

Показательная функция

*и её применение
в природе и технике*

Некоторые наиболее часто встречающиеся виды функций, прежде всего показательные, открывают доступ ко многим исследованиям.

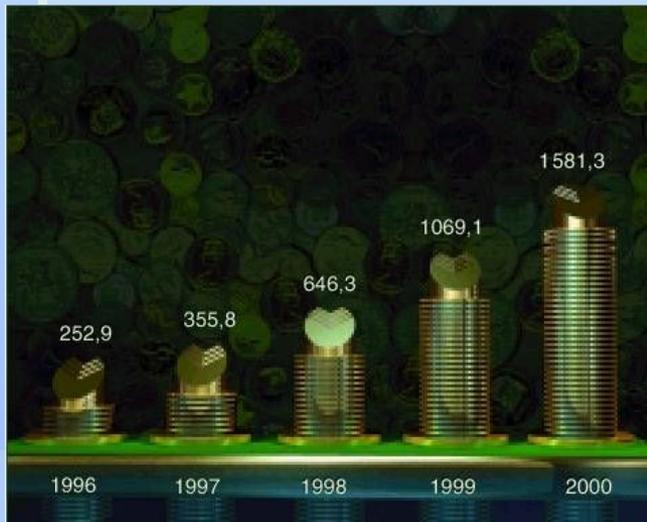
Л.Эйлер.

В природе и технике часто встречаются процессы, которые имеют название процессов органического изменения величин. Существенное свойство процессов органического изменения величин состоит в том, что за равные промежутки времени значение величины изменяется в одном и том же отношении.

Эти процессы называются процессами органического роста или органического затухания.

Рост вклада в Сберегательном банке

– это процесс органического роста



Задача: Ежемесячно на банковский вклад, равный S_0 рублей начисляется $r\%$. На сколько процентов возрастет банковский вклад за x месяцев?

Решение.

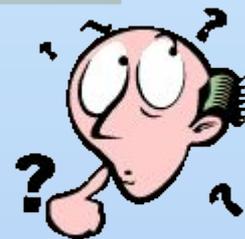
Пусть $r = 2\%$, $x = 12$ месяцев.

Тогда за год банковский вклад возрастет на

$$S_0(x) - S_0 = S_0(1 + 0,02)^{12} - S_0 = S_0(1,02^{12} - 1) = S_0(1,268241 - 1) \approx S_0 \cdot 0,27,$$

$$\frac{0,27S_0}{S_0} \cdot 100\% = 27\%.$$

Ответ: на 27%.



Радиоактивный распад веществ – это процесс органического затухания.

Радиоактивный распад — масса вещества за равные промежутки времени изменяется в одном и том же соотношении.

$$m = m_0(1/2)^{t/T}$$

m – масса вещества

m_0 – первоначальная масса вещества

t – промежуток времени



Задача: *Период полураспада плутония равен 140 суткам. Сколько плутония останется через 10 лет, если его начальная масса равна 8г ?*

Дано:

$$T = 140 \text{ сут.}$$

$$t = 10 \text{ лет}$$

$$m_0 = 8 \text{ г}$$

$$m = ?$$

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

$$t = 365 \cdot 10 = 3650 \text{ (дней)}$$

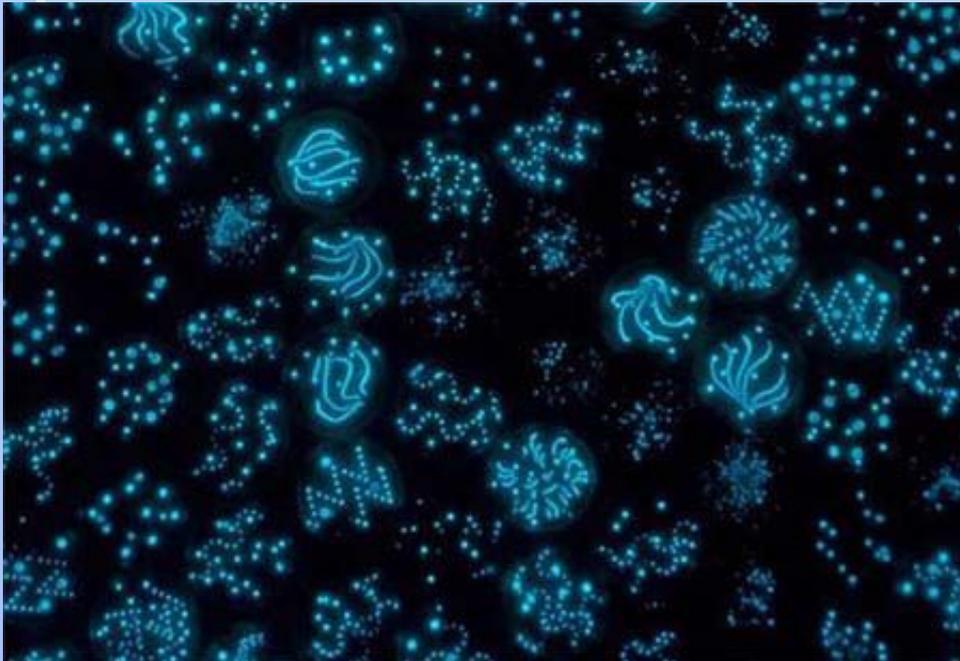
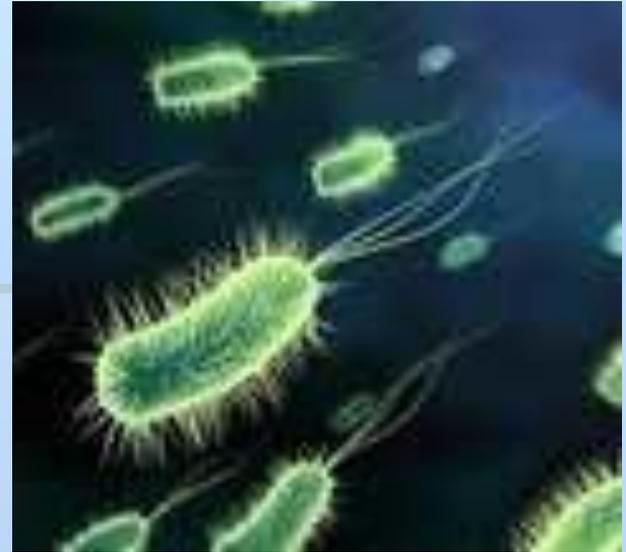
$$m(t) = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3650}{140}} = 1,1345 \cdot 10^{-7} \text{ (г)} = 1,13 \cdot 10^{-7} \text{ (г)}.$$

Ответ: $1,13 \cdot 10^{-7}$ (г).



Рост бактерий в идеальных условиях соответствует процессу органического роста.

Колония бактерий, при благоприятных условиях, изменяет свою массу за равные промежутки времени в одном и том же соотношении.



В питательной среде бактерия кишечной палочки делится каждую минуту. Понятно, что общее число бактерий за каждую минуту удваивается. Если в начале процесса была одна бактерия, то через x минут их число (N) станет равной 2^x , т.е.

$$N(x) = 2^x.$$



При выполнении монтажных работ мы используем припой, который нагреваем паяльником, а затем наносим на место пайки. Скорость кристаллизации припоя зависит от температуры окружающей среды, марки припоя и монтируемых деталей.

Формула изменения температуры припоя

$$T = (T_1 - T_0)e^{-kt} + T_1 - \text{это показательная функция}$$



Спасибо за внимание