

*Натуральное число в арифметику вошло,
тайн немало принесло.*

Две стихии господствуют в математике - **числа и фигуры** с их бесконечным многообразием свойств и взаимосвязей.

Числа бывают натуральные, целые и дробные, положительные и отрицательные, четные и нечетные, простые и составные, ...

Еще есть числа фигурные, совершенные, дружественные и другие. «Что же это за числа?» – думали мы.

Решили: узнаем это самостоятельно.
Так была выбрана тема проектной работы
«Совершенные и дружественные числа».



**XIII районная проектно-исследовательская конференция
школьников «Я и мир вокруг»**

Секция «Математика в моей жизни»

«Совершенные и дружественные числа»

**Информационно-исследовательский проект
выполнили Замарина Анастасия и Куровская Ольга
учащиеся 6 класса МОУ «СОШ с. Лох
Новобурасского района Саратовской области»
Руководитель Будникова Т. А. учитель математики
2015 год**

ЦЕЛІ:

1. **Расширение знаний о числах;**
2. **Пополнение интеллектуального багажа;**
3. **Совершенствование навыков, необходимых при выполнении информационно-исследовательского проекта.**

ЗАДАЧИ:

- **выяснить, знает ли старшее поколение о совершенных и дружественных числах;**
- **подобрать литературу и познакомиться с историей возникновения совершенных и дружественных чисел;**
- **узнать, что это за числа и какова их роль в математике;**
- **расширить кругозор, изучая математическую литературу и материалы интернета;**
- **составить задания по теме проекта;**
- **вырабатывать навыки в создании и защите презентации.**

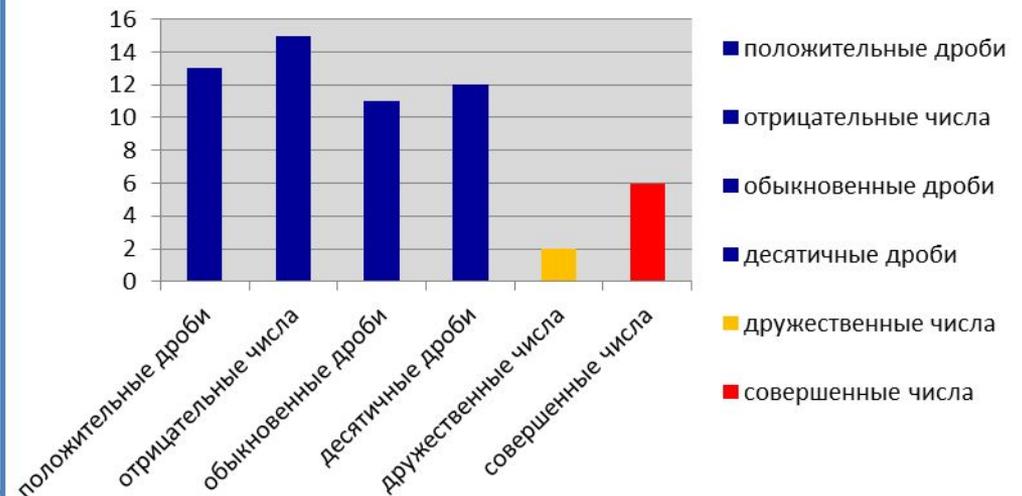
ГИПОТЕЗА

**«Выяснить, какова роль
совершенных и дружественных чисел
в математике и для математиков»**

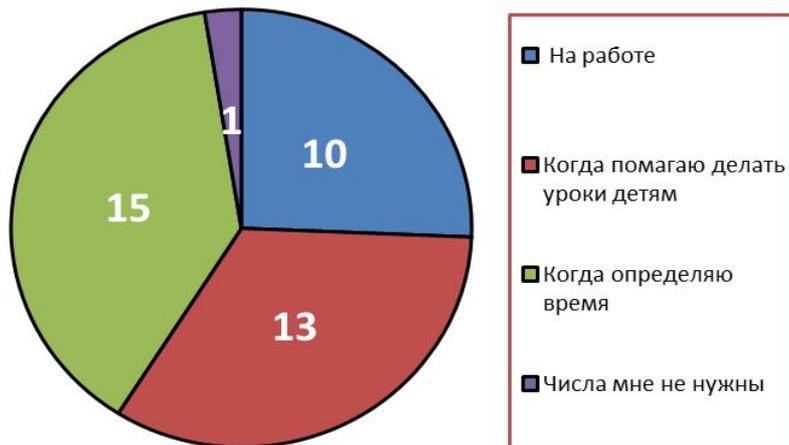
АНКЕТИРОВАНИЕ РОДИТЕЛЕЙ

Было опрошено
20 родителей
учащихся 5–9 классов

КАКИЕ ЧИСЛА ЗНАЮТ РОДИТЕЛИ



Когда родителям нужны числа



Вывод: 2-е родителей, имеют представление о дружественных числах, 6 – знают, что есть совершенные числа, но никто не смог назвать ни тех, ни других.

ОСНОВОПОЛАГАЮЩИЙ ВОПРОС

**Иль арифметика стара,
Иль чудо перед нами.
Понять, что, как и почему,
Должны мы только сами.**



ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ –
числа



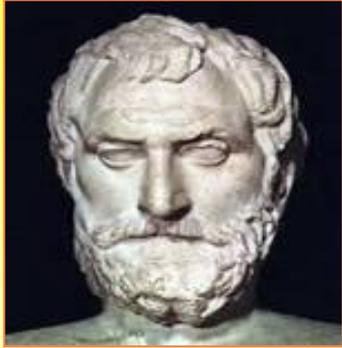
ИСТОЧНИКИ ИНФОРМАЦИИ –
математическая литература и
Википедия



ПРОДУКТ ПРОЕКТА –
мультимедийная презентация и
составленные задания по теме.



ЧИСЛА ПРАВЯТ МИРОМ !



Фалес

Первого греческого ученого, который начал рассуждать о математике, а не только пользоваться ею, звали **Фалес**.

А о **числах** первым начал рассуждать грек **Пифагор**, который очень много сделал для развития науки. Сначала он занялся музыкой. Ему удалось установить связь между длиной струны музыкального инструмента и издаваемым им звуком. И тогда Пифагор решил, что не только законы музыки, но и вообще все на свете можно выразить с помощью чисел.

«**Числа правят миром!**» - провозгласил он

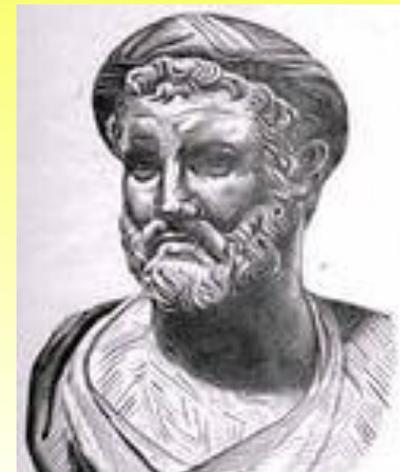


Пифагор



ФИГУРНЫЕ ЧИСЛА

Натуральные числа бывают четные и нечетные. Это знали задолго до Пифагора. Но Пифагор стал думать о **свойствах чисел**.



Во времена Пифагора на человека, сказавшего, что неизвестное число можно обозначать буквой, посмотрели бы с удивлением.

И Пифагор придумал замечательный способ доказывать общие утверждения о числах: он стал изображать числа точками.



Доказывая свойства чисел, Пифагор строил прямоугольники из точек.

Пифагор изображал число 4 так:

....

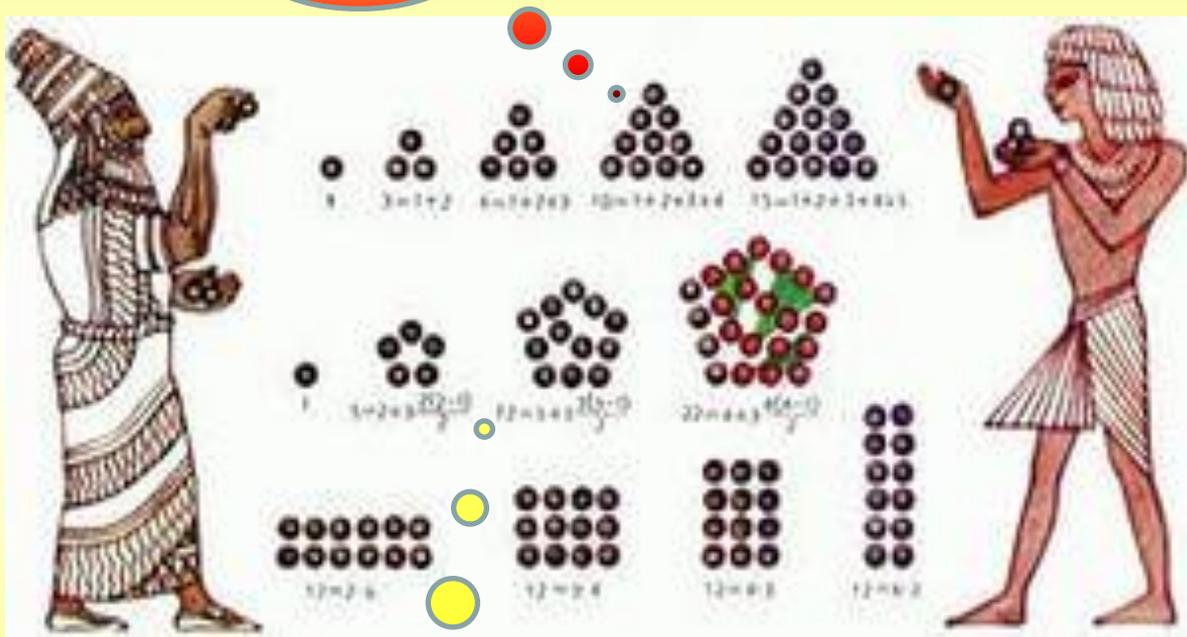
,

а число 7 так:

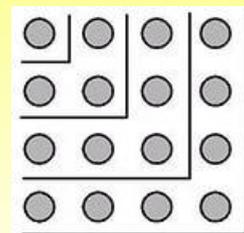
.....

ФИГУРНЫЕ ЧИСЛА

Треугольные числа
1; 3; 6; 10; 15; 21; ...



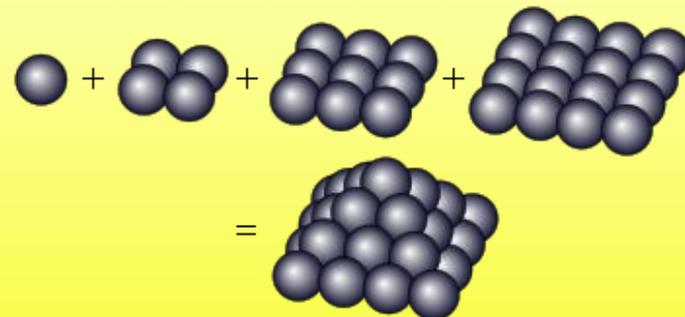
Квадратные числа
1; 4; 9; 16; 25; 36; ...



Кубические числа



Квадратные пирамидальные числа
1, 5, 14, 30, 55, 91, ...



Пятиугольные числа
1; 5; 12; 22; 35; 51; ...



СОВЕРШЕННЫЕ ЧИСЛА

Но фигурными числами Пифагор не удовлетворился. Ведь он провозгласил, что числа правят миром. Поэтому ему пришлось придумывать, как с помощью чисел изображать такие понятия, как **справедливость, совершенство, дружба.**

Справедливость Пифагор и его ученики изображали числом 4 – оно является первым произведением двух равных множителей: $4 = 2 \times 2$.





СОВЕРШЕННЫЕ ЧИСЛА

Чтобы изобразить **совершенство**, Пифагор принялся за делители чисел. Делитель числа назвали правильным, если он меньше самого числа.

Все правильные делители числа Пифагор складывал.

Если сумма делителей оказывалась меньше числа, то число объявлялось недостаточным, а если больше – избыточным.

А если сумма делителей в точности равнялась числу, то число объявляли **совершенным**.

Число	Правильные делители	Сумма правильных делителей	Вид числа по Пифагору
12	1, 2, 3, 4, 6	$1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16 > 12$	избыточное
15	1, 3, 5	$1 + 3 + 5 = 9 < 15$	недостаточное
6	1, 2, 3,	$1 + 2 + 3 = 6 = 6$	совершенное
28	1, 2, 4, 7, 14	$1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28 = 28$	совершенное



СОВЕРШЕННЫЕ ЧИСЛА

Докажем, что число 496 – совершенное.

Правило:

Во времена Пифагора было известно три совершенных числа: 6; 28; 496!

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 = 1023$$

значит, число 496 – совершенное число.



Пифагореец Ямвлих: «Всё совершенное редко встречается в мире. Редко встречаются и совершенные числа».



Евклид указал формулу для вычисления четных совершенных чисел: $2^{p-1} \cdot (2^p - 1)$.

Ямвлих
VI век до н.э.

Евклид
III век до н.э.



Русский математик Л. Эйлер доказал утверждение, указанное Евклидом.

Леонард Эйлер
(1707 – 1783 гг.)

ИСТОРИЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ СОВЕРШЕННЫХ ЧИСЕЛ

№ числа	Дата	Кто открыл	Количество	Совершенные числа
№ 1	VI век до н. эры	Пифагор и его ученики	3	6
№ 2				28
№ 3				496
№ 4	I век до н. эры	Никомах Гераский	1	8128
№ 5	XV век	немецкий математик Региомонтан	1	33 550 336
№ 6	XVI век	немецкий ученый Шейбель	2	8 589 869 056
№ 7				137 438 691 328
№ 8	В начале XX века		3	2305843008139952128,
№ 9				2658455991569831744654692615953842176
№ 10				191561942608236107294793378084303638130997321548169216,
№ 11 – № 48	На февраль 2013 года		38	Известно 48 чётных совершенных чисел
	XXI век			Ведется поиск новых совершенных чисел с помощью ЭВМ

№ 8 – 2305843008139952128,

№ 9 – 2658455991569831744654692615953842176,

№ 10 – 191561942608236107294793378084303638130997321548169216, ...

ДРУЖЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА

Похожим образом, Пифагор и его ученики, изображали числами дружбу – два числа называли *дружественными*, если каждое из них равнялось сумме делителей другого числа. Найти пример дружественных чисел потруднее.

Проверим, что «дружат» числа 220 и 284.

Делители 220: 1; 2; 4; 5; 10; 11; 20; 22; 44; 55; 110; 220.

Сумма правильных делителей числа 220:

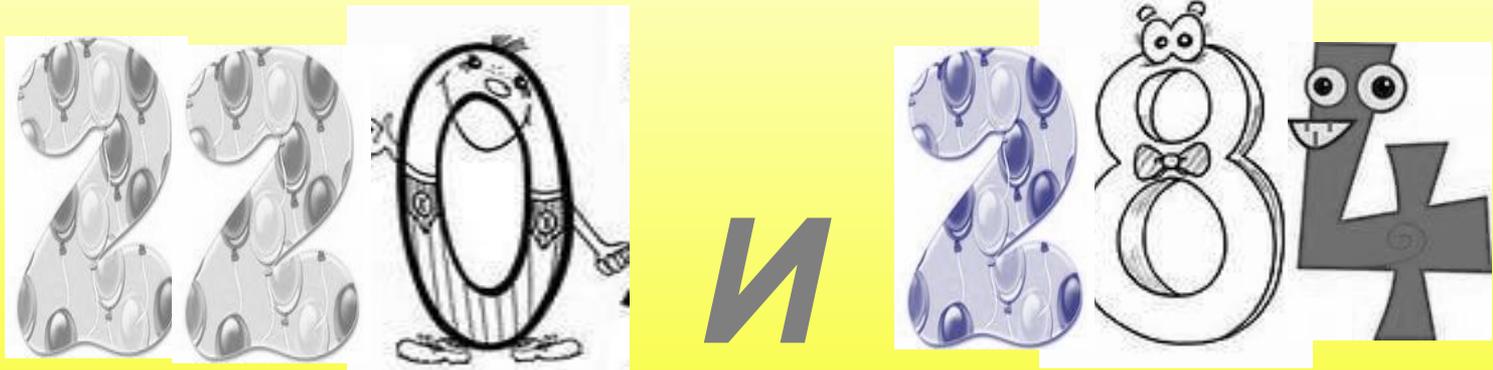
$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284.$$

Делители числа 284: 1; 2; 4; 71; 142; 284.

Сумма правильных делителей числа 284.

$$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220.$$

Вывод: Да, 220 и 284 дружественные числа.



ДРУЖЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА

Дружественные числа открыли последователи Пифагора, которые, знали только одну пару таких чисел — 220 и 284.

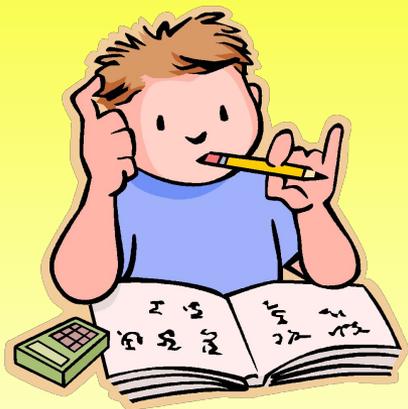
Арабский астроном и математик Сабит ибн Курра (826—901) ввел формулу, по которой нашел две новые пары дружественных чисел.

Много столетий спустя Л. Эйлер нашёл ещё 65 пар дружественных чисел. Одна из них — 17296 и 18416.

Использование ЭВМ позволило отыскать несколько сотен пар дружественных чисел. Известны два двадцатипятизначных дружественных числа.

На сентябрь 2007 года известно 11.994.387 пар дружественных чисел. Все они состоят из чисел одной чётности.

СОСТАВЛЕННЫЕ НАМИ ЗАДАНИЯ



КРОССНАМБЕР 3 × 3.

Наш конструктор числовой, поработай головой!

А		
Б	Г	
В		Д

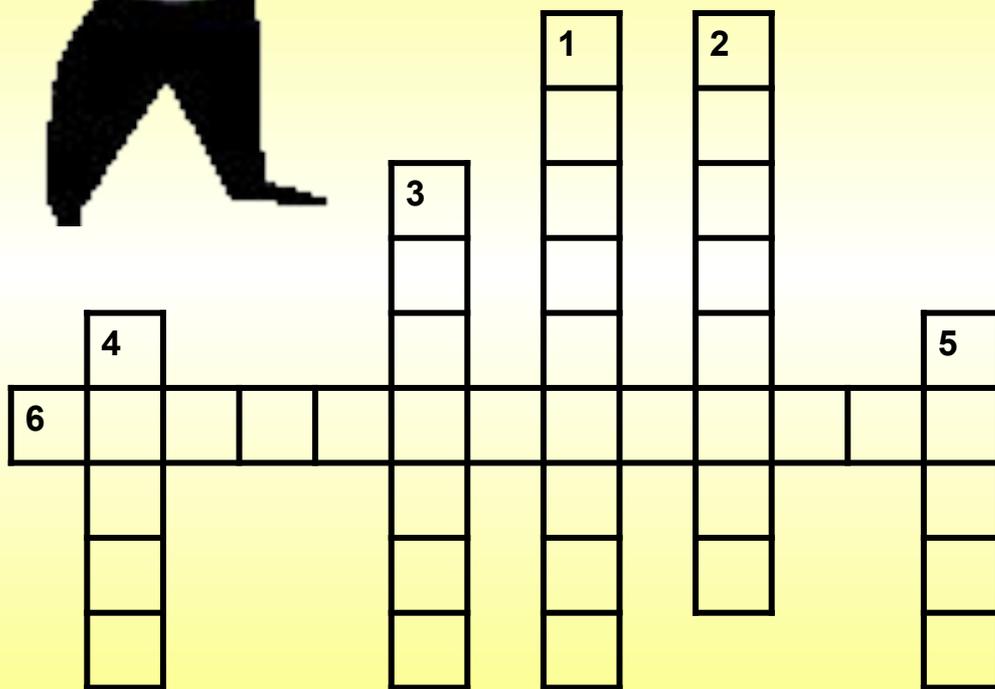
По горизонтали: А. Число из первой пары дружественных чисел. Б. Квадрат десятого простого числа. В. Третье совершенное число.

По вертикали: А. Другое число из первой пары дружественных чисел. Г. Квадрат четвертого простого числа. Д. Однозначное совершенное число.



КРОССВОРД

«Числа разные нужны, числа разные важны»



По вертикали:

1) Натуральное числа, имеющие более двух делителей. 2) Число, составленное Пифагором из точек. 3) Число, имеющие только два делителя. 4) Число, имеющие числитель и знаменатель. 5) Натуральные числа, им противоположные и число ноль называются...

По горизонтали:

6) Два числа, равны сумме правильных делителей другого числа.

КРОССВОРД

«Какие бывают числа»

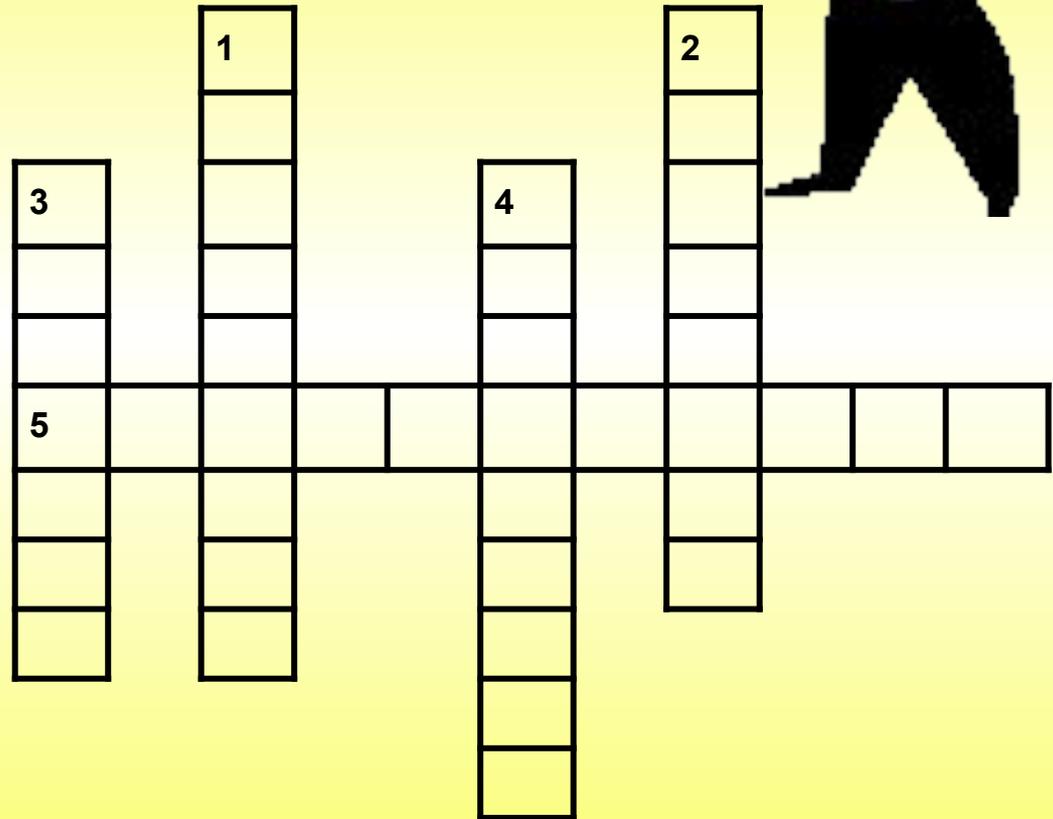


По вертикали:

- 1) Натуральное число, имеющее более двух делителей.
- 2) Целое число, которое не делится на 2.
- 3) Натуральное число, имеющее только два делителя.
- 4) Число, состоящее из целой и дробной части.

По горизонтали:

- 5) Число, равное сумме своих правильных делителей.



ВЫВОДЫ

Многим теперь занятия Пифагора кажутся ненужными забавами. Но нельзя забывать, что с этих забав началось серьёзное знакомство людей с числами. Числа стали не только применять, но и изучать. Так возник раздел математики **«Теория чисел»**.

Многие проблемы теории чисел может понять любой шестиклассник. Но решение этих проблем настолько сложно, что на них ушли столетия.

- До сих пор не известен общий способ нахождения пар дружественных чисел.
- До сих пор неизвестно ни одного нечётного совершенного числа, но и не доказано, что их не существует.

Совершенные и дружественные числа не имеют широкого применения, поэтому и не изучаются на уроках математики.

АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОЕКТНОЙ РАБОТЫ

С темами, оставшимися за страницами учебника математики, историей развития математической науки нужно знакомить учащихся. Чтобы ученики: любили математику! интересовались математикой! уважали математику!

ПЕРСПЕКТИВА ПРОЕКТА

Использование презентации и заданий на занятиях математического кружка и элективных курсов для расширения кругозора учащихся.

ИСТОЧНИКИ ИНФОРМАЦИИ

- ❑ Виленкин Н.Я. Математика 6 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина. 2008.
- ❑ Депман И.Я., Виленкин Н.Я. За страницами учебника математики. Пособие для учащихся 5-6 классов средней школы.– М.: Просвещение, 1989.
- ❑ Кордемский Б.А., Ахадов А.А. Удивительный мир чисел. Книга для учащихся. – М.: Просвещение, 1986.
- ❑ Математический энциклопедический словарь. – М.: « Советская энциклопедия», 1988.
- ❑ Математика. Справочник школьника. Филологическое общество «СЛОВО» – М.: 1995.
- ❑ [https://ru.wikipedia.org/wiki/Совершенные числа](https://ru.wikipedia.org/wiki/Совершенные_числа).
- ❑ [https://ru.wikipedia.org/wiki/Дружественные числа](https://ru.wikipedia.org/wiki/Дружественные_числа).
- ❑ [https://ru.wikipedia.org/wiki/Фигурные числа](https://ru.wikipedia.org/wiki/Фигурные_числа)
- ❑ <https://ru.wikipedia.org/wiki/Пифагор>
- ❑ [https://ru.wikipedia.org/wiki/Фалес Милетский](https://ru.wikipedia.org/wiki/Фалес_Милетский)
- ❑ <https://ru.wikipedia.org/wiki/Евклид>
- ❑ [https://ru.wikipedia.org/wiki/Эйлер, Леонард](https://ru.wikipedia.org/wiki/Эйлер,_Леонард)