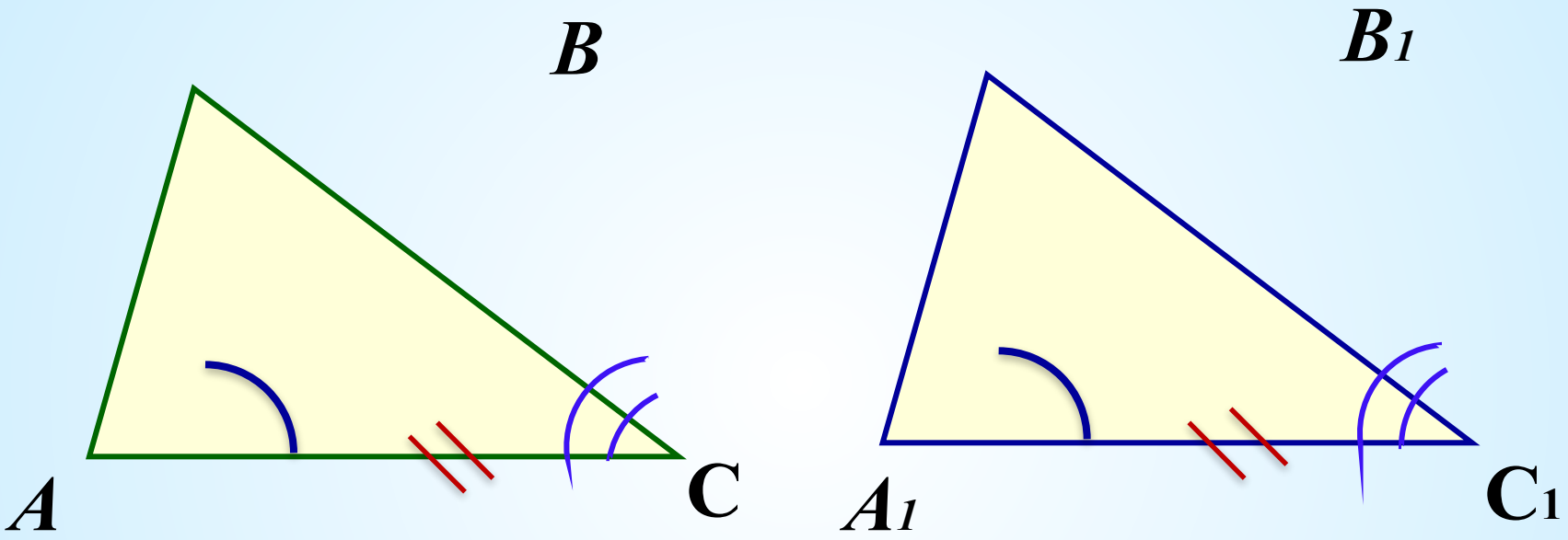
P - ?





ВТОРОЙ ПРИЗНАК

(по стороне и двум прилежащим к ней углам)



Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны

***Дано*: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$.**

AC = A_1C_1; <C = <C_1;

<A = <A_1

Доказать:

ΔABC = $\Delta A_1B_1C_1$.

Доказательство:

Рассмотрим треугольники **ΔABC = $\Delta A_1B_1C_1$**

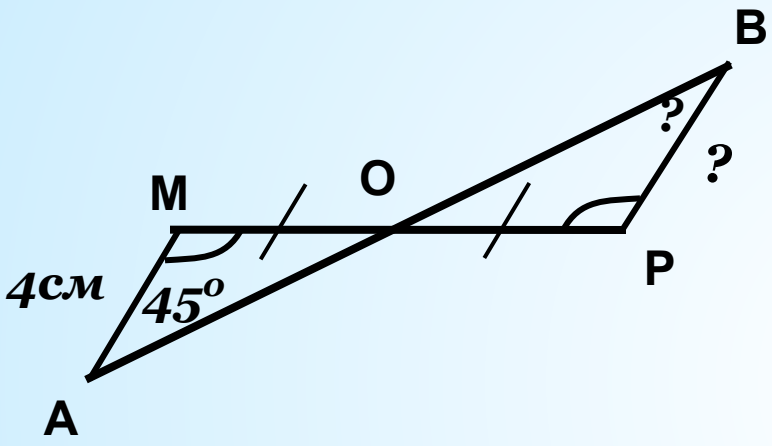
***1)*ΔABC можно наложить на $\Delta A_1B_1C_1$ так, чтобы AC совпала с A_1C_1**

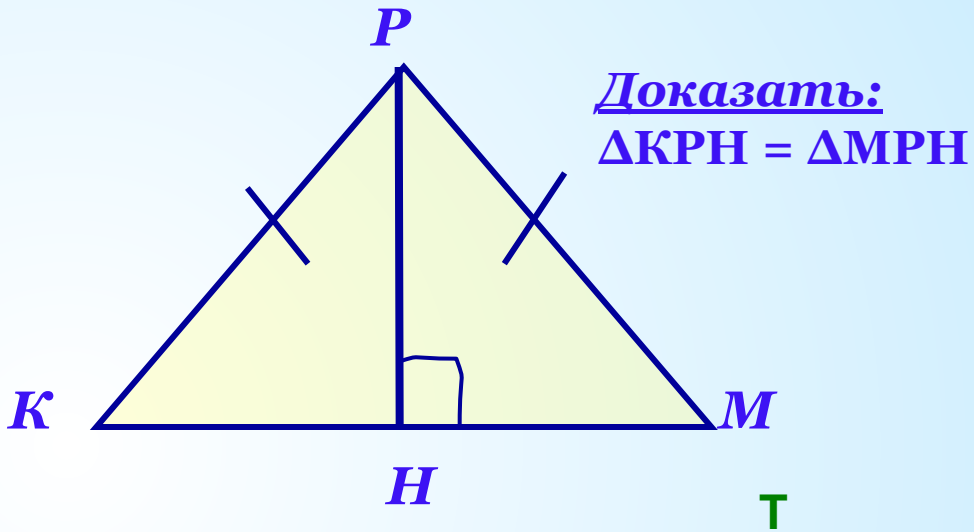
2) *т.к.* <A = <A_1, то луч AB совпадает с лучом A_1B_1, *т.к.* <C = <C_1, то луч CB совпадает с лучом C_1B_1 =>

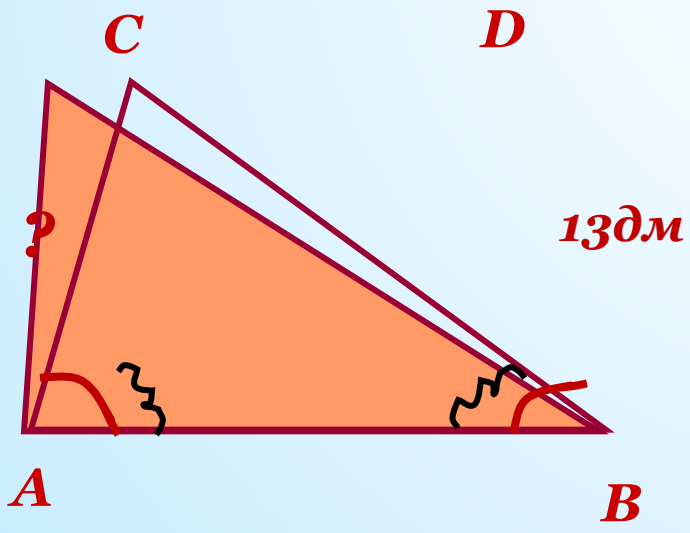
***3) совместятся точки* B и B_1 =>**

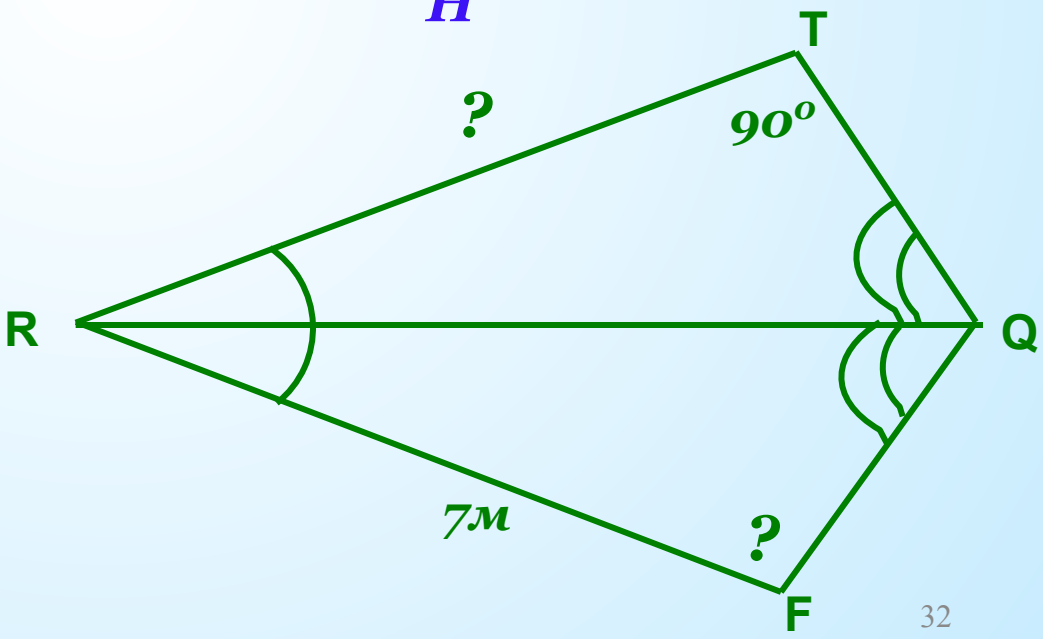
4)* Совместятся ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$ => ΔABC = $\Delta A_1B_1C_1$, *ч.т.д.

Решение задач по готовым чертежам

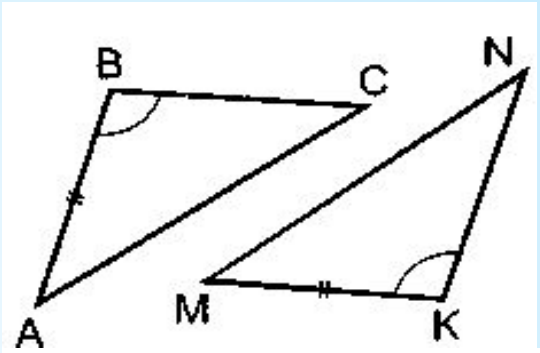






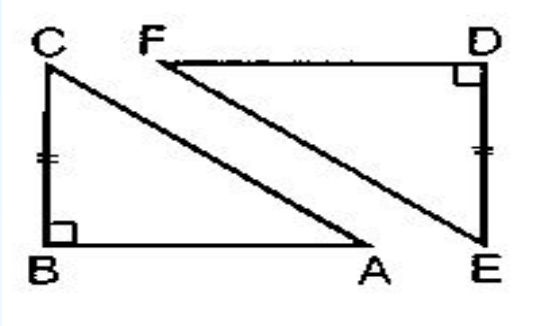


Тест



1. Для доказательства равенства треугольников ABC и MNK достаточно доказать, что:

а) AC=MN; б)<C=<N; в) BC = NK



2. Для доказательства равенства треугольников ABC и EDF достаточно доказать, что:

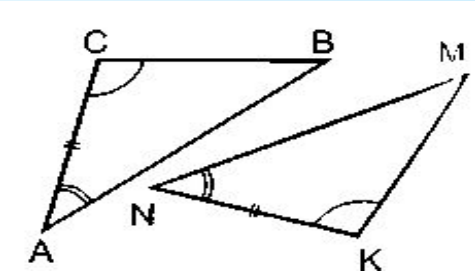
а) AC = FE; б)<C=<E; в) <A= <F.

3. Чтобы доказать равенство равносторонних треугольников ABC и MNK, достаточно доказать, что:

а) < A = < M; б) AB = MN; в) $P_{ABC} = P_{MNK}$.

4. Чтобы доказать равенство двух равнобедренных треугольников TOS и DEF с основаниями TS и DF соответственно, достаточно доказать, что:

а)<O=<E; б) TS = DF ; <T= <D; в) TS = DF.



5. Выберите верное утверждение:

а) BC = KM; б) AB = KN; в) BC = NM.

Примерные задания из учебника для работы в классе и дома

В классе: №125; 127;128

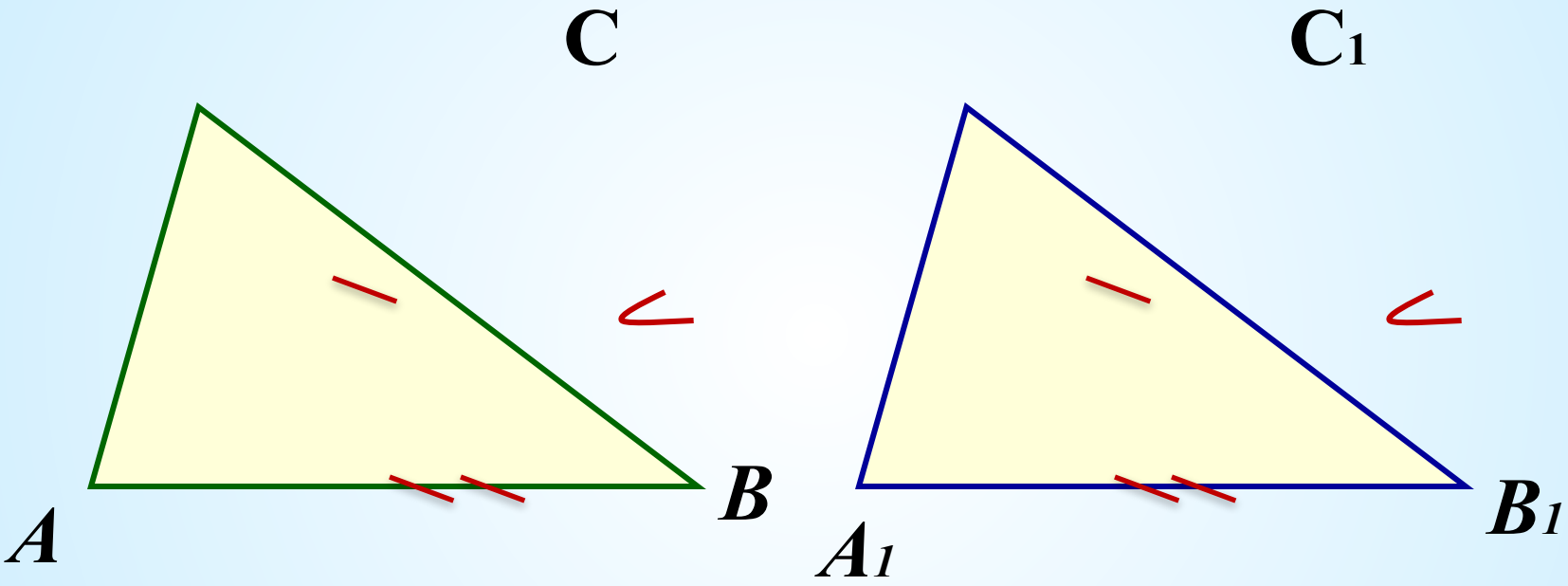
Дома: п.19

(выучить теорему)

№ 122;124;129

ТРЕТИЙ ПРИЗНАК

(по трём сторонам)



Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны

***Дано*: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$.**
AB = A_1B_1; AC = A_1C_1;
BC = B_1C_1

Доказать:
ΔABC = $\Delta A_1B_1C_1$.

Доказательство:

Приложим ΔABC к ΔA1B1C1 так, чтобы A совместилась с A_1 ; B - с B_1, а вершины C и C_1 оказались по разные стороны от прямой A_1B_1 (AB = A_1B_1).

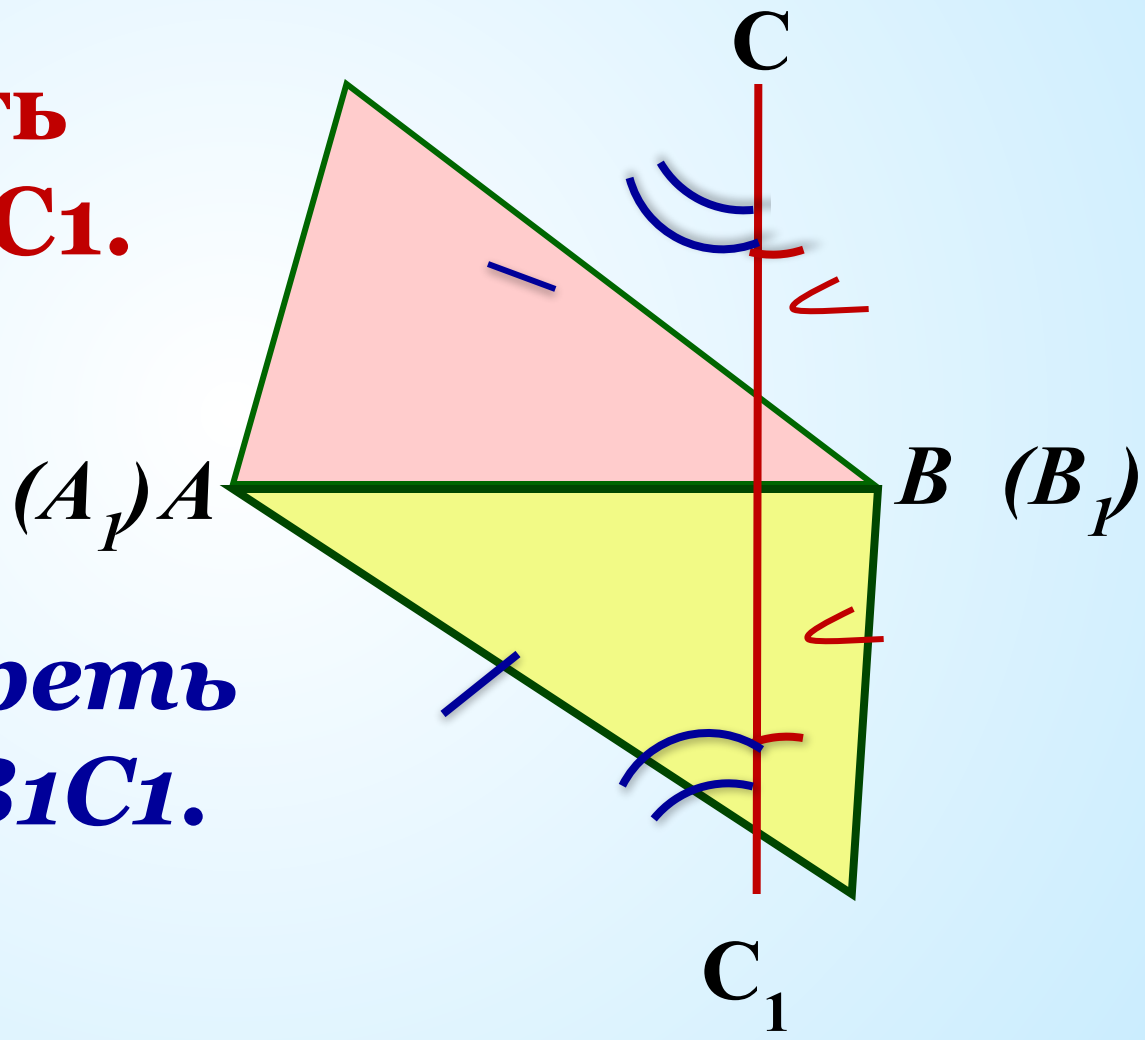
Возможны три случая:

1. ***Луч C1C проходит внутри*** ***Луч C1C проходит внутри ≤ Луч C1C проходит внутри <A1C1B1***

2. ***Луч C1C совпадает с одной из сторон*** ***2. Луч C1C совпадает с одной из сторон <2. Луч C1C совпадает с***

1 случай
(остроугольные треугольники)

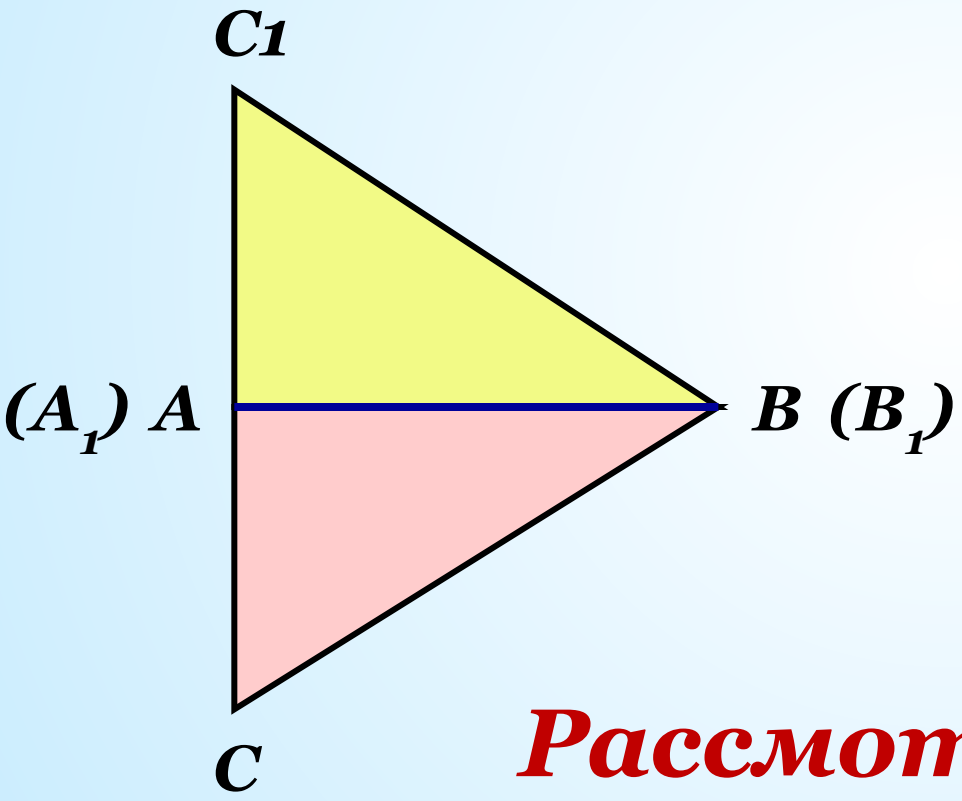
1. Рассмотреть ΔACC_1 и ΔBCC_1.



2. Рассмотреть $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

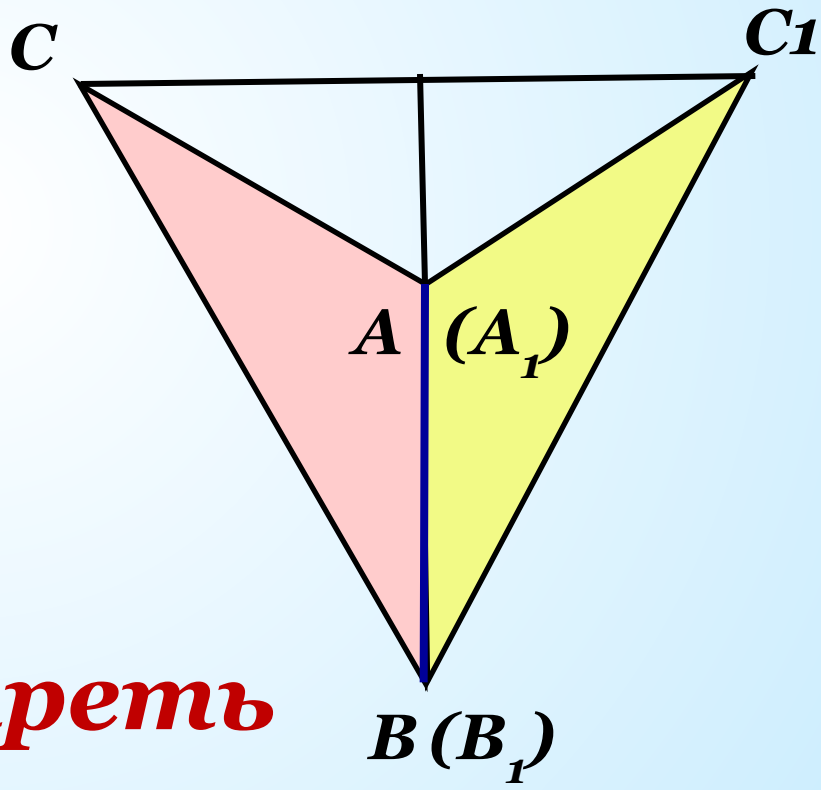
2 случай

Прямоугольные треугольники



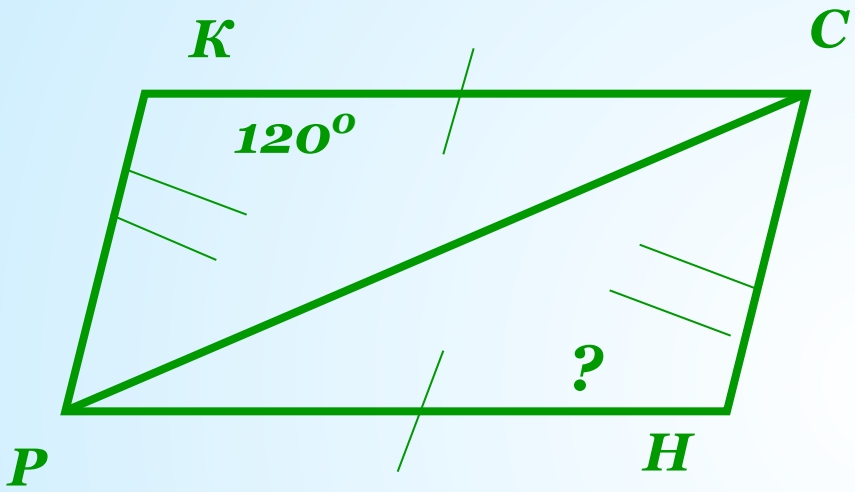
3 случай

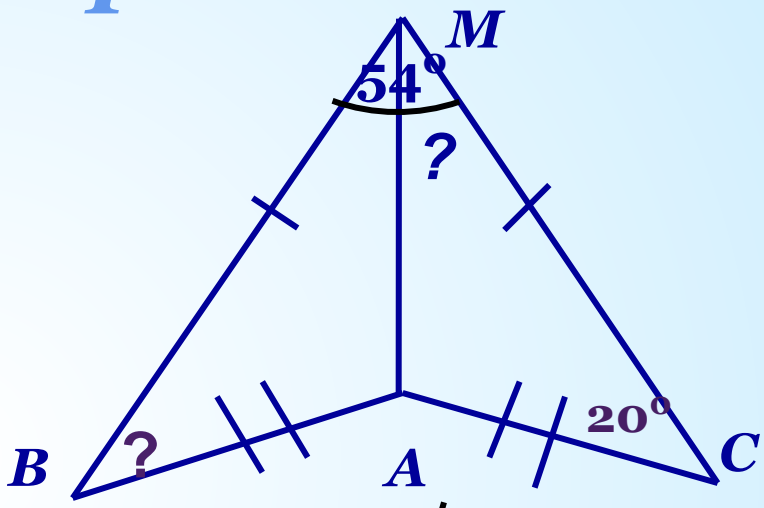
Тупоугольные треугольники

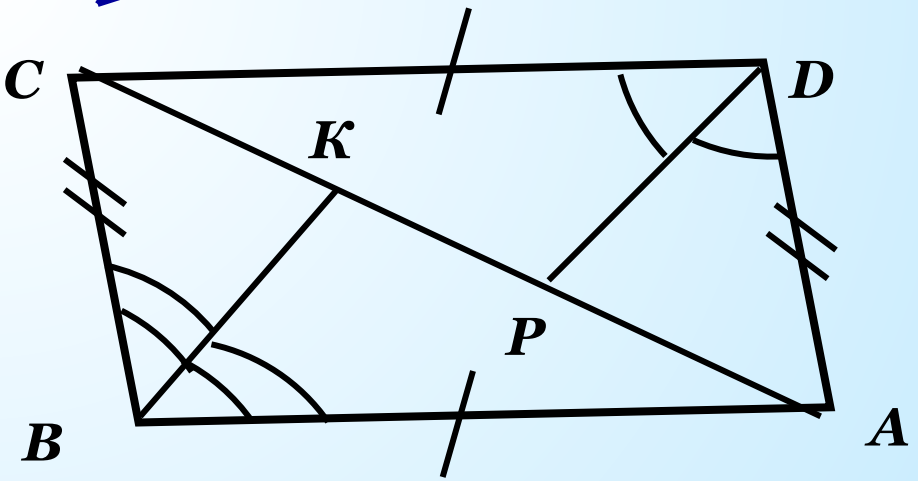


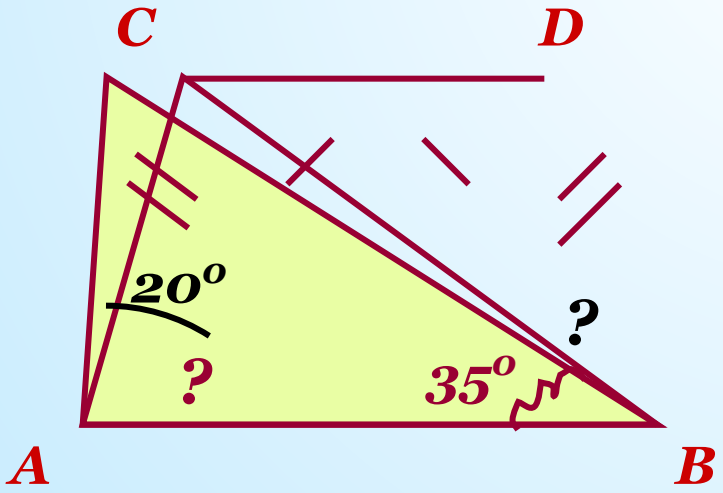
Рассмотреть дома

Решение задач по готовым чертежам







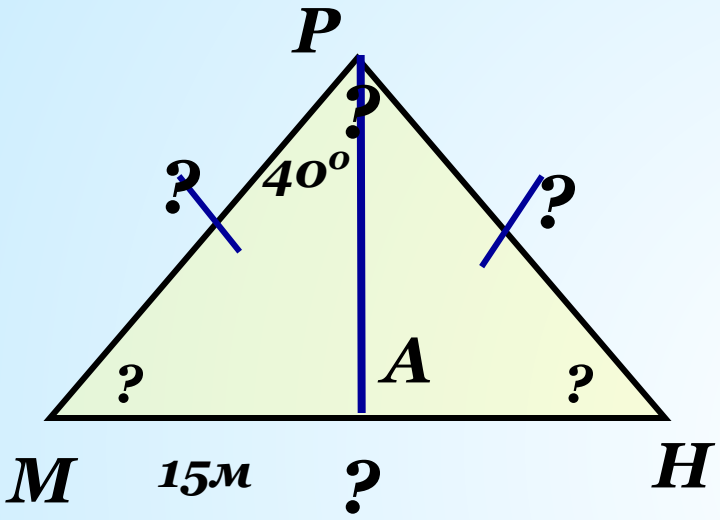


Докажите: 1) <CDP = <ABK

2) ΔCBK = ΔADP

Самостоятельная работа

В-1

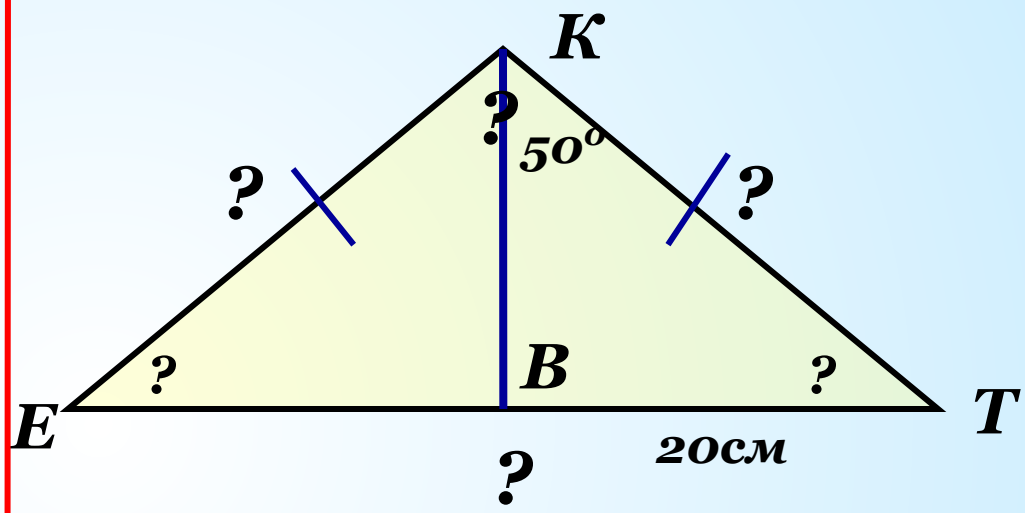


$P = 70м; \angle M + \angle P + \angle H = 180^o$

№ 118 (а)

№ 141

В-2



$P = 60см; \angle E + \angle K + \angle T = 180^o$

№ 118 (б)

№140

Дополнительно:

№142

Примерные задания из учебника для работы в классе и дома

В классе: №125; 127;128

Дома: п.19

(выучить теорему)

№ 122;124;129

Итог

По теме «Признаки равенства треугольников» необходимо знать:

- Три признака равенства треугольников
- Определение и построение медианы, биссектрисы и высоты треугольника
- Определение и свойства равнобедренного треугольника

Главное уметь применять свои знания на практике при решении разнообразных задач.