

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления - это способ записи чисел, включающий в себя ряд *базисных чисел* и правила записи всех остальных.

В **позиционных системах счисления** значение каждой цифры (ее вес) изменяется в зависимости от ее положения (позиции) в последовательности цифр, изображающих число. Если это условие не выполняется, то система счисления является **непозиционной**. Например, в римской системе счисления любое число получается путем сложения или вычитания базисных чисел.

Система счисления. Позиционные и непозиционные системы счисления

Система счисления - это способ записи чисел.

Базисные числа системы счисления - символы, из которых формируются числа в данной системе счисления по определенным правилам.

Например: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Например: I(1), V(5), X(10), L(50), C(100), D(500), M(1000).

В **непозиционных системах счисления** любое число получается путем сложения или вычитания базисных чисел по заданным правилам.

Например:

$$\text{CLXIIIV} = 100 + 50 + 10 + 5 - 2 = 163$$

$$\text{CXXL} = 100 + 50 - 20 = 130$$

В **позиционных системах счисления** систематичность представления чисел основана на позиционном весе цифр. Это обеспечивает простоту выполнения операций умножения и деления.

Например:

$$\begin{aligned} 1363 &= 1 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 3 \cdot 1 = \\ &= 1 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 \end{aligned}$$

К-ичная (любая позиционная) система счисления

Основанием позиционной системы счисления является число K единиц какого-либо разряда, объединяемых в единицу более старшего разряда.

Например, у двоичной системы счисления основание 2 (0, 1), у восьмеричной - 8 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7).

Полином произвольного числа X в любой позиционной системе счисления с основанием K :

$$a_n * K^n + a_{n-1} * K^{n-1} \dots a_1 * K^1 + a_0 * K^0 + a_{-1} * K^{-1} + \dots + a_{-m} * K^{-m}$$

Пример полинома произвольного числа X в двоичной системе счисления:

$$a_n * 2^n + a_{n-1} * 2^{n-1} \dots a_1 * 2^1 + a_0 * 2^0 + a_{-1} * 2^{-1} + \dots + a_{-m} * 2^{-m}$$

Число K единиц какого-либо разряда, объединяемых в единицу более старшего разряда, называется **основанием позиционной системы**, а сама система счисления называется **К-ичной**. Например, основанием десятичной системы счисления является число 10; двоичной - число 2 и т.п.

Числа можно записать как суммы степеней не только числа 10, но и любого другого натурального числа, большего единицы.

Запись произвольного числа X в K -ичной позиционной системе счисления основывается на представлении этого числа в виде полинома.

Перевод целого числа из двоичной системы счисления в десятичную

$$\begin{aligned} 110011_2 &= 1*2^5 + 1*2^4 + 0*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = \\ &= 32 + 16 + 0 + 0 + 2 + 1 = \\ &= 51_{10} \end{aligned}$$

Перевод числа из двоичной системы в десятичную можно осуществлять для целой и дробной частей числа по одному алгоритму путем вычисления суммы произведений цифры двоичного числа на вес ее знакоместа.

Перевод целого числа из десятичной системы счисления в двоичную

$$\begin{array}{rcl} 5 : 2 & \text{---} & \\ 2 : 2 & \text{---} & \\ \mathbf{1} & & \mathbf{0} \mathbf{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 25 : 2 & \text{---} & \\ 12 : 2 & \text{---} & \\ 6 : 2 & \text{---} & \\ 3 : 2 & \text{---} & \\ 1 : 2 & \text{---} & \\ \mathbf{0} & & \mathbf{1} \mathbf{1} \mathbf{0} \mathbf{0} \mathbf{1} \end{array}$$

отсюда → сюда

$$\begin{array}{rcl} 25 & | & 2 \\ \hline 24 & | & 12 & | & 2 \\ \hline \mathbf{1} & 12 & | & 6 & | & 2 \\ \hline & \mathbf{0} & 6 & | & 3 & | & 2 \\ \hline & & \mathbf{0} & 2 & | & 1 & | & 2 \\ \hline & & & \mathbf{1} & 0 & 0 \\ \hline & & & & \mathbf{1} \end{array}$$

с сюда ↖ отсюда

Перевод целого числа из десятичной системы счисления в двоичную осуществляется по следующей схеме.

Десятичное число делится нацело на основание 2, затем на 2 делятся последовательно все частные от целочисленного деления, до тех пор пока частное не станет меньше основания. В результат заносится последнее частное и все остатки от деления, начиная с последнего.

Полином числа X в десятичной системе счисления

Число X: $a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 a_{-1} \dots a_{-m}$

Пример: 325.49

Полином числа X:

$$a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0 + a_{-1} \cdot 10^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot 10^{-m}$$

Пример: $3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-2}$

Десятичная позиционная система счисления основана на том, что десять единиц каждого разряда объединяются в одну единицу соседнего старшего разряда. Таким образом, каждый разряд имеет вес, равный степени 10. Например, в числе 262.27 цифра 2 повторена три раза, при этом самая левая цифра 2 означает количество сотен (ее вес равен 10^2); цифра 2, стоящая перед точкой, означает количество единиц (ее вес равен 10^0), а самая правая цифра 2 (после точки) - количество десятичных долей единицы (ее вес равен 10^{-1}), так что последовательность цифр 262.27 представляет собой сокращенную запись выражения:
 $2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2}$.

В полиноме десятичного числа каждый коэффициент a_i может быть одним из чисел, для обозначения которых введены специальные знаки.

Соответствие двоичного числа шестнадцатеричному

<i>Двоичное число</i>	<i>Шестнадцатеричное число</i>
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Таблица соответствия
двоичного числа
шестнадцатеричному.
Используется для
сокращения записи числа.