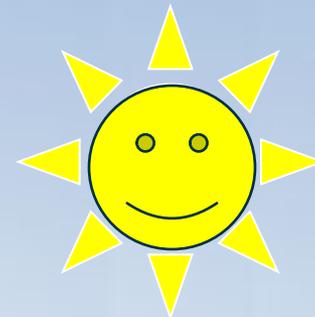


# УЧАСТНИКИ КОНКУРСА



Ученицы 11 «Б» и 10 класса  
МОУ «СШ №10 с УИОП»  
Добродий Елизавета,  
Киреева Ксения  
Конова Екатерина

Руководители:  
Чистякова А.Н.  
Манюкова О.С.



**ПАРКЕТЫ:**  
**МУЗЫКА ДЛЯ ГЛАЗ**

# СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Замощение.

Построение орнаментов.

Паркетты.

Виды паркетов.

Алгоритм построения паркетов.

## Что такое замо́щение?



**Замо́щение** — разбиение плоскости или пространства на фигуры без общих внутренних точек.

Существует мнение, что впервые интерес к замощению возник в связи с построением мозаик, орнаментов и других узоров.

# Построение орнамента

Подробно  
об  
орнаментах

Построить орнамент – это тоже самое, что и замостить плоскость.

В каждом из этих замощений любые два многоугольника имеют:

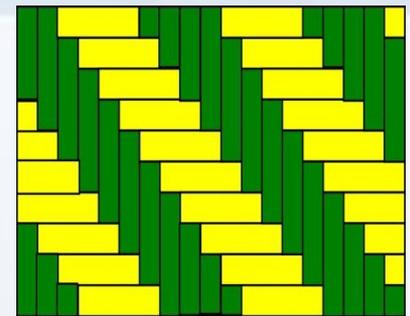
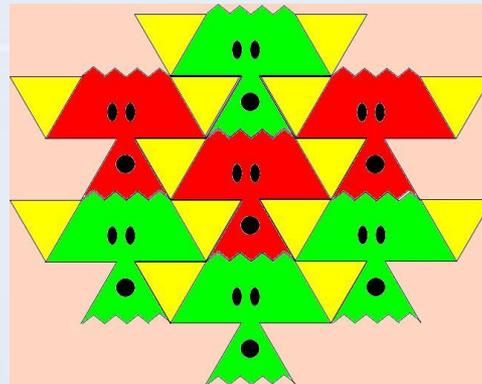
- либо общую сторону,
- либо только общую вершину,
- или совсем не имеют общих точек.

# Паркетты

Замощения плоскости одинаковыми многоугольниками, которые не пересекают друг друга и не оставляют пустого пространства называют *паркеттами*.

подробнее

Плоскость заполняется сдвигами одного и того же рисунка на два вектора (в горизонтальном и вертикальном направлениях).



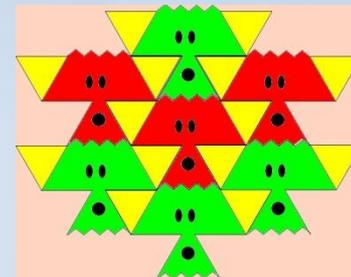
# Происхождение слова «паркет».

Слово "паркет" появилось во Франции. Там впервые начали изготавливать щитовой и мозаичный пол из древесины.

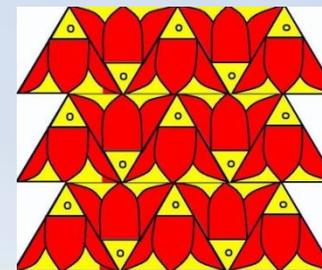
В России активно использовать паркет начали лишь в XVIII веке, во время строительства Эрмитажа.

Ранее для настила пола применяли в основном толстые половицы из мягких пород древесины: сосны, ели, лиственницы.

Наибольшее распространение на Руси получили пол из деревянных досок (так называемых "деревянных кирпичей") и художественный паркет.

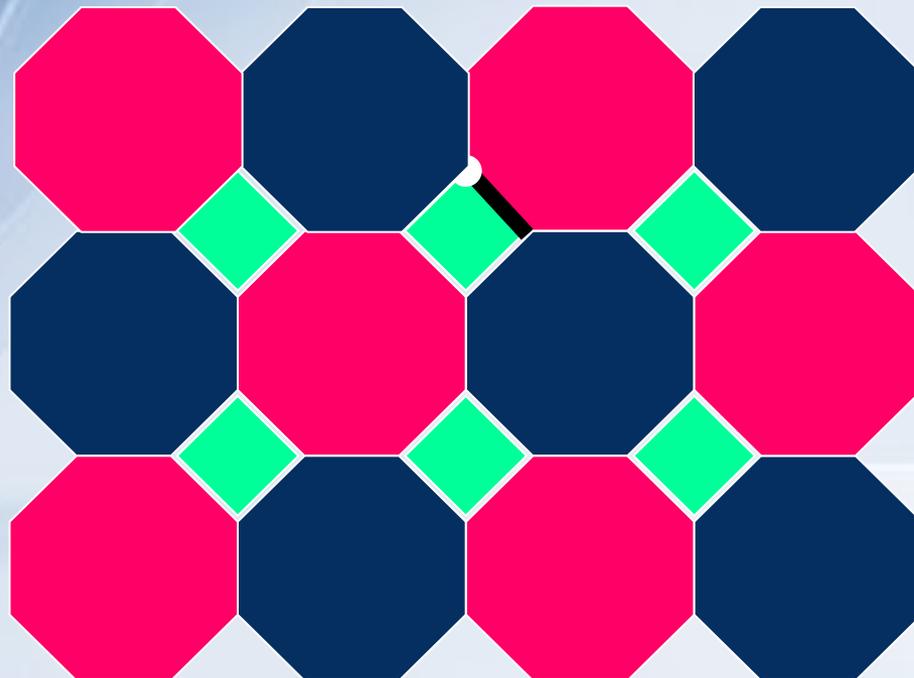


Автор Добродий Е..



Авторы Конова Е.  
Киреева К.

Паркет - это покрытие плоскости  
многоугольниками без пропусков и  
наложений.



# Главное условие построения паркетов.

Сумма углов многоугольников в узле паркета  
(в общей вершине  $n$ -угольников)  $360^\circ$ .

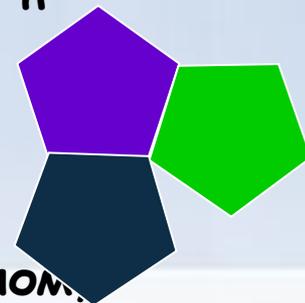
Паркет получится в трёх случаях: из правильных треугольников, правильных четырехугольников, правильных шестиугольников.

*Доказательство:*

Вычислить количество правильных  $n$ -угольников около общей вершины можно по формуле  $m = 360:a$ , где  $m$  - количество  $n$ -угольников,  $a$  - величина внутреннего угла в градусах.

1. При  $n=3$ ,  $m=360:60=6$  треугольников в узле.
2. При  $n=4$ ,  $m=360:90=4$  четырёхугольника в узле.
3. При  $n=5$ ,  $m=360:108=3,333333...$

Но количество  $n$ -угольников не может быть дробным числом. число многоугольников - это число натуральное.



4. при  $n = 6$ ,  $t = 360:120 = 3$  шестиугольника.

При  $n \geq 7$  внутренние углы правильных  $n$ -угольников больше  $120^\circ$ .

Кроме того, внутренние углы правильного многоугольника всегда меньше  $180^\circ$ .

$$120^\circ < \alpha < 180^\circ$$

Из двух дробей с одинаковыми числителями та дробь больше, у которой знаменатель меньше. Поэтому,

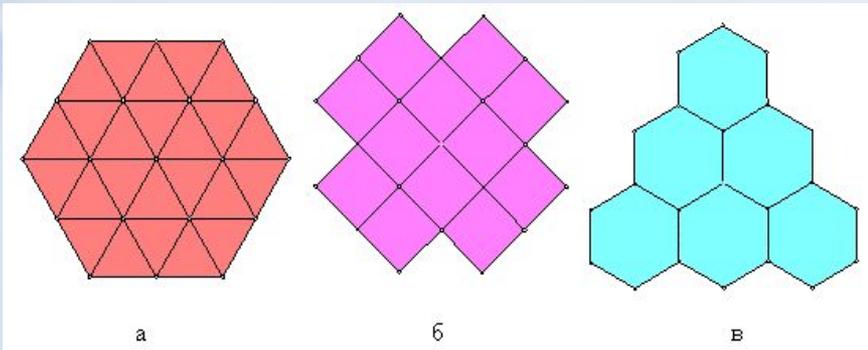
$$360:120 > 360:\alpha > 360:180,$$

$$2 < 360:\alpha < 3,$$

$$2 < t < 3,$$

Отсюда следует, что  $t = 2, \dots$  т.е количество  $n$ -угольников число не натуральное, но оно должно быть целым.

**Вывод:** для  $n \geq 7$  не существует правильных многоугольников, для которых бы выполнялось главное условие. Значит, паркет из этих многоугольников ( $n \geq 7$ ) построить нельзя!



Используя данные выделенной строчки таблицы «Правильные многоугольники» можно ещё раз убедиться в сделанном выводе.

# Виды паркетов

Виды паркетов

**Правильные**  
(составлены из  
равных  
(или нет)  
правильных  
многоугольников)

**Полуправильны  
е**  
(составлены  
из разных  
правильных  
многоугольников)

**Неправильные**

## Немного теории...

В энциклопедическом словаре юного математика написано, что существует всего 11 паркетов, которые состоят из одинаковых узлов правильных  $n$  - угольников, но доказательства этого приведено не было. Зато это доказательство было найдено нами, коротко результаты её исследования можно представить в виде таблицы

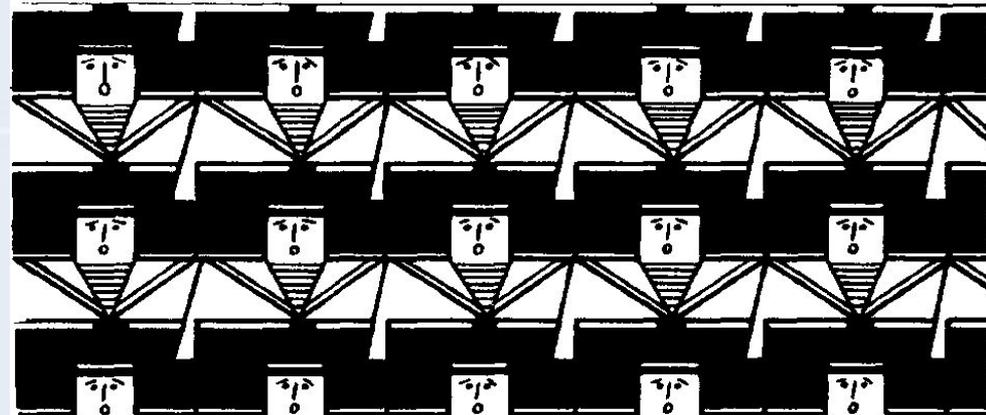
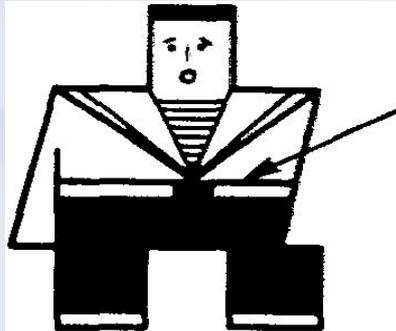
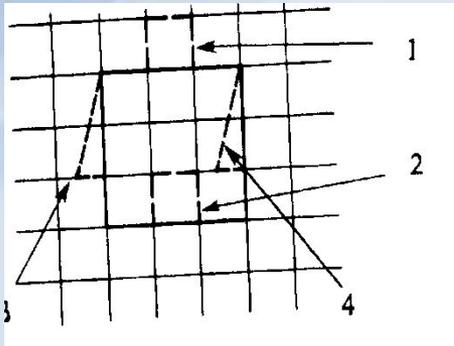


# Паркеты правильные и полуправильные.

$n / n$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\Sigma = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 360^\circ$
1	60	60	60	60	60	60	Паркет из треугольников
2	90	90	90	90			Паркет из квадратов
3	120	120	120				Паркет из шестиугольников
4	$60^\circ$	$60^\circ$	$60^\circ$	60	120		Паркет из четырёх треугольников и шестиугольника
5	$60^\circ$	$60^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$90^\circ$		Паркет из трёх треугольников и двух квадратов
6	$60^\circ$	$60^\circ$	$120^\circ$	$120^\circ$			Паркет из двух треугольников и двух шестиугольников
7	135	135	90				Паркет из 1 квадрата и 2 восьмиугольников.
8	60	60	60	60	120		Паркет из 4 треугольников и шестиугольника.

# Алгоритм построения паркета.

1. Рисуем выбранный многоугольник.
2. Копируем.
3. Полученную копию передвигаем так, чтобы исходный многоугольник и его копия соприкасались сторонами.
4. Если необходимо, то отражаем на определённый угол правильный многоугольник относительно стороны соприкосновения.



# Построение мозаик из произвольных фигур.

Оказывается можно сделать элементом мозаики рисунок.

Возьмём изменим верхнюю сторону квадрата.

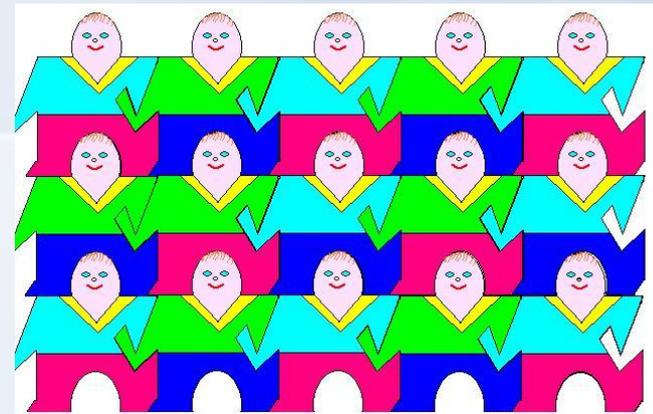
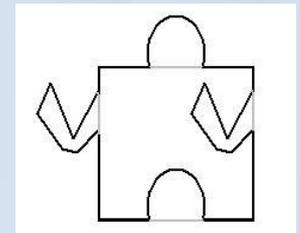
Тогда, чтобы ячейки «вдвинулись» одна в другую, так же надо изменить и противоположную сторону.

К левой стороне квадрата пририсует фигуру, похожую на руку.

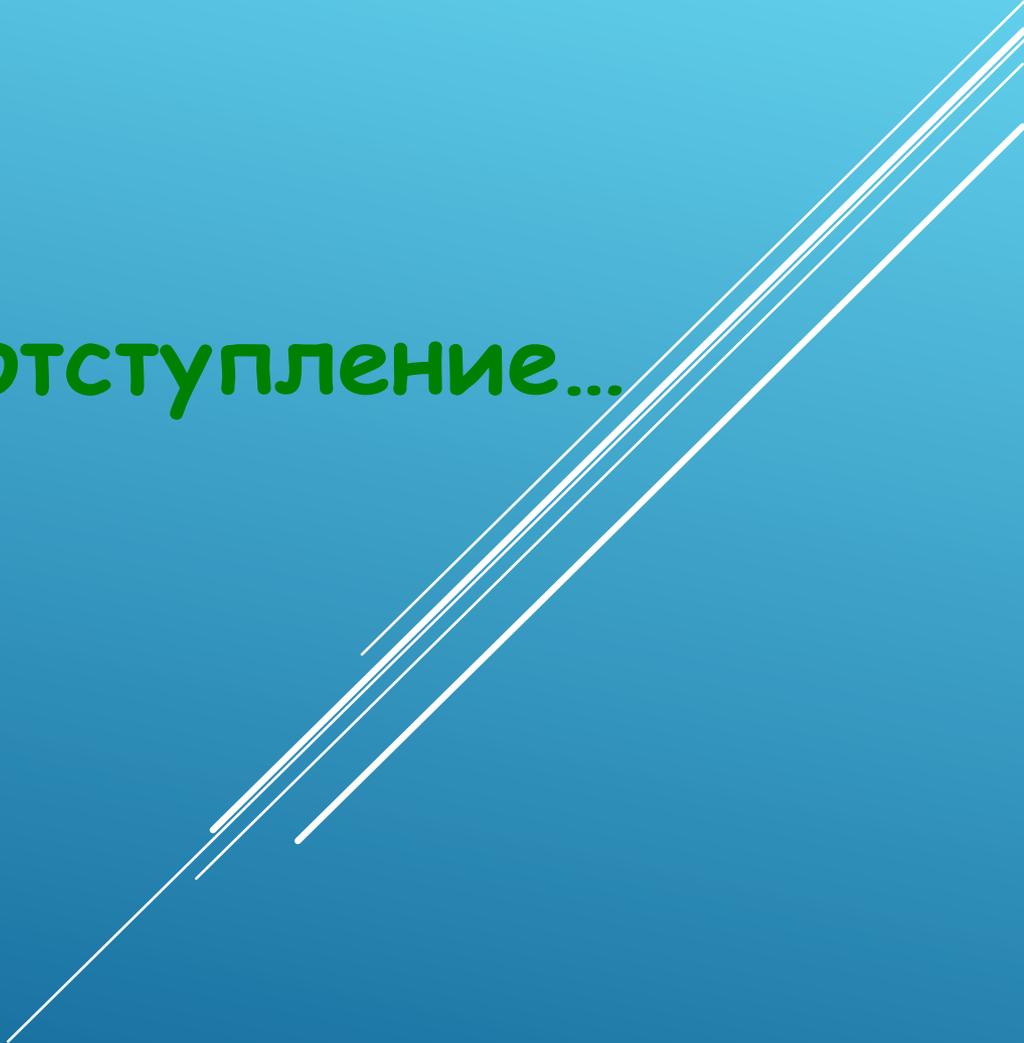
Такую же фигуру мы должны вырезать с противоположной стороны.

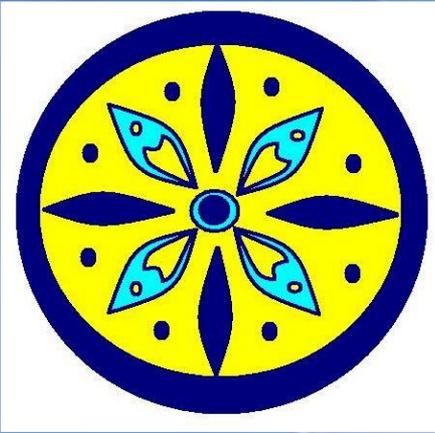
Разрисует полученную ячейку.

Такую мозаику «Танцующие человечки» Мы нашли в одной из работ в Интернете.



Небольшое отступление...

A decorative graphic consisting of several parallel white lines of varying lengths, slanted diagonally from the bottom-left towards the top-right, located in the lower right quadrant of the slide.



Искусство орнамента содержит  
в неявном виде  
наиболее древнюю  
часть известной нам  
высшей  
математики.

Г. Вейль

Орнамент (от лат. *ornamentum* - украшение) - это узор, состоящий из повторяющихся, ритмически упорядоченных элементов.

Орнамент предназначен для украшения различных предметов (посуды, мебели, текстильных изделий, оружия) и архитектурных сооружений.

Он выявляет и подчёркивает своим построением, формой и цветом архитектурные и конструктивные особенности предмета, природную красоту материала.



# БОРДЮРЫ.

Ленточные орнаменты – это бордюры.

Бордюром называют плоскую геометрическую фигуру, характеризующуюся векторами  $a$  и  $na$  (где  $n$  – целое число), при которых эта фигура переходит в себя, но не переходит в себя при параллельных переносах, иного вида.

Вектор  $a$  – направляющий для бордюра.

Бордюр — кромка, кайма, обрамление (франц. *bordure*, от *bord* — край).



# ПОСТРОЕНИЕ БОРДЮРОВ

При построении бордюров сначала:

1. строят одну ячейку,
2. затем задают вектор (направленный отрезок), на который будет сдвинута фигура,
3. параллельным переносом сдвигают ячейку вправо на длину заданного вектора 1-2 во столько раз, сколько необходимо.



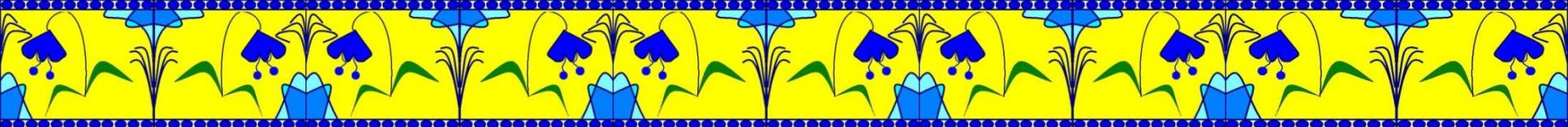
# Атлас орнаментов.

В журнале «Квант» за 1979 год в статье А.Землякова «Орнаменты» есть атлас орнаментов.

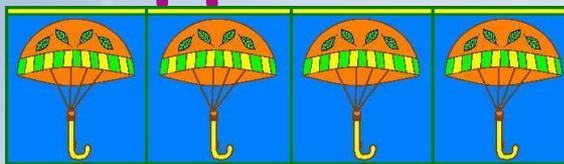
Оси симметрии отмечены пунктиром, центры поворотов обведены кружком, а в скобках указаны углы поворотов; стрелками показаны параллельные переносы.

Если добавить к этим орнаментам еще два, то получится полный «атлас» плоских орнаментов.

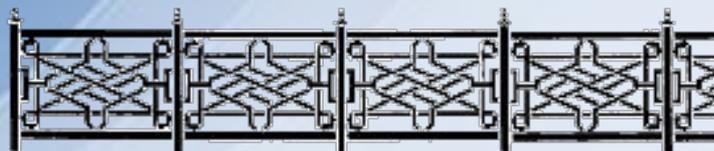
**Оказывается, существует только  
17 различных типов орнаментов.**



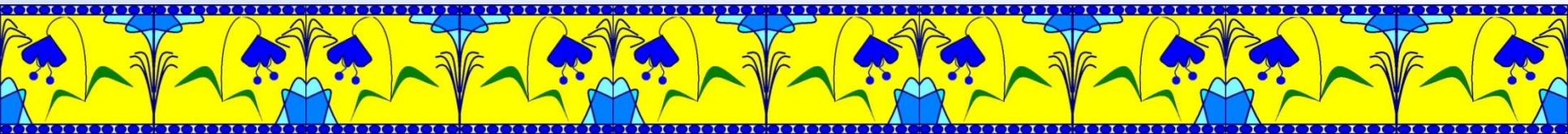
# ПРИМЕРЫ БОРДЮРОВ



← Авторы Киреева Ксения  
Конова Екатерина  
Добродий Елизавета



Бордюры с <http://janr.perm.ru>



# Розетты.

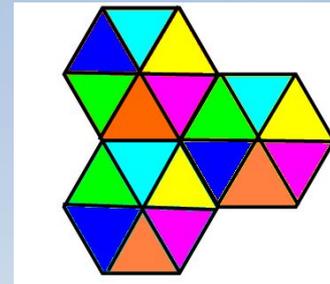
Розётта в архитектуре (от фр. *rosette*, буквально «розочка»; иначе розетка) — мотив орнаментации, представляющий собой заключённые в круге четыре или несколько лепестков цветка или листьев, одинаковых по форме, расположенных симметрично и как бы исходящих из одной центральной пуговки.



Фото [http://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Rosette\\_\(Ornament\)](http://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Rosette_(Ornament))

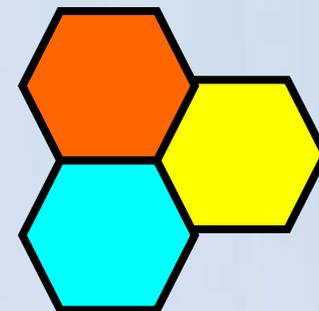
**1. Советский энциклопедический словарь:**

Паркет (франц. parquet), небольшие древесные, строганные планки (клепки) для покрытия пола.



2. Другое определение: паркет - такое покрытие плоскости правильными многоугольниками, при котором два многоугольника имеют либо общую сторону, либо общую вершину или совсем не имеют общих точек.

3. Также паркетом называют замощение плоскости многоугольниками, при котором вся плоскость оказывается покрытой ими.



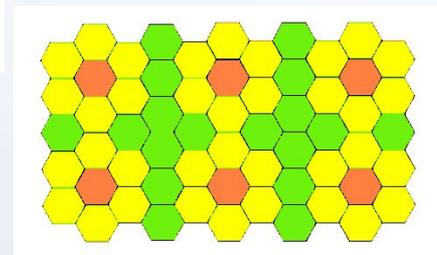
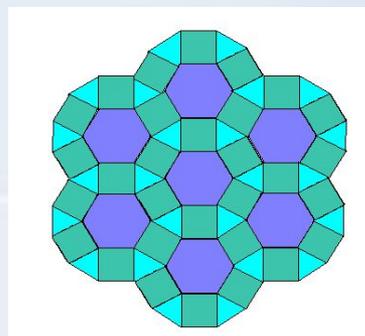
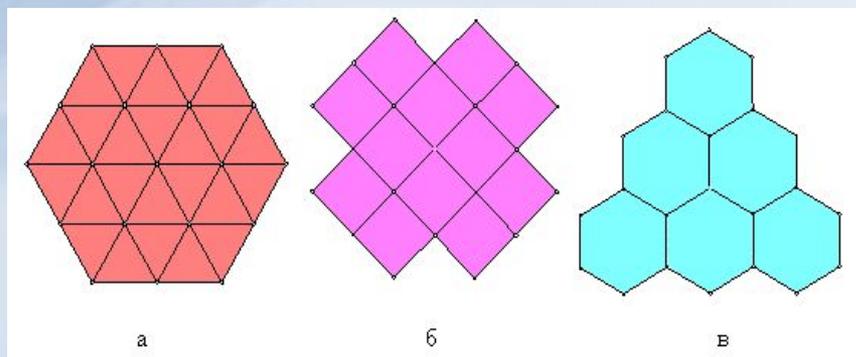
Паркет называется правильным, если он составлен из равных правильных многоугольников.

# Правильные многоугольники.

У правильного $n$ -угольника	$n$	3	4	5	6	7	8	9	10
	формулы								
Сумма внутренних углов	$\Sigma = 180^\circ(n-2)$	$180^\circ$	$360^\circ$	$540^\circ$	$720^\circ$	$900^\circ$	$1080^\circ$	$1260^\circ$	$1440^\circ$
Величина внутреннего угла	$\alpha = 180^\circ(n-2):n$	$60^\circ$	$90^\circ$	$108^\circ$	$120^\circ$	$128,5^\circ$	$135^\circ$	$140^\circ$	$144^\circ$
Сумма внешних углов	$360^\circ$	$360^\circ$	$360^\circ$	$360^\circ$	$360^\circ$	$360^\circ$	$360^\circ$	$360^\circ$	$360^\circ$
Величина внешнего угла	$\beta = 360^\circ : n$	$120^\circ$	$90^\circ$	$72^\circ$	$60^\circ$	$51,4^\circ$	$45^\circ$	$40^\circ$	$36^\circ$
Величина центрального угла	$\beta = 360^\circ : n$	$120^\circ$	$90^\circ$	$72^\circ$	$60^\circ$	$51,4^\circ$	$45^\circ$	$40^\circ$	$36^\circ$

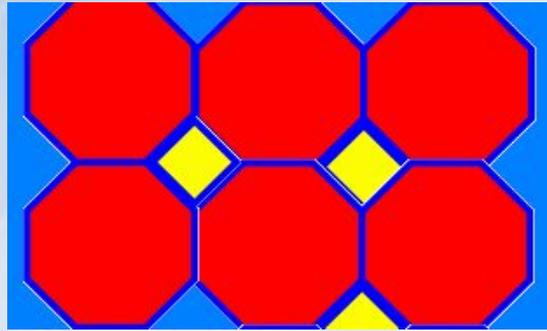
# Правильные паркетты

Их особенность в том, что в каждом из них участвуют правильные многоугольники одного вида и «звёзды» в каждом узле такой мозаики одинаковы (звезда - это какой-либо узел и все примыкающие к нему многоугольники).



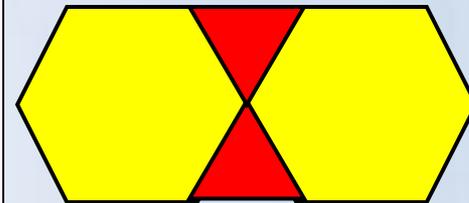
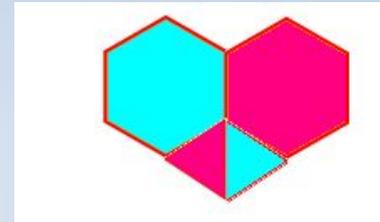
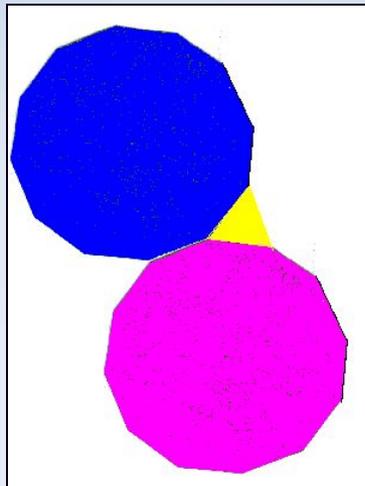
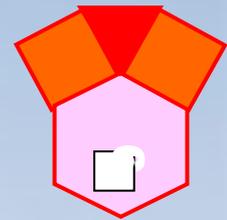
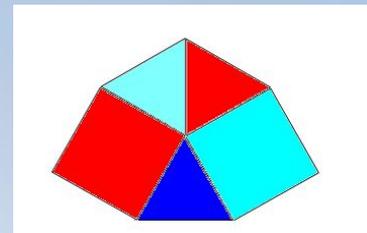
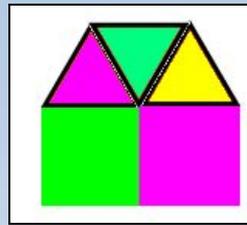
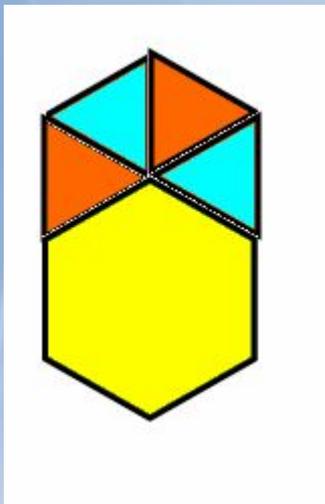
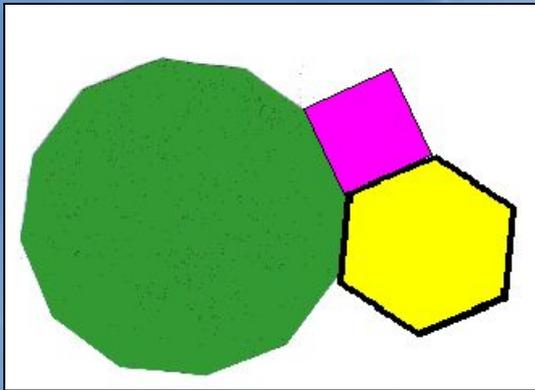
## Полуправильные паркетты (из неравных правильных многоугольников)

Если снять ограничение о том, что в покрытии участвуют только одинаковые правильные многоугольники, но сохранить условие, что все звёзды в покрытии «устроены одинаково», то полученные покрытия плоскости часто называются **полуправильными мозаиками (или паркеттами)**.

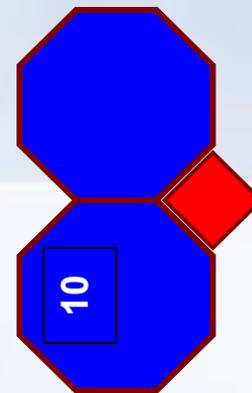


В зависимости от набора многоугольников в каждой вершине возможны три случая.

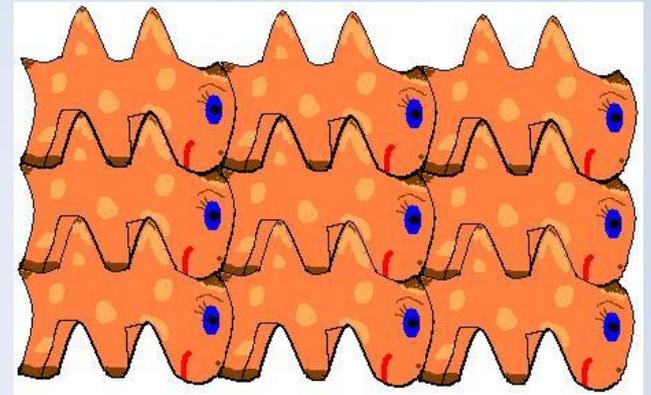
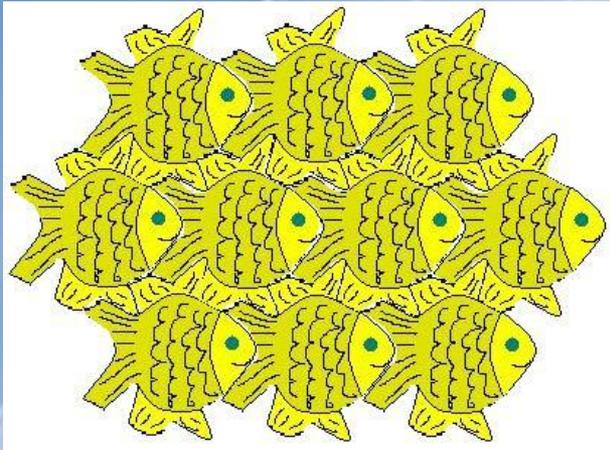
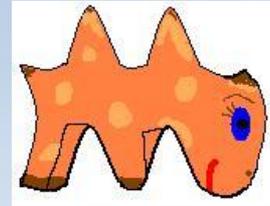
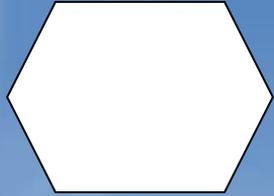
1. Три одинаковых многоугольника.
2. Два одинаковых и один отличный от них.
3. Три различных многоугольника.



# УЗЛЫ ПОЛУПРАВИЛЬНЫХ ПАРКЕТОВ

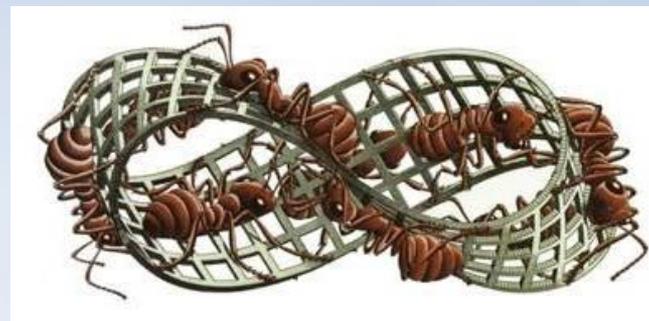


Их всего 8 видов.





Все мои произведения —  
это игры  
Серьёзные игры.  
М. Эшер



С помощью работ Мориса Эшера можно объяснить такие математические понятия и термины, изучаемые в школе, как: параллельный перенос, подобие фигур, равновеликие фигуры, периодичность. А так же некоторые понятия, не входящие в школьный курс математики.

Самым интересным с точки зрения математики является замощение плоскости или мозаики. Известно много орнаментов, составленных из повторяющихся мотивов.



Морис Эшер родился в городе Лёвардене нидерландской провинции Фрисландия, в семье инженера.

В 1903 году семья переехала в Арnhem, где мальчик некоторое время учился столярному делу и музыке.

С 1912 по 1918 годы Морис учился в средней школе.

Хотя с раннего возраста он проявлял способности к рисованию, его успехи в школе были весьма посредственными.

В 1919 году Эшер поступает в Школу архитектуры и декоративных искусств в городе Гарлеме.

Его учителем там был художник Самуэль де Мескита, оказавший на молодого человека огромное влияние.

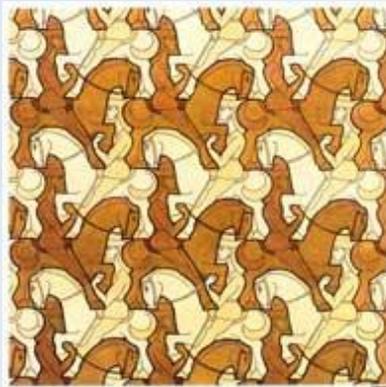
В начале 1920-х Эшер часто путешествует в Италию.

Затем Эшер переехал в Шато-д'О (Швейцария).

В январе 1941 года, после начала Второй мировой войны, Эшеры возвращаются в Нидерланды.

С 1940-х по 1970-е они жили в голландском городе Барн (Baarn). В июле 1969 года Эшер создает свою последнюю гравюру на дереве — «Змеи».

Эшер скончался 27 марта 1972 года в своем доме в Ларене, на севере Нидерландов.



СПАСИБО

ЗА

ВНИМАНИЕ!

