

ГЕОМЕТРИЯ 8 класс

Площадь трапеции

Устно

Дано: ABCD – параллелограмм

AD=10см, AB=6см, $\angle A = 30^\circ$

Найти: Sпар



Решение

1. Проведём высоту BH
 2. Треугольник ABH – прямоугольный.
 3. В прямоугольном треугольнике катет, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы. $BH = 6 : 2 = 3$ см
 4. $S_{\text{пар}} = AD \cdot BH = 10 \cdot 3 = 30 \text{ см}^2$
- Ответ: 30 см^2

Устно:

Дано: $\triangle ABC$, $S_{\triangle ABC} = 24 \text{ см}^2$, $AC = 8 \text{ см}$

Найти: BH

Решение

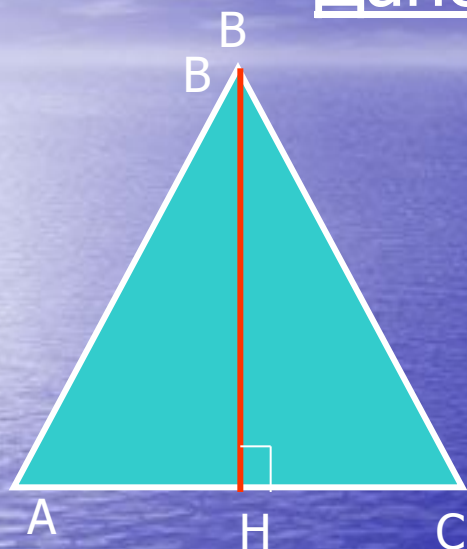
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BH$$

$$24 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot BH$$

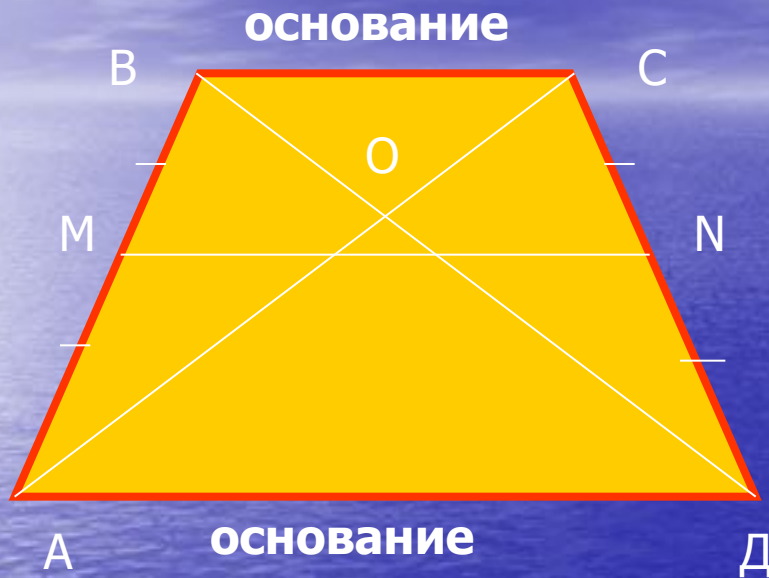
$$48 = 8 \cdot BH$$

$$BH = 6 \text{ см}$$

Ответ: 6 см



Трапеция



BC параллельна AD,
AB не параллельна CD

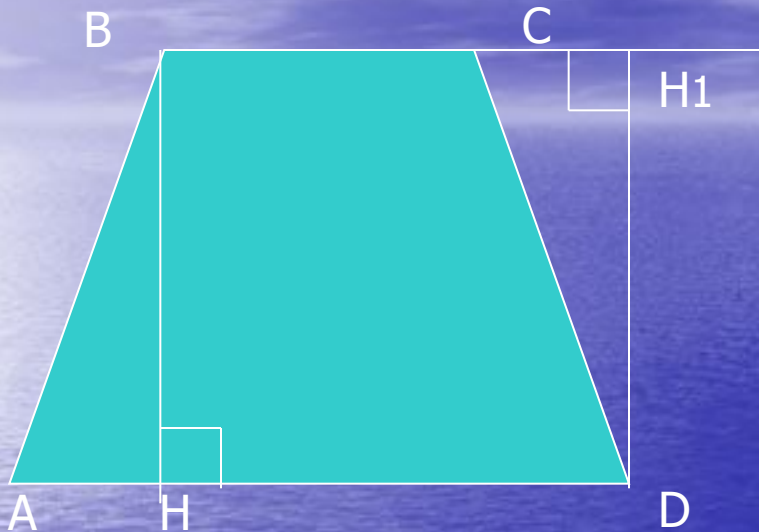
MN – средняя линия трапеции
MN параллельна AD и CD
AC и BD – диагонали трапеции

Если $AB=CD$, то трапеция
равнобедренная

В равнобедренной трапеции
углы при основании равны.

$$\angle A = \angle B, \angle B = \angle C$$

Высота трапеции



На рисунке BH и DH₁ - высоты трапеции.

Высотой трапеции называется перпендикуляр, проведенный из любой точки одного из оснований к прямой, содержащей другое основание .

Теорема:

Площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту

Дано: ABCD-трапеция

AD и BC – основания трапеции

BH – высота трапеции

Доказать: $S_{\text{тр}} = \frac{1}{2}(AD+BC) \cdot BH$

Доказательство:

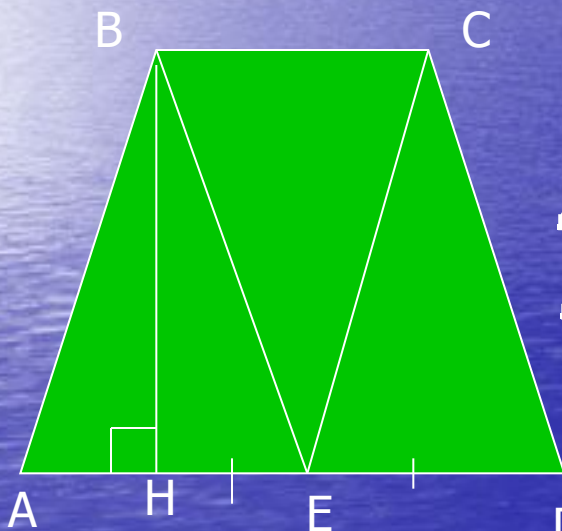
1. E – середина основания AD, $AE=ED$

2. Проведём BE и CE

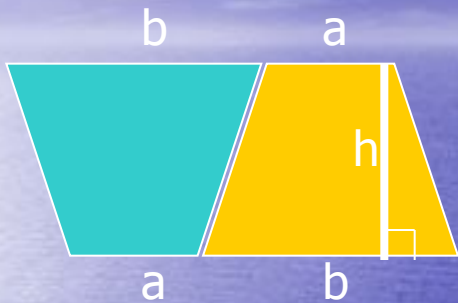
3. Получаем треугольники: ABE, BEC, CDE

4. По свойству площадей площадь трапеции равна сумме площадей трёх треугольников.

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{ABE} + S_{BEC} + S_{CED} = \frac{1}{2}AE \cdot BH + \frac{1}{2}ED \cdot BH + \frac{1}{2}BC \cdot BH = \\ &= \frac{1}{2}(AE+ED+BC)BH = \frac{1}{2}(AD+BC) \cdot BH \end{aligned}$$



Второй способ доказательства:



Доказательство:

1. Сложим две одинаковые трапеции так, чтобы получился параллелограмм

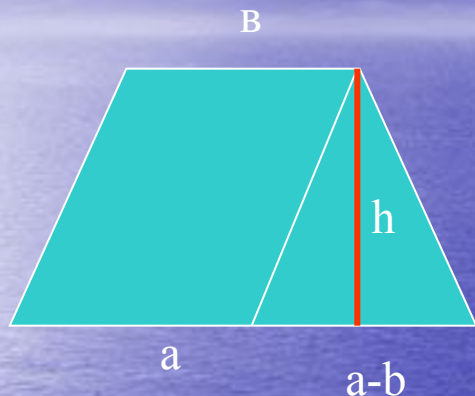
2. $S_{тр} = \frac{1}{2} S_{пар} = \frac{1}{2} (a+b) h$

$S_{тр} = \frac{1}{2} (a+b)h$, где

a и b- основания трапеции

h – высота трапеции

Третий способ доказательства теоремы:



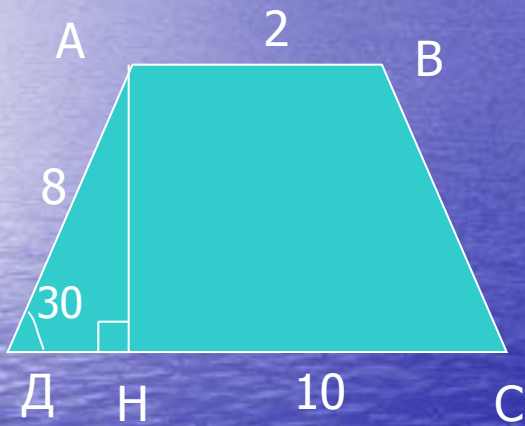
$$\begin{aligned} S &= S_{\text{пар}} + S_{\text{тр}} = \\ &= bh + 1/2(a-b)h = 1/2(a+b)h \end{aligned}$$

Задача 1.

Дано: ABCD – трапеция, AB и CD – основания трапеции

$\angle D = 30^\circ$, AB=2см, CD= 10см, DA=8см

Найти: Стр



Решение.

1. $Стр = \frac{1}{2} (CD + AB) AH$

2. AH находим из прямоугольного $\triangle ADN$.

3. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы $AH = 8 : 2 = 4$ см

$$Стр = \frac{1}{2} (AB + CD) AH = \frac{1}{2} (2 + 10) 4 = 24 \text{ см}^2$$

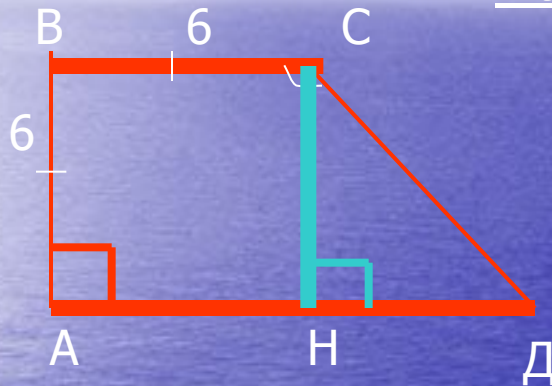
Ответ: 24 см²

Задача №2

Дано: ABCD – прямоугольная трапеция

$$AB=BC=6\text{ см}, \angle C=135^\circ$$

Найти: Стр



Решение.

1. Проведём $CH \perp AD$
2. Рассмотрим прямоугольный $\triangle CHD$
3. $\angle HCD = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$
4. $\angle CDH = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$
5. $\triangle CHD$ – прямоугольный и

равнобедренный. $CH=HD=6\text{ см}$

6. $AD=AH+HD = 6+6 = 12\text{ см}$

7. $\text{Стр} = 1/2 (AD+BC) \cdot CH = 1/2 (12+6) \cdot 6 = 54\text{ см}^2$

Ответ: 54 см²

Домашнее задание:

- № 480а
- № 482
- пп. 48-53.
- Найти другие способы доказательства теоремы о площади трапеции.



**спасибо
за урок !**