# Способы задания и свойства числовых последовательностей

# Числовая последовательность и ее предел

# Цель урока:

- ввести понятие «последовательность», «n-й элемент последовательности»;
- выработать умения использовать индексные обозначения и находить n-й элемент последовательности по заданной формуле.

# Основные понятия

- Последовательность
- Элемент последовательности

# Последовательностью называют такие элементы природы, которые можно пронумеровать

Дни недели

Дома на улице

Классы в школе

Названия месяцев

Номер счёта в банке

# Найдите закономерности и покажите их с помощью стрелки:

1; 4; 7; 10; 13; …

В порядке возрастания положительные нечетные числа

10; 19; 37; 73; 145; …

В порядке убывания правильные дроби с числителем, равным 1

6; 8; 16; 18; 36; …

В порядке возрастания положительные числа, кратные 5

ПРОВЕРЬ СЕБЯ

½; 1/3; ¼; 1/5; 1/6;

Увеличение на 3

Чередовать увеличение на 2 и увеличение в 2 раза

1; 3; 5; 7; 9; …

5; 10; 15; 20; 25; …

Увеличение в 2 раза и уменьшение на 1

# Рассмотренные числовые ряды – примеры числовых последовательностей

Обозначают элементы последовательности так

$$a_1; a_2; a_3; a_4; \ldots; a_n.$$

# Способы задания последовательностей

- Аналитический
- Рекуррентный
- Табличный
- Словесный

# Аналитический. Задание последовательности формулой

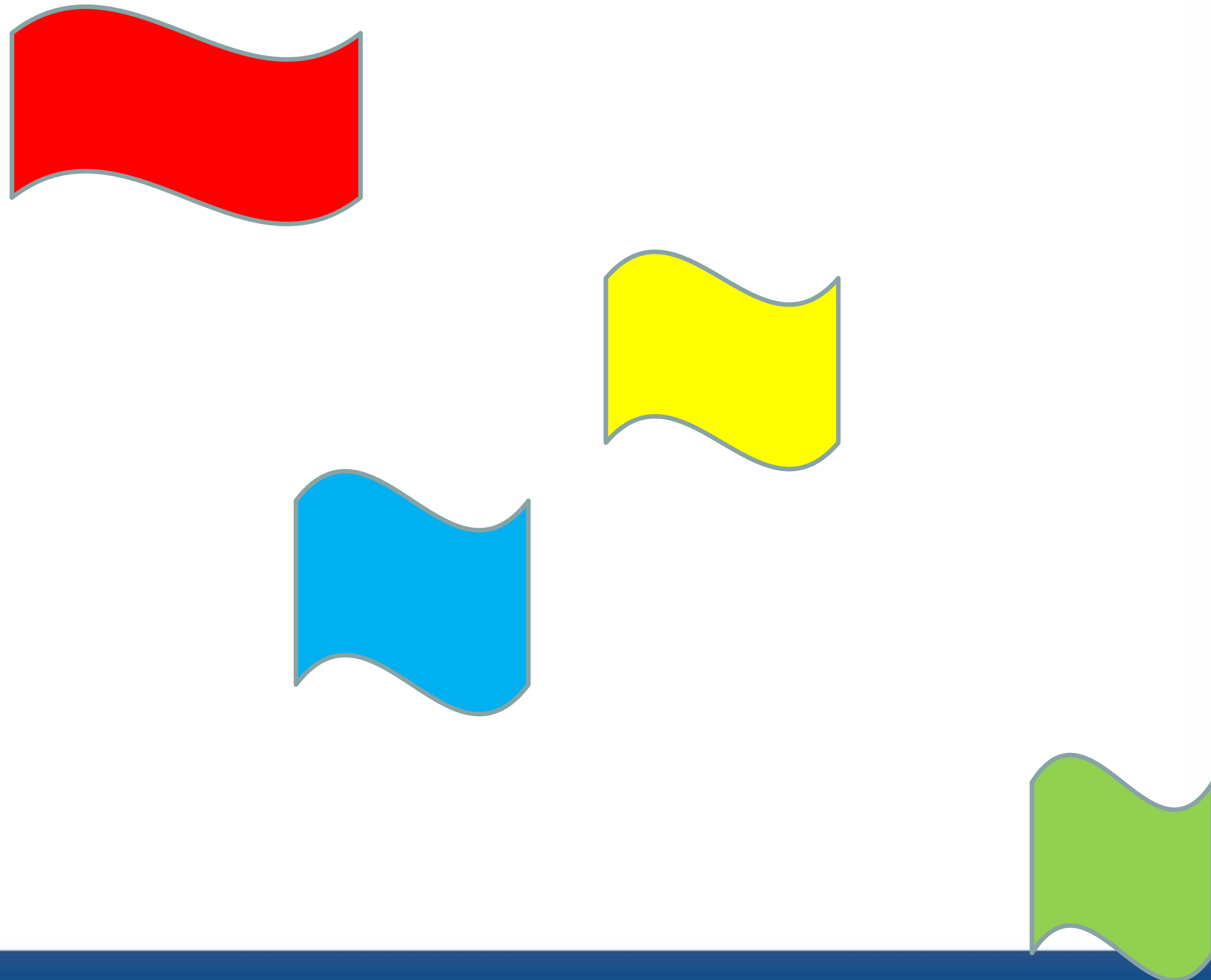
- **Пример:**

**Составить последовательность, в которой на четных местах 0, на нечетных местах – 1.**

**Получим последовательность:**

**$(a_n)$ 1; 0; 1; 0; 1; 0; …**

# Аналитический - задание последовательности формулой



# Рекуррентный способ задания последовательности

- Название способа произошло от слова «recurro» - возвращаться.

**Рекуррентной называется формула, выражающая любой элемент последовательности, начиная с некоторого через предыдущие.**

Например: $a_{n+1} = 3 + n$ можно задать:

$$a_1 = 4, a_{n+1} = a_n + 1$$

$$a_2 = a_1 + 1 = 4 + 1 = 5,$$

$$a_3 = a_2 + 1 = 5 + 1 = 6, \ldots$$

# Табличный способ

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 |

# Примеры последовательностей

- **Бесконечные последовательности:**

**$(a_n)$ 1, 3, 5, 7, 9, 11,… - последовательность нечетных чисел (*возрастающая)***

**$(a_n)$ -5, -10, -15, -20, -25, … - последовательность отрицательных чисел, кратных 5 (*убывающая)***

**Конечные последовательности:**

**$(a_n)$ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 - последовательность однозначных натуральных чисел.**

**$(a_n)$ 10 20 30 40 50 60 70 80 90 – последовательность**

## Последовательности заданы формулами:

$a_n=n^4$

$a_n=(-1)^n n^2$

$a_n=n+4$

$a_n=3^n-1$

$a_n=-n-2$

$a_n=2^n-5$

**Выполните следующие задания:**

1. Впишите пропущенные элементы последовательности:

1; 16; 81; 256; 625; …

5; 6; ___; 8; 9; …

-3; -1; 3; 11; ___;
27

-1; 4; ___; ___; -25; …
-9 16

___; -4; ___; ___; -7; …
-3 -5 -6

2; 8; ___; ___; ___; …
26 80 242

2. Укажите, какими числами являются элементы этих последовательностей

Положительные и отрицательные

Положительные

Отрицательные

# ПРОВЕРЬ СЕБЯ

# Вычислить пять первых элементов последовательности

$$x_n = \frac{n-1}{n+1}$$

- 0, 1/3,1/2, 3/5, 2/3.

# Вычислить пять первых элементов последовательности

- 1) $x_n = 2n + 5$,
- 2) $x_n = \frac{1}{2n-1}$,
- 3) $x_n = \frac{3}{(-1)^n}$,
- 4) $x_n = \frac{1}{2^n} + 2^n$,
- 5) $x_n = 4n^2 + 3n + 1$.

## Числа Фибоначчи

Последовательность чисел Фибоначчи задается так:

$x_1 = x_2 = 1;$

$x_{n+2} = x_{n+1} + x_n;$

$n = 1; 2; 3; \ldots$

Вычислим несколько её первых элементов:

1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34;55; 89; 144; 233; 377; …

## Треугольник Паскаля

Бесконечная числовая таблица треугольной формы, где по боковым сторонам стоят 1, а каждое из остальных чисел равно сумме двух чисел, стоящих над ним слева и справа.

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

Продолжи строчку!

1 6 15 20 15 6 1

# Связь между числами Фибоначчи и треугольником Паскаля

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

**Между числами Фибоначчи и треугольником Паскаля существует связь. Подсчитаем для каждой восходящей диагонали треугольника Паскаля сумму всех стоящих на этой диагонали чисел, получим:**

**Для 1 диагонали – 1;**

**Для 2 диагонали – 1;**

**Для 3 диагонали – 1+1=2;**

**Для 4 диагонали – 1+2=3;**

**Для 5 диагонали – 1+3+1=5;**

**Для 6 диагонали – 1+4+3=8 ...**

**В результате мы получаем числа Фибоначчи: 1; 1; 2; 3; 5; 8; …**
**Всегда сумма чисел n-ой диагонали есть n-ое число Фибоначчи.**

***Последовательности составляют такие элементы природы, которые можно пронумеровать***

$a_1$ $a_2$ $a_3$ $a_4$

$b_1$ $b_2$ $b_3$

$a_1$

$a_2$

$a_3$

$a_4$

$a_5$

# Понятие о пределе последовательности. Предел функции

- https://ru.wikipedia.org/wiki/Числовая_последовательность
- https://ru.wikipedia.org/wiki/Предел_числовой_последовательности

# Итог урока.

- Чему мы сегодня научились?
- Для чего нужно уметь решать системы линейных уравнений?