

Решение тригонометрических уравнений

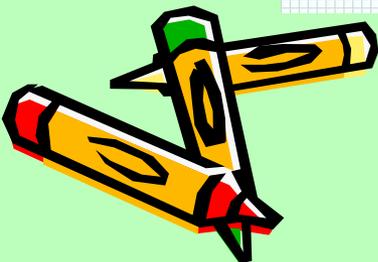


Что называется $\arcsin a$?

$$a \in [-1, 1] \quad \arcsin a = x \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = a, \\ x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

Что называется $\arccos a$?

$$a \in [-1, 1] \quad \arccos a = x \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = a, \\ x \in [0, \pi] \end{cases}$$



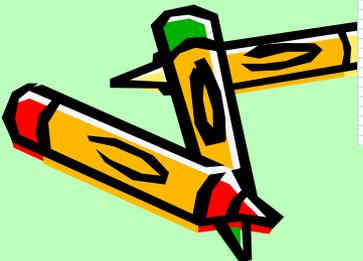
Что называется $\operatorname{arctg} a$

Арктангенс a – это такое число из интервала $(-\pi/2; \pi/2)$, тангенс которого равен a .

Назовите формулу нахождения корней уравнения вида $\sin x = a$?

$$\sin x = a$$

$$\begin{cases} x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ a \in [-1; 1], x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$



Что называется $\text{arcctg } a$?

Арккотангенс a – это такое число из интервала $(0; \pi)$, котангенс которого равен a .

Назовите формулу нахождения корней уравнения вида $\cos x = a$

$$\cos x = a$$

$$\begin{cases} x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbf{Z} \\ a \in [-1; 1], x \in [0; \pi] \end{cases}$$



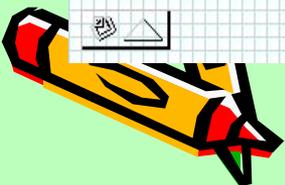
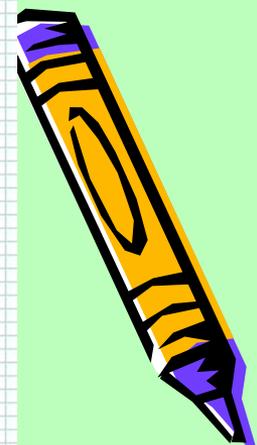
Устная работа:

$$\arccos \frac{1}{2} = \boxed{}$$

$$\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \boxed{}$$

$$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{}$$

$$\arcsin \frac{1}{2} = \boxed{}$$



Найди пару.



- ★ 1) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
- ★ 2) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
- ★ 3) $\operatorname{tg} x = -1$;
- ★ 4) $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$;
- ★ 5) $\sin t = -2$;
- ★ 6) $\cos t = 1$;
- ★ 7) $\operatorname{tg} t = \frac{1}{2}$;
- ★ 8) $\operatorname{ctg} t = 5$;
- ★ 9) $\cos a = 1,3$;
- ★ 10) $\sin y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;
- ★ 11) $\sin a = 1$;
- ★ 12) $\cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- 1. $-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{N}$.
- 2. $2\pi n, n \in \mathbb{N}$.
- 3. $(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{N}$.
- 4. $\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi n, n \in \mathbb{N}$.
- 5. $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{N}$.
- 6. $\frac{5\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{N}$.
- 7. нет корней.
- 8. $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{N}$.
- 9. $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{N}$.
- 10. $\operatorname{arctg} 5 + \pi n, n \in \mathbb{N}$.
- 11. $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{N}$.





Швейцарец по происхождению,

Леонард Эйлер прославил Петербургскую и Берлинскую академию наук, но наследие его принадлежит всему человечеству.

Родился Эйлер 15 апреля 1707 года в Базеле в семье пастора. Начальное обучение прошел дома под руководством отца, закончил Базельский университет, затем был приглашен работать в создаваемую тогда Академию наук в Петербурге.

Именно в России Эйлер становится первым математиком мира, 886 работ - таков итог научной деятельности Эйлера. Долгую и плодотворную жизнь прожил Эйлер. Россия стала для него второй родиной, более 30 лет проработал он в Петербурге. В России выросли пять его детей, 38 внуков. Потомки великого ученого и сейчас живут в нашей стране.

Основы тригонометрии и ее символику изложил в своих трудах Эйлер, теперь этот раздел математики изучают школьники всего мира.





Варианта I

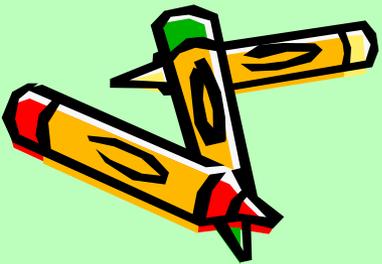
$$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

Вариант II

$$8 \sin^2 x + \cos x + 1 = 0$$

Вариант III

$$2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$



$$\cos(4x - 2) = \frac{1}{2}$$

$$\cos^2 x - 2\cos x = 0$$

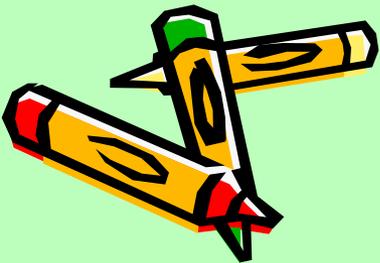
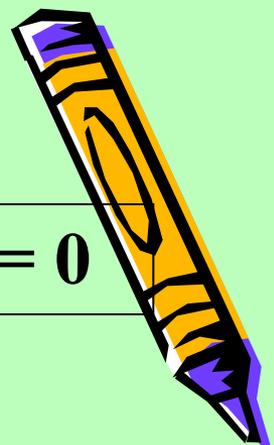
$$\cos^2 x - \sin^2 x = 1$$

$$(\operatorname{tg} x - \sqrt{3})(2\sin \frac{x}{2} + 1) = 0$$

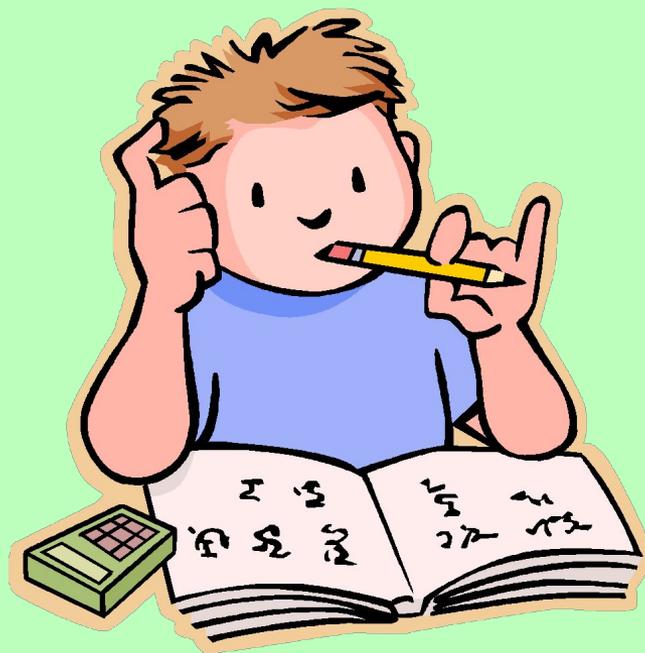
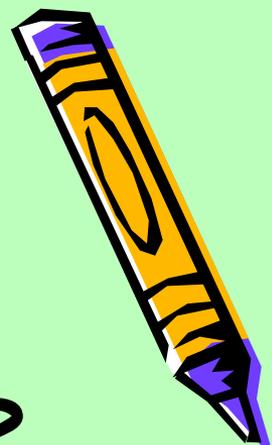
$$3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$$

$$3\sin^2 x + \sin x \cos x = 2\cos^2 x$$

$$2\sin x - 3\cos x = 0$$



Однородные тригонометрические уравнения



$a \sin x + b \cos x = 0$, где $a \neq 0, b \neq 0$.

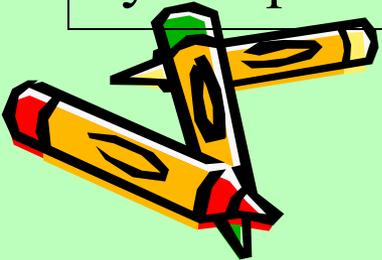
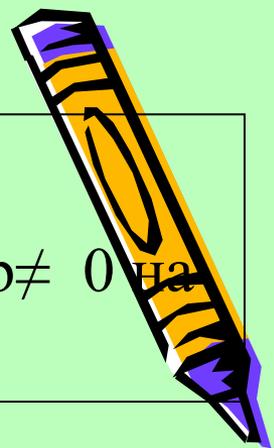
При делении уравнения $a \sin x + b \cos x = 0$, где $a \neq 0, b \neq 0$ на $\cos x \neq 0$ корни этого уравнения не теряются.

$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$ где $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$.

если в этом уравнении есть одночлен $a \sin^2 x$, то делим уравнение на $\cos^2 x \neq 0$ (так как $\sin x$ и $\cos x$ одновременно не могут равняться 0).

$b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$, где $b \neq 0, c \neq 0$.

(т.е. в уравнении нет одночлена $a \sin^2 x$), то уравнение решается путем разложения на множители.



$$\underline{2\sin x - 3\cos x = 0},$$

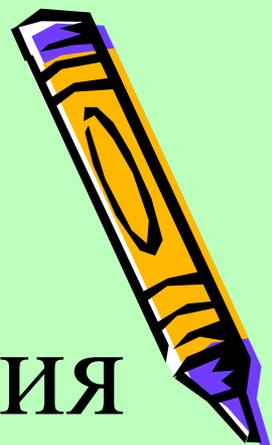
Разделив обе части уравнения
почленно на $\cos x$, получим:

$$2\operatorname{tg} x - 3 = 0;$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{3}{2};$$

$$x = \operatorname{arctg} \frac{3}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $x = \operatorname{arctg} \frac{3}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$



$$\sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0$$

делим уравнение на $\cos^2 x \neq 0$

$$\text{Получим: } \text{tg}^2 x - 3 \text{tg} x + 2 = 0$$

Введем новую переменную $z = \text{tg} x$,

$$z^2 - 3z + 2 = 0$$

$$z_1 = 1, z_2 = 2$$

значит, либо $\text{tg} x = 1$, либо $\text{tg} x = 2$

$$\text{tg} x = 1, x = \arctg 1 + \pi n, x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{tg} x = 2, x = \arctg 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{4} + \pi n, x = \arctg 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



$$\sqrt{3} \sin x \cos x + \cos x = 0$$

Решение. Здесь отсутствует член вида $a \sin^2 x$, значит, делить обе части уравнения на $\cos^2 x$ нельзя.

Решим уравнение методом разложения на множители:

$$\cos x (\sqrt{3} \sin x + \cos x) = 0$$

$\cos x = 0$ или $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 0$ (однородное уравнение первой степени)

$$x = \pi/2 + \pi n \qquad \sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1 = 0;$$

$$\operatorname{tg} x = -1/\sqrt{3};$$

$$x = \operatorname{arctg} (-1/\sqrt{3}) + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

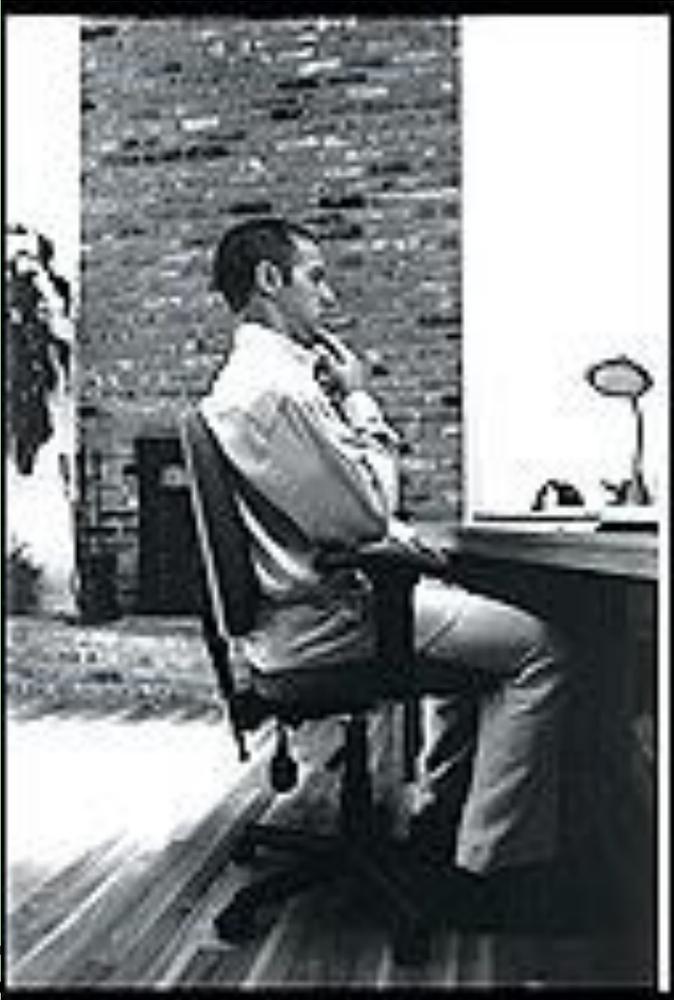
$$x = -\pi/6 + \pi n, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \pi/2 + \pi n$, $x = -\pi/6 + \pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$



Физкультминутка

Упражнение «Египтянин»



Цель - укрепление мышц задней стороны шеи для улучшения осанки и предотвращения болей в области шеи.

Поза: сидя или стоя

Смотрите прямо перед собой, а не вверх и не вниз.

Надавите указательным пальцем на подбородок.

Сделайте движение шеей назад.

Совет: совершая это движение, продолжайте смотреть прямо перед собой, не смотрите вверх или вниз.

Для этого представьте, что кто-то, стоящий позади вас, тянет за нить, проходящую через ваш подбородок.

Оставайтесь в этом положении в течение 5 секунд.

Повторите 10 раз.



Физкультминутка

Упражнение «Глядя в небо»



Цель этого упражнения -
устранение вредных эффектов от
неподвижного сидения в течение
длительного периода времени и
профилактика грыжи
межпозвоночных дисков
поясничного отдела.

Поза: стоя

- В положении стоя положите руки на бедра.
 - Медленно отклоняйтесь назад, глядя на небо или в потолок.
 - Вернитесь в исходное положение.
- Повторите 10 раз.



Литература

1. Учебник А.Г.Мордкович Алгебра и начала математического анализа 10-11 классы в 2 ч (базовый уровень)М.: Мнемозина, 2009
2. Газета «Математика» издательский дом «Первое сентября»
3. <http://www.zavuch.info>
4. <http://pedsovet.su>
5. <http://eqworld.ipmnet.ru>
6. [Социальная сеть работников образования nsportal.ru](http://nsportal.ru)

