



Построение графиков функций с модулем

Понятие абсолютной величины числа

- *Абсолютной величиной числа x , или его модулем называется само число, если оно неотрицательно, и $-x$ ему противоположное, если число отрицательное*

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

Функции, содержащие знак модуля

- $y=f(|x|)$
- $y=|f(x)|$
- $y=|f(|x|)|$

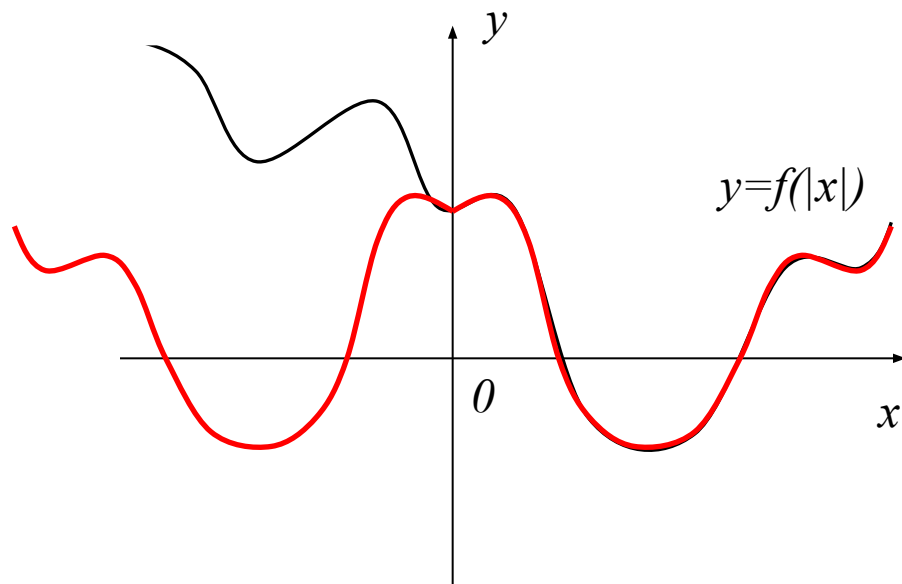

$$y=f(|x|)$$

$$y=f(|x|) = \begin{cases} f(x), \text{ если } x \geq 0, \\ f(-x), \text{ если } x < 0. \end{cases}$$

так как $|x| = |-x|$, то $f(|-x|) = f(|x|)$

Правило построения графика функции $y=f(|x|)$

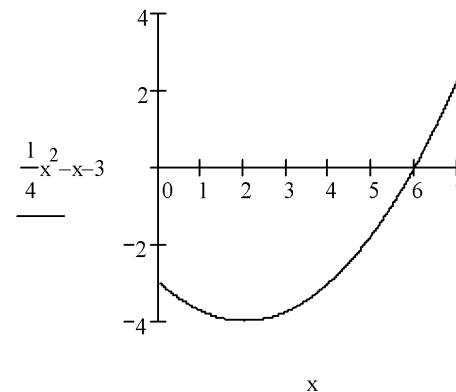
- Функция $y=f(|x|)$ – чётная, поэтому для построения её графика достаточно построить график функции $y=f(x)$ для всех $x \geq 0$ из области определения и отразить полученную часть симметрично оси Oy



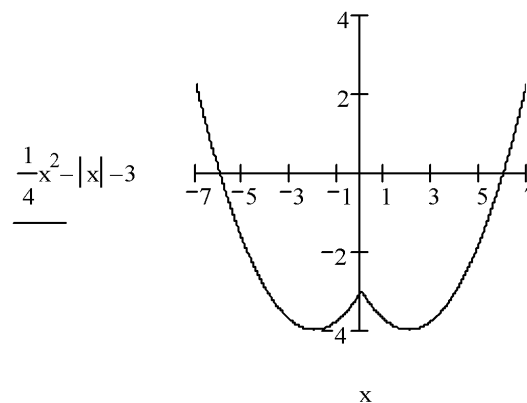
$$y = \frac{1}{4} \cdot x^2 - |x| - 3$$

Для $x \geq 0$ строим график функции

$$y = \frac{1}{4} \cdot x^2 - x - 3$$



Достраиваем для $x < 0$ часть графика (левую половину), симметричную построенной (правой части) относительно оси ординат



Для самостоятельного построения

$$y = (|x| - 2)^2$$

$$y = \log_2 |x|$$

$$y = \frac{|x| + 2}{|x| - 1}$$

$$y = \sin |x|$$

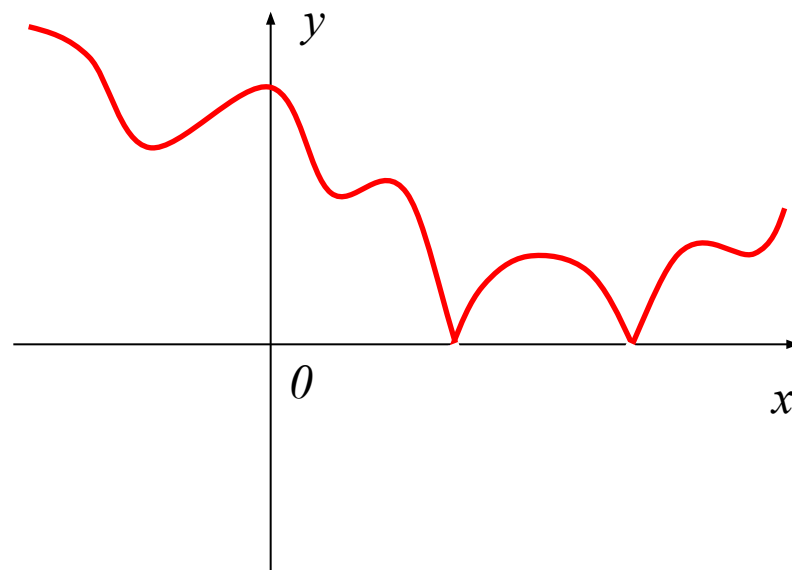

$$y=|f(x)|$$

$$y = |f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{где } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{где } f(x) < 0. \end{cases}$$

- График данной функции расположен только в верхней полуплоскости

Правило построения графика функции $y=|f(x)|$

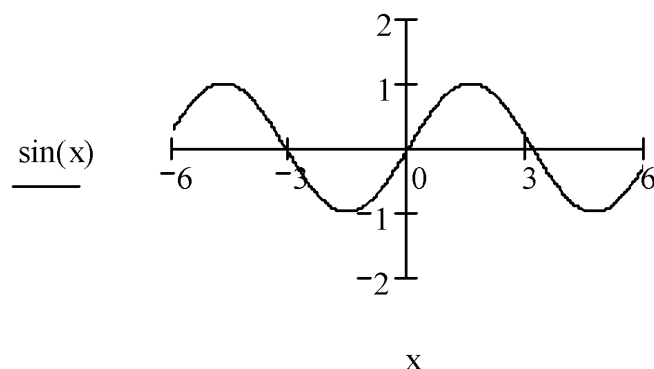
- Для построения графика функции для всех x из области определения, надо ту часть графика функции $y=f(x)$, которая располагается ниже оси абсцисс ($f(x)<0$), отразить симметрично этой оси



$$y = |\sin x|$$

Строим график функции

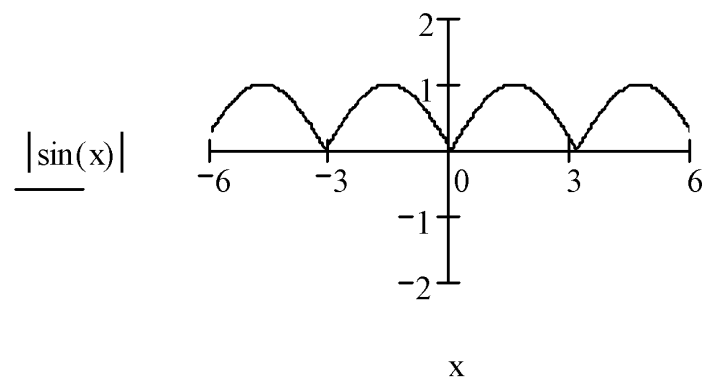
$$y = \sin x$$



Участки графика, где ,

$$\sin x < 0$$

преобразовываем вверх



Для самостоятельного построения

$$y = |x^2 - 4|$$

$$y = |\log_2 x|$$

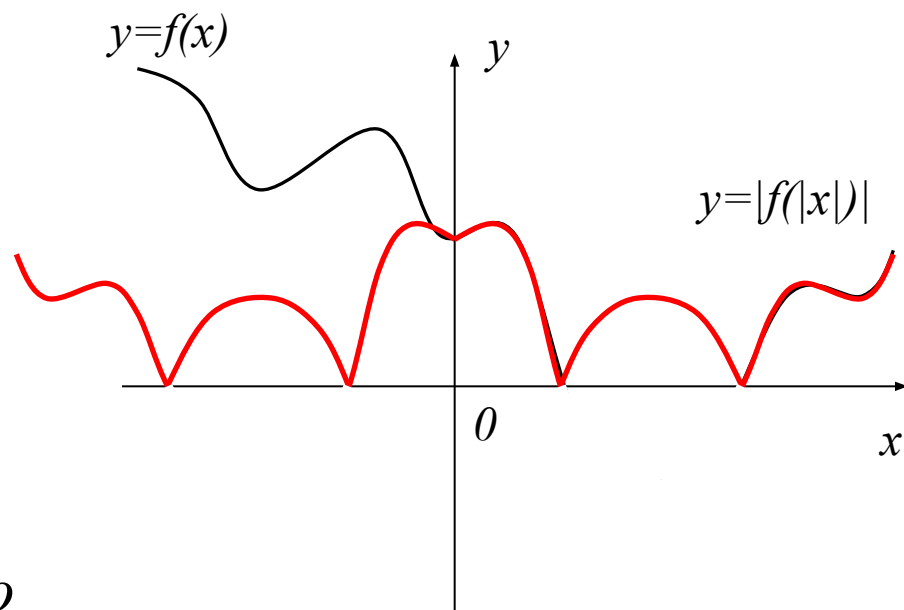
$$y = \left| \frac{x+2}{x-1} \right|$$

$$y = |2^x - 1|$$

$$y = |f(|x|)|$$

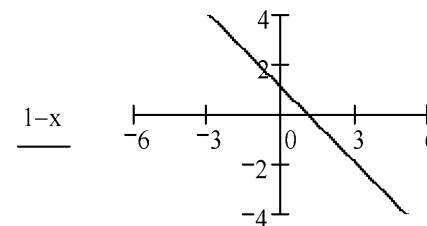
*Алгоритм построения графика
данной функции:*

- *строим график функции $y=f(x)$, для $x \geq 0$*
- *строим график функции $y=f(-x)$, для $x < 0$*
- *участки графика, расположенные в нижней полуплоскости, преобразовываем на верхнюю полуплоскость симметрично оси абсцисс*

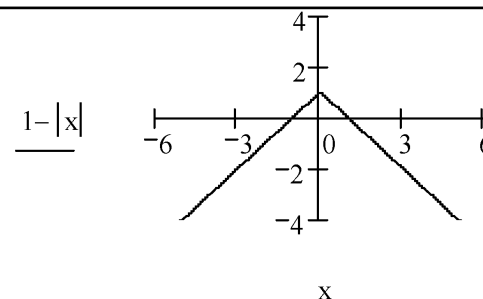


$$y = |1 - |x||$$

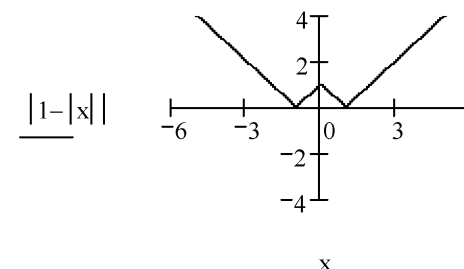
Строим график функции
 $y = 1 - x$ при $x \geq 0$



Строим график функции
 $y = 1 - |x|$



Строим график функции
 $y = |1 - |x||$



Для самостоятельного построения

$$y = |x^2 - 5 \cdot |x||$$

$$y = |2^{|x|-1} - 1|$$

$$y = \left| \frac{|x| + 2}{|x| - 1} \right|$$

$$y = |\log_2 |x||$$

$$y = |\cos |x||$$

Раскрытие знака модуль

- Найти значения x , при которых выражения, стоящие под знаком модуля равны нулю
- Определить знаки выражений под знаком модуля на полученных промежутках
- Раскрыть модуль на этих промежутках


$$y=|x-2|$$

- $x-2=0$, отсюда $x=2$
- Будем рассматривать два интервала $(-\infty; 2]$ и $[2; \infty)$
- При $x < 2$, $y = 2 - x$
При $x \geq 2$, $y = x - 2$
- График исходной функции состоит из двух частей.


$$y=x^2-3|x|+2$$

- $x=0$
- Будем рассматривать следующие интервала $(-\infty;0]$ и $[0;\infty)$
- При $x<0$, $y=x^2+3x+2$
При $x\geq 0$, $y=x^2-3x+2$
- График исходной функции состоит из двух частей

Построение графика суммы модулей

1) на основе точек перелома:

- $|x - x_1| = 0, \dots, |x - x_n| = 0;$
- данную функцию рассматривают на тех промежутках, на которые разбивают числовую прямую точки перелома, и на них по частям строят график.

2) путём сложения ординат графиков функций

$$y = |x - x_1|, y = |x - x_2|, \dots$$

$$y = |x - x_n|$$

соответствующих одним и тем же абсциссам.

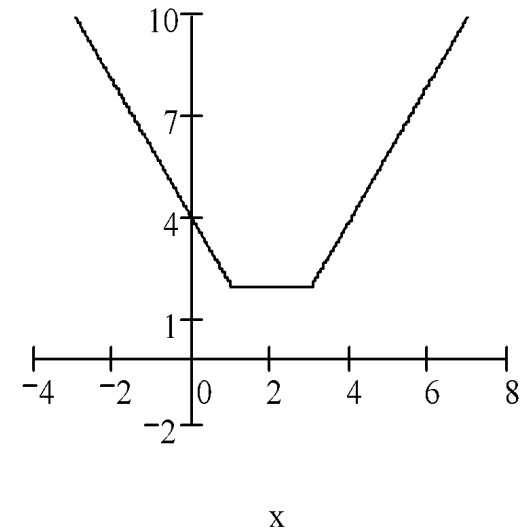
$y = |x-1| + |x-3|$ (1 способ)

■ Из условий $|x-1|=0$ и $|x-3|=0$ находим абсциссы точек перелома графика: $x_1=1$ и $x_2=3$. Рассматриваем на три промежутка: $(-\infty; 1]$, $[1; 3]$ и $[3; \infty)$ и на них по частям строить график.

При $x < 1$: $y = 1 - x + 3 - x = 4 - 2x$

При $1 \leq x < 3$: $y = x - 1 + 3 - x = 2$

При $x \geq 3$: $y = x - 1 + x - 3 = 2x - 4$



$$y = |x-1| + |x-3| \quad (2 \text{ способ})$$

Строим графики $y_1 = |x-1|$ и

$$y_2 = |x-3|$$

- при $x=1$: $y_1=0$, $y=y_2=2$ (точка A);
- при $x=3$: $y_2=0$, $y=y_1=2$ (точка B);
- при $x=4$: $y_1=3$, $y_2=1$, $y=4$ (точка C);
- при $x=0$: $y_1=1$, $y_2=3$, $y=4$ (точка D);

