

# ЗАДАЧИ НА ДЕЛИМОСТЬ

Дереженко Данила  
Ученик 6 «Б» класса  
МБОУ СОШ №9 г. Воронежа  
2018 г.

## Задачи:

- 1. Исследовать значимость задач на делимость в школьном курсе математики.
- 2. Провести анализ различных способов решения задач на делимость.
- 3. Начать готовиться к единому государственному экзамену по математике.
- 4. Пропагандировать необходимость изучения данной темы в школьном курсе математики.



# ПАСКАЛЬ Блез (1623-62)



**Французский  
математик,  
физик,  
религиозный  
философ и  
писатель.**





# ЗАДАЧИ НА ДЕЛИМОСТЬ



# ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

для делимости **числа** на **2** нужно,  
чтобы **последняя цифра** делилась на **2**

для делимости числа на **3** нужно,  
чтобы **сумма цифр числа** делилась на **3**

для делимости числа на **5** нужно,  
чтобы **последняя цифра** числа была **0** или **5**

для делимости числа на **9** нужно,  
чтобы **сумма цифр** числа делилась на **9**

для делимости числа на **10** нужно,  
чтобы **последняя цифра** числа была **0**



ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ ЧИСЕЛ МОЖНО  
КЛАССИФИЦИРОВАТЬ СЛЕДУЮЩИМ ОБРАЗОМ:

- Делимость по последним цифрам числа
- Делимость по сумме цифр числа
- Делимость составных чисел







**Найдите наименьшее число, записываемое только при помощи двоек, единиц и нулей, которое бы делилось на 225.**

- Число должно делиться на 25, поэтому оно оканчивается не менее, чем на два нуля. Число должно делиться на 9, поэтому сумма цифр должна делиться на 9, значит, она не менее 9. Представим 9 наименьшим числом слагаемых:  $9 = 2 + 2 + 2 + 2 + 1$ . Чтобы число было меньше, 1 должна стоять в начале числа.

**Ответ: 1222200.**



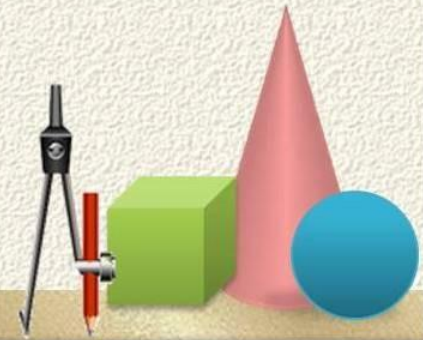


При делении некоторого числа на 13 и 15  
получились одинаковые частные, но первое деление  
было с остатком 8, а второе деление без остатка.  
Найти это число.

□ Пусть число  $A = 13x + 8$ , тогда по условию  
 $A = 15x$ , решив уравнение  $13x + 8 = 15x$ ,  
получим  $x = 4$ .

Значит, число  $A = 60$ .

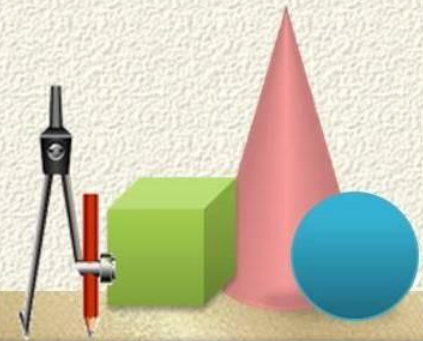
**Ответ: 60**





Любитель арифметики перемножил первые 2002 простых числа. На сколько нулей заканчивается произведение?  
(A) 0 (B) 1 (C) 10 (D) 20 (E) 100

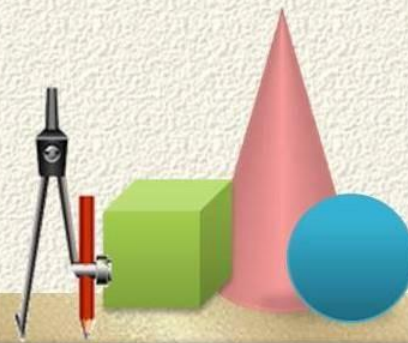
▣ **Решение.** Ясно, что один ноль в произведении есть: и 2, и 5 входят в набор первых 2002 простых чисел. Так же ясно должно быть, что больше нулей в этом произведении нет, поскольку сомножители не повторяются, а других способов получить ноль на конце произведения нет. **Ответ — В.**





НАЙДИТЕ ВСЕ ПАРЫ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ,  
НАИМЕНЬШЕЕ ОБЩЕЕ КРАТНОЕ КОТОРЫХ РАВНО  
78, А НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ РАВЕН 13.

▣ **Решение.** 1. Пусть  $a$  и  $b$  натуральные числа,  
тогда по свойству  $\text{НОК}(a,b) \cdot \text{НОД}(a,b) = a \cdot b$  имеем  
 $13 \cdot 78 = a \cdot b$ . 2. Разложим левую часть равенства на  
простые множители  $13 \cdot 13 \cdot 2 \cdot 3 = a \cdot b$  3. Подбором  
находим искомые пары чисел  $a = 13 \cdot 3 = 39$   
 $b = 13 \cdot 2 = 26$  или  $a = 13 \cdot 3 \cdot 2 = 78$   $b = 13$  **Ответ: 39 и**  
**26, 78 и 13.**



Какие цифры можно вставить вместо звездочки, чтобы число делилось на 2?

5749\*

+

+

+

+

+

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

-

-

-

-

-

ПРОВЕРЬ СЕБЯ!

Какие цифры можно вставить вместо звездочки, чтобы число делилось на 5?

5749\*

+

+

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

-

-

-

-

-

-

-

-

ПРОВЕРЬ СЕБЯ!

Какие цифры можно вставить вместо звездочки, чтобы число делилось на 10?

5749\*

+

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

-

-

-

-

-

-

-

-

-

ПРОВЕРЬ СЕБЯ!

;) )

- Каждая буква в слове НЕПЛОХО заменена одной из цифр 1,2,3,4,5 и 6. Разные буквы заменены разными цифрами, а одинаковые - одинаковыми. Полученное число делится на 3, но не делится на 2. На какую цифру заменена буква О?





**Спасибо за внимание!**



ПРИЛОЖЕНИЕ:

ДЛЯ ДЕЛИМОСТИ ЧИСЛА  
НА 4 НУЖНО, ЧТОБЫ  
ЧИСЛО, ЗАПИСАННОЕ  
ДВУМЯ ПОСЛЕДНИМИ  
ЦИФРАМИ, ДЕЛИЛОСЬ  
НА 4



ДЛЯ ДЕЛИМОСТИ ЧИСЛА  
НА **6** НУЖНО, ЧТОБЫ ЭТО  
ЧИСЛО ОДНОВРЕМЕННО  
ДЕЛИЛОСЬ НА 2 И НА 3



# НАПРИМЕР

- Число **1161** не делится на **6**, так как оно не делится на **2**
- Число **126954** делится на **6**, так как оно делится на **2**  
(последняя цифра 4)  
и на **3** (сумма  $1+2+6+9+5+4=27$  делится на 3)





ЧИСЛО ДЕЛИТСЯ НА 7,  
ЕСЛИ ИЗ ЧИСЛА  
ДЕСЯТКОВ ВЫЧИСТЬ  
УДВОЕННОЕ ЧИСЛО  
ЕДИНИЦ, ПОЛУЧИТСЯ  
ЧИСЛО КРАТНОЕ 7



# НАПРИМЕР

- Число **161** делится на **7**, так как  $16-1*2=14$ , число **14** делится на **7**
- Число **3697** не делится на **7**, так как  $369-7*2=355$ , а **355** не делится на **7**



ДЛЯ ДЕЛИМОСТИ ЧИСЛА  
НА 8 НУЖНО, ЧТОБЫ  
ЧИСЛО, ЗАПИСАННОЕ  
ТРЕМЯ ПОСЛЕДНИМИ  
ЦИФРАМИ, ДЕЛИЛОСЬ  
НА 8 ИЛИ ЯВЛЯЛОСЬ  
НУЛЯМИ



# НАПРИМЕР

- Число 125000 делится на 8, так как на конце три нуля
- Число 65728 делится на 8, так как число 728, составленное из последних трех цифр числа, делится на 8
- Число 1204 не делится на 8, так как число 204, составленное из последних трех цифр числа, не делится на 8



ДЛЯ ДЕЛИМОСТИ ЧИСЛА  
НА **11** НУЖНО, ЧТОБЫ  
**РАЗНОСТЬ МЕЖДУ**  
**СУММОЙ ЦИФР,**  
**СТОЯЩИХ НА ЧЕТНЫХ**  
**МЕСТАХ И НЕЧЕТНЫХ**  
**МЕСТАХ,** ДЕЛИЛАСЬ НА  
**11**





## НАПРИМЕР

- Число 103785 делится на 11, так как сумма цифр, занимающих нечетные места,  $1+3+8=12$  равна сумме цифр, занимающих четные места,  $0+7+5=12$ . Разность  $12-12=0$  делится на 11
- Число 3298 не делится на 11, так как  $3+9=12$ ,  $2+8=10$ . Разность  $12-10=2$  на 11 не делится



ЧИСЛО ДЕЛИТСЯ НА 19  
ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА,  
КОГДА ЧИСЛО ЕГО ДЕСЯТКОВ  
В СУММЕ С УДВОЕННЫМ  
ЧИСЛОМ ЕДИНИЦ, КРАТНО 19



# НАПРИМЕР

- Число **551** делится на **19**, так как  **$55+1*2=57$**  делится на **19**
- Число **6003** не делится на **19**, так как  **$600+3*2=606$**  не делится на **19**



ЧИСЛО ДЕЛИТСЯ НА 25  
ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА,  
КОГДА ДВЕ ПОСЛЕДНИЕ  
ЦИФРЫ НУЛИ  
ИЛИ ОБРАЗУЮТ ЧИСЛО,  
ДЕЛЯЩЕЕСЯ НА 25



# НАПРИМЕР

- Число **7150** делится на **25**, так как последние две цифры образуют число **50**, делящееся на **25**
- Число **1292** не делится на **25**, так как **92** не делится на **25**



# ЛИТЕРАТУРА

- ❑ М. Я. Выгодский Справочник по элементарной математике, - М.: Наука, 1965 г.
- ❑ А. С. Чесноков и др. Дидактические материалы 6 кл. 2015 г.
- ❑ По материалам:

<http://historyvt.narod.ru>

<http://www.myshared.ru/slide/909390/>

<http://uchitelya.com/matematika/41554-prezentaciya-delimost-chisel-6-klass.html>

<https://nsportal.ru/shkola/matematika/library/2016/10/03/priznaki-delimosti-trening-6-klass>

<https://multiurok.ru/index.php/files/priezientsiia-zadachi-na-dielimost.html>

<https://infourok.ru/material.html?mid=12912>

<https://www.bestreferat.ru/referat-397187.html>

<https://ankolpakov.ru/2018/09/02/olimpiadnye-zadachi-na-delimost/>