

Способы решения логарифмических уравнений

**Учитель математики:
Зенина А.Н.**

Определение

Логарифмом положительного числа b по основанию a , где $a > 0$, $a \neq 1$, называется такой показатель степени c , в которую надо возвести a , чтобы получить b .

$$\log_a b = c, a^c = b$$

$$a > 0, a \neq 1, b > 0$$

Свойства логарифмов

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a (x y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^p = p \cdot \log_a x$$

*Формулы перехода к
другому основанию*

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$$

$$\log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b$$

Вычислите:

$$\log_8 14 + \log_8 \frac{32}{7}$$

$$\log_3 \sqrt{3} \quad \log_2 16$$

$$\log_7 1$$

$$25^{-\log_5 10}$$

$$5^{\log_5 49}$$

$$\log_2 11 - \log_2 44$$

$$8^{\log_8 5} - 1$$

$$\log_3 5 \cdot \log_5 3$$

$$\log_5 \frac{1}{625}$$

Сравните

$$\log_2 \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ и } \log_2 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} e \text{ и } \log_{\frac{1}{2}} \pi$$

*Определите знак
числа:*

$$\log_{0,8} 3 \cdot \log_6 \frac{2}{3}$$

*Основные методы
решения
логарифмических
уравнений*

1. Использование определения логарифма

$$\log_2 128 = x \quad \log_x 27 = 3 \quad \log_{16} x = \frac{3}{4}$$

Решим следующие уравнения

а) $\log_7(3x-1)=2$

б) $\log_2(7-8x)=2$


$$3\frac{1}{3}$$


$$3\frac{3}{8}$$

2. Метод потенцирования

$$\log_{\frac{1}{2}}(3x - 1) = \log_{\frac{1}{2}}(6x + 8)$$

Решим следующее уравнение:

$$\lg(x^2 - 2) = \lg x \quad 2$$

3. Уравнения, решаемые с помощью применения основного логарифмического тождества

$$x^{\log_x \log_2 x^2} = \log_2 (6 - x)$$

Решим следующее уравнение:

$$2^{\log_2 7^x} = 3^{\log_3 (6 + 7^{x-1})}$$

1

4. Метод приведения логарифмов к одному и тому же основанию

$$\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$$

Решим следующее уравнение:

$$\log_{\frac{3}{5}} x + \log_{\frac{5}{3}} x = 3$$



**5. Уравнения, решаемые с помощью
применения свойств логарифма**

$$\log_2 (x + 1) - \log_2 (x - 2) = 2$$

Решим следующие уравнения:

а) $\log_5 (x + 1) + \log_5 (x + 5) = 1$ 0

б) $\log_9 (37 - 12x) \log_{7-2x} 3 = 1$ 1

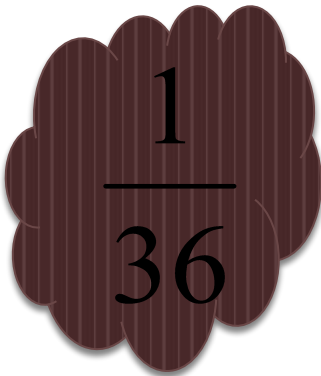
в) $\lg(x^2 - 6x + 9) - 2\lg(x - 7) = \lg 9$ 9

**6. Уравнения, решаемые введением
новой переменной**

$$\lg^2 x - 6\lg x + 5 = 0$$

Решим следующие уравнения:

$$\log_6^2 x + \log_6 x + 14 = (\sqrt{16 - x^2})^2 + x^2$$


$$\frac{1}{36}$$

**7. Уравнения, решаемые с помощью
разложения на множители**

$$\log_4(2x-1) \cdot \log_4 x = 2 \log_4(2x-1)$$

Решим следующие уравнения:

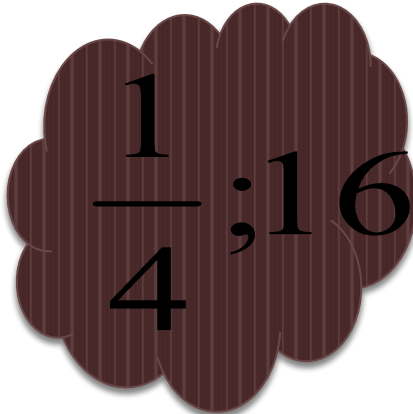
$$\log_3 x \cdot \log_3(3x-2) = \log_3(3x-2)$$

1

8. Метод логарифмирования

$$x^{\log_3 x^2} = 3x$$

Решим следующее уравнение:

$$x^{\log_2 x - 1} = 64$$


9. Функционально – графический метод

$$\log_3 x = 12 - x$$

Решим следующее уравнение:

$$1 - \sqrt{x} = \ln x$$



Определить метод решения уравнения:

Уравнение:	Метод решения
$\log_3(5x - 1) = 2$	<i>по определению логарифма</i>
$\log_2 x - 2 \log_x 2 = -1$	<i>переход к другому основанию</i>
$\log_{\sqrt{3}}(x - 2) \log_5 x = 2 \log_3(x - 2)$	<i>разложение на множители</i>
$\log_3(5x + 3) = \log_3(7x + 5)$	<i>потенцирование</i>
$\log_2^2 x - 3 \log_2 x = 4$	<i>введение новой переменной</i>
$\log_3 x = 9 \log_{27} 8 - 3 \log_3 4$	<i>переход к другому основанию</i>
$\log_2(x - 2) + \log_2(x - 3) = 1$	<i>использование свойств логарифма</i>
$x^{\lg^3 x - 5 \lg x} = 0,0001$	<i>логарифмирование</i>
$\log_{\frac{1}{2}} x = 2^x$	<i>графический</i>