

Раздел 10

Уравнения динамики движения

Раздел 10. Уравнения динамики движения

- ФОРМИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ МАТРИЦ.....10 - 3
- ПРЯМЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА..... 10 - 4
- КЛАССИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ МАТРИЦ..... 10 - 5
- МОДАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА..... 10 - 8

Формирование динамических матриц

- В MSC.Nastran предусмотрены прямой и модальный методы анализа переходного процесса, вычисления частотного отклика и выполнения комплексного анализа собственных колебаний.
- В зависимости от метода анализа динамические матрицы формируются различными способами.

Прямые методы анализа

- Уравнение колебаний, используемое в прямом методе, записывается как

$$[M_{dd}p^2 + B_{dd}p + K_{dd}]\{u_d\} = \{P_d\}$$

- где p – оператор дифференцирования
- u_d – объединенный набор A-set + E-set (“внешние” переменные)
- Для анализа частотного отклика и комплексного анализа собственных колебаний динамические матрицы записываются в виде:

$$[K_{dd}] = (1 + ig)[K_{dd}^1] + [K_{dd}^2] + i[K_{dd}^4]$$

$$[B_{dd}] = [B_{dd}^1] + [B_{dd}^2]$$

$$[M_{dd}] = [M_{dd}^1] + [M_{dd}^2]$$

- Для анализа переходного процесса динамические матрицы записываются как

$$[K_{dd}] = [K_{dd}^1] + [K_{dd}^2]$$

$$[B_{dd}] = [B_{dd}^1] + [B_{dd}^2] + \frac{g}{\omega_3}[K_{dd}^1] + \frac{1}{\omega_4}[K_{dd}^4]$$

$$[M_{dd}] = [M_{dd}^1] + [M_{dd}^2]$$

Классификация динамических матриц

- $[K_{dd}^1]$ - редуцированная матрица жесткости конструкции плюс редуцированная матрица прямого ввода K2GG (симметричная).
- $[K_{dd}^2]$ - редуцированная матрица прямого ввода K2PP плюс редуцированные передаточные функции (симметричная или несимметричная).
- $[K_{dd}^4]$ - результат редуцирования матрицы демпфирования конструкции, полученной комбинированием произведений матриц жесткости элементов $[K_e]$ на соответствующие коэффициенты демпфирования g_e (симметричная).
- $[B_{dd}^1]$ - редуцированная матрица вязкого демпфирования плюс редуцированная матрица прямого ввода B2GG (симметричная).

Классификация динамических матриц

- $[B^2_{dd}]$ - редуцированная матрица прямого ввода B2PP плюс редуцированные передаточные функции (симметричная или несимметричная).
- $[M^1_{dd}]$ - редуцированная матрица масс плюс редуцированная матрица прямого ввода M2GG (симметричная).
- $[M^2_{dd}]$ - редуцированная матрица прямого ввода M2PP плюс редуцированные передаточные функции (симметричная или не симметричная).
- g, ω_3, ω_4 – константы, задаваемые пользователем.

Классификация динамических матриц

- Формирование матриц $[K_{dd}^1]$, $[K_{dd}^4]$, $[M_{dd}^1]$ и $[B_{dd}^1]$ производится расширением матриц $[K_{aa}]$, $[K_{aa}^4]$, $[M_{aa}]$ и $[B_{aa}]$; в не занятые столбцы и строки для внешних переменных добавляются нули.
- Внешние переменные могут ссылаться только на $[K_{dd}^2]$, $[B_{dd}^2]$ и $[M_{dd}^2]$
- Матрицы прямого ввода $[K_{pp}^2]$, $[B_{pp}^2]$ и $[M_{pp}^2]$ обрабатываются путем удаления строк и столбцов, соответствующих закрепленным (зависимым) переменным (SPC, MPC), редуцируются.
- Замечание: процедуры закрепления и редуцирования могут удалять только узлы GRID и скалярные переменные, но не могут удалять *внешние* переменные.
- Матрицы $[K_{dd}]$, $[B_{dd}]$ и $[M_{dd}]$ проверяются на наличие строк и столбцов, имеющих нулевые значения во всех трех матрицах. При обнаружении таковых при анализе переходного процесса или частотного отклика в указанные строки и столбцы матрицы $[K_{dd}]$ добавляются единицы, а при комплексном анализе собственных колебаний эти строки и столбцы из матриц $[K_{dd}]$, $[B_{dd}]$ и $[M_{dd}]$ удаляются.

Модальные методы анализа

- Уравнение колебаний, используемое в модальном методе:

$$[M_{hh}p^2 + B_{hh}p + K_{hh}]\{u_h\} = \{p_h\}$$

- где p - оператор дифференцирования
- u_h - объединенный набор модальных координат ξ_i
- плюс внешних переменных u_e .
- Соотношение между ξ_i и u_a :

$$\{u_a\} = [\phi_{ai}]\{\xi_i\}$$

- где $[\phi_{ai}]$ – матрица собственных векторов, вычисляемая в результате действительного анализа собственных колебаний.
- Соотношение между u_h и u_d ($[\phi_{dh}]$ – это расширенная за счет включения внешних переменных матрица $[\phi_{ai}]$):

$$\{u_d\} = [\phi_{dh}]\{u_h\}$$

- где

$$[\phi_{dh}] = \begin{bmatrix} \phi_{ai} & 0 \\ 0 & I_{ee} \end{bmatrix}$$

$$\{u_h\} = \begin{bmatrix} \xi_i \\ u_e \end{bmatrix}$$

Модальные методы анализа

- Для расчета частотного отклика и комплексного анализа собственных колебаний динамические матрицы записываются в виде:

$$[K_{hh}] = [k_i] + [\phi_{dh}]^T (ig[K_{dd}^1] + [K_{dd}^2] + i[K_{dd}^4]) [\phi_{dh}]$$

$$[B_{hh}] = [b_i] + [\phi_{dh}]^T ([B_{dd}^1] + [B_{dd}^2]) [\phi_{dh}]$$

$$[M_{hh}] = [m_i] + [\phi_{dh}]^T [M_{dd}^2] [\phi_{dh}]$$

- где $[m_i]$ - диагональная матрица, причем $m_{ii} = [\phi_{ai}]^T [M_{aa}] [\phi_{ai}]$
- $[b_i]$ - диагональная матрица, причем $b_{ii} = \omega_i g(\omega_i) m_{ii}$ где
- ω_i - частота i -ой моды, а $g(\omega_i)$ - коэффициент демпфирования, полученный интерполяцией из таблицы TABDMP1
- $[k_i]$ - диагональная матрица, причем $k_{ii} = \omega_i^2 m_{ii}$
- Если параметр

KDAMP = -1, then

$$m_{ii} = m_{ii}$$

$$b_{ii} = 0$$

$$k_{ii} = (1 + ig(\omega_i)) k_{ii}$$

Модальные методы анализа

- $g(\omega_i)$ – коэффициент демпфирования, вычисляемый интерполяцией таблицы TABDMP1.
- Матрицы $[m_i]$, $[b_i]$ и $[k_i]$ расширяются путем добавления нулей в строки и столбцы, не занятые коэффициентами для внешних переменных (u_e).
- Динамические матрицы для анализа переходного процесса записываются в виде:

$$[K_{hh}] = [k_i] + [\phi_{dh}]^T [K_{dd}^2] [\phi_{dh}]$$

$$[B_{hh}] = [b_i] + [\phi_{dh}]^T \left(B_{dd}^1 + B_{dd}^2 + \frac{g}{\omega_3} [K_{dd}^1] + \frac{1}{\omega_4} [K_{dd}^1] \right) [\phi_{dh}]$$

$$[M_{hh}] = [m_i] + [\phi_{dh}]^T [M_{dd}^2] [\phi_{dh}]$$

- Если во всех модальных динамических уравнениях присутствуют только матрицы $[m_i]$, $[b_i]$ и $[k_i]$, то уравнения становятся несвязанными.