Сортировка

Задачи, наиболее часто встающих перед программистами, – это задачи сортировки и поиска.

Данные задачи применяются как сами по себе, так и входят как подзадачи в состав более сложных задач.

Например, дан массив N элементов, из которого надо удалить все дублирующиеся элементы. Решение сравнения каждого элемента с остальными потребует $T(N^2)$ времени. Однако если предварительно отсортировать массив (на что, как увидим позже, требуется $T(N*\log_2(N))$ времени), то найти все дубли можно за $T(N)$ времени, сравнивая только соседние элементы, так что общее время решения задачи – $T(N*\log_2(N))$. Здесь задача сортировки вошла в другую задачу в качестве подзадачи.

Задача сортировки формулируется следующим образом:

На вход алгоритма подается последовательность из n элементов $a_1,a_2,\ldots,a_n$; на выходе требуется получить некоторую перестановку входной последовательности $a'_1,a'_2,\ldots,a'_n$ такую, что $a'_1 \le a'_2 \le \ldots \le a'_n$.

Алгоритмы сортировки можно разделить на алгоритмы внутренней сортировки для сортировки данных, хранящихся во внутренней оперативной памяти компьютера, и внешней сортировки – для сортировки больших объемов данных, хранящихся в файлах внешней (например, дисковой) памяти. В данном учебном курсе будут рассматриваться только алгоритмы внутренней сортировки.

Сортировка

Пузырьковая сортировка по возрастанию – проходит по массиву снизу вверх *(от последнего элемента к первому)*, сравнивая каждый элемент массива с расположенным выше, и если верхний больше, то меняет их местами. При этом проходе наименьший элемент – "всплывет" наверх. Операция продолжается пока наименьший элемент не станет первым.

Затем операция повторяется над подмножеством массива с номерами (индексами) элементов от 2 до N, затем над подмножеством от 3 до N и так до подмножества N-1, N. То есть, до тех пор пока массив не будет отсортирован по возрастанию элементов.

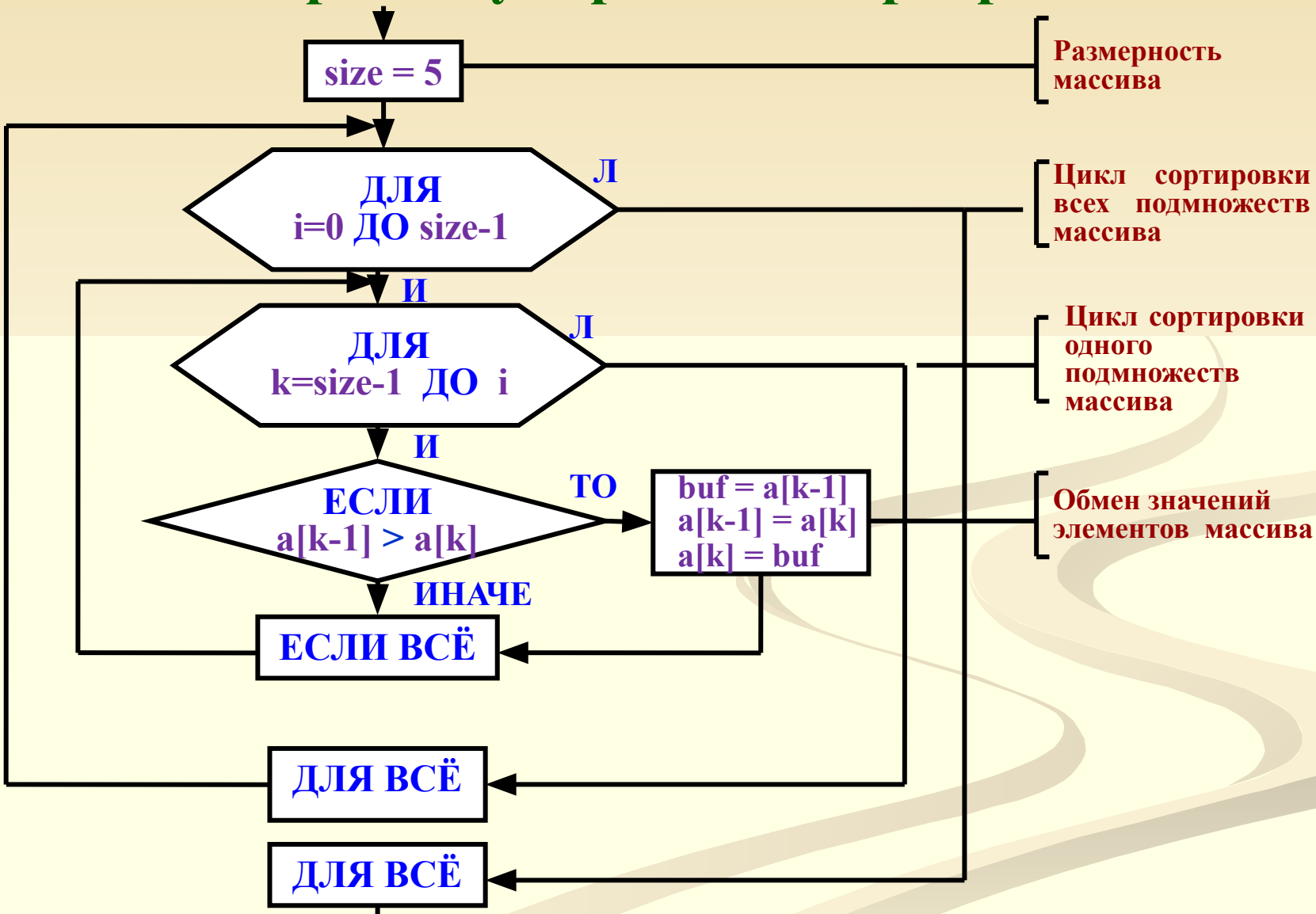
(При формировании условия сравнения "наибольший наверх" будет происходить сортировка по убыванию элементов массива).

Индекс	Исходный массив	1 шаг	2 шаг	3 шаг
1	6	2	2	2
2	4	6	3	3
3	3	4	6	4
4	2	3	4	6

На каждом шаге происходит три перестановки значений элементов.

Сортировка

Алгоритм пузырьковой сортировки



Написать программу пузырьковой сортировки на С.

Сортировка

Пузырьковая сортировка

C \ C++

Практическое занятие

```
// Сортировка массива целых чисел методом  "пузырька" – по возрастанию
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#define sz 5   // размерность массива
void main ()
{ int a[sz]; /*массив целых чисел*/
  int i;   //счетчик циклов сортировки
   int buf;    // буфер, исп. при обмене элементов массива
   int k;      // текущий индекс элемента массива
printf ("\nВведите в одной строке %i", sz);
    printf (" целых чисел и нажмите Enter\n");
    printf ("-> ");
      for (k = 0; k < sz; k++)   scanf ("%i", &a[k]);
  // Сортировка
     for (i = 0; i < sz-1; i++)
       {
          for (k = sz-1; k > i; k--)
            {
               if (a[k-1] > a[k])
                 {
// Меняем местами k-тый и k-1 элементы
        buf = a[k-1];  a[k-1] = a[k];  a[k] = buf;
                 }
            }
        }
 // Цикл сортировки закончен
//  Вывод отсортированного массива
         printf ("Отсортированный массив\n");
        for (k = 0; k<sz; k++)  printf ("%i ", a[k]);
}
```

Сортировка

Главный недостаток пузырьковой сортировки – большое количество перестановок элементов. Алгоритм *выборочной сортировки* устраняет этот недостаток, здесь элемент сразу занимает свою конечную позицию.

Выборочная сортировка – происходит следующим образом:

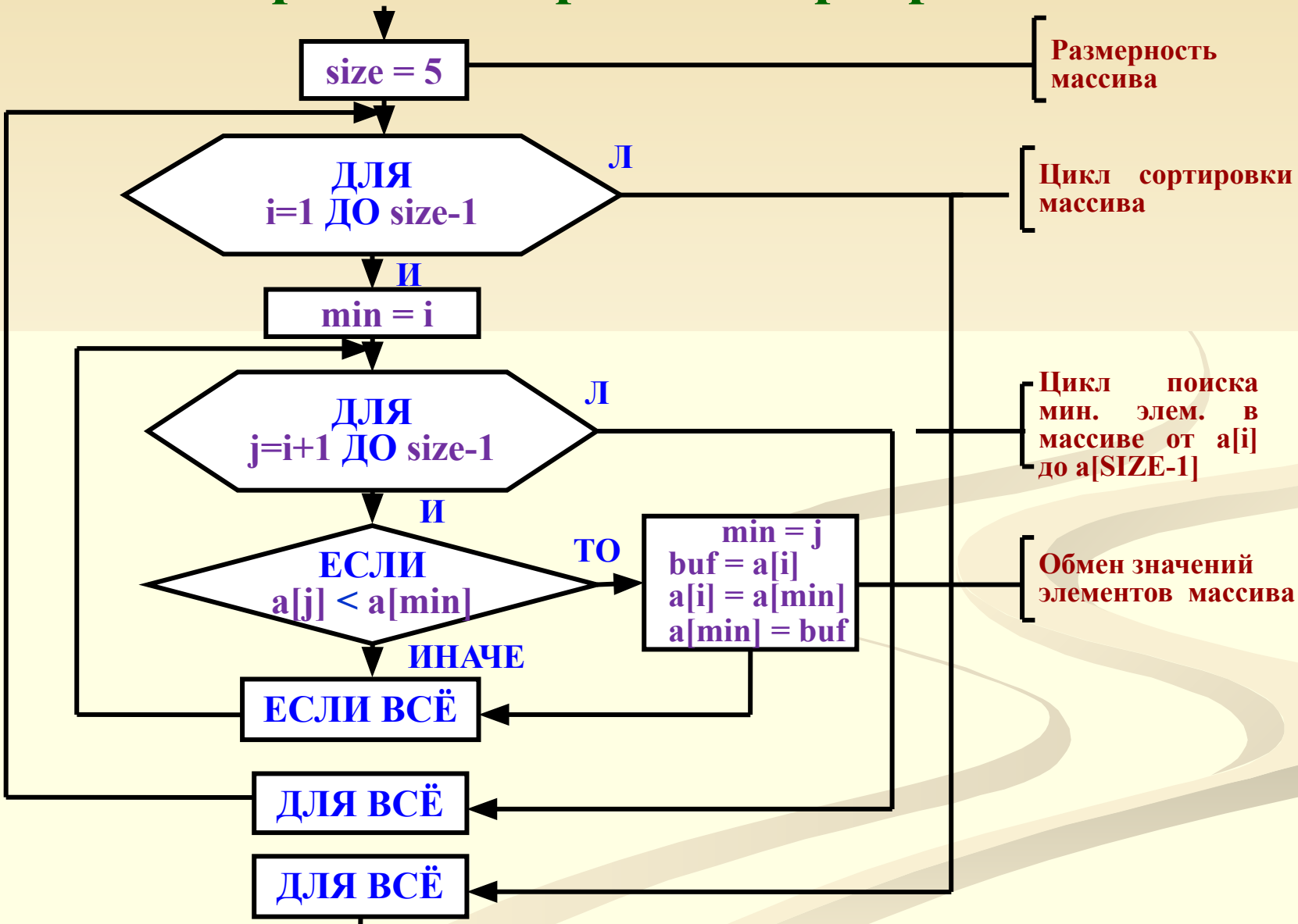
1. Просматривается весь первичный массив, определяется наименьший (наибольший) элемент массива и затем осуществляется единственный обмен в текущем массиве.

2. Потом просматривается массив-подмножество без наименьшего (наибольшего) элемента, определяется наименьший (наибольший) элемент подмножества и снова осуществляется единственный обмен в текущем подмножестве массива.

3. Шаг 2 повторяется пока весь массив не будет отсортирован.

Сортировка

Алгоритм выборочной сортировки



Написать программу выборочной сортировки на С.

Сортировка

Выборочная сортировка

C \ C++

Практическое занятие

```
// Сортировка мас. целых чисел выборочн. методом
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#define sz 5   // размерность массива
void main ()
{ int a[sz];  // массив целых чисел
   int i; // № элем., от которого ведется поиск мин. элем.
   int min; // № мин. элем. в части мас. от i до конца мас.
   int j;      // № элемента сравниваемого с мин.
   int buf; // буфер, исп. при обмене элементов массива
   int k;    // индекс для ввода и вывода
    printf ("\nВведите в одной строке %i", sz);
    printf (" целых чисел и нажмите Enter\n");

    for (k=0; k<sz; k++) scanf ("%i", &a[k]);
  // Сортировка
for (i = 0; i < sz-1; i++)
 {   // Поиск мин. элем. в части мас. от a[i] до a[sz]
       min = i;    for (j = i+1; j < sz; j++)
                    if (a[j] < a[min])    min = j;
// Меняем местами a[min] и a[i]
        buf = a[i];    a[i] = a[min];  a[min] = buf;
}
// Цикл сортировки закончен
    // Вывод отсортированного массива
      printf ("Отсортированный массив\n");
         for (k = 0; k<sz; k++)   printf ("%i ", a[k]);
}
```

Сортировка

Тем не менее оба метода и пузырьковая и выборочная сортировка сравнительно неэффективны.

Среднее время работы этих алгоритмов пропорционально N^2

Существуют более быстрые методы сортировки: быстрая сортировка (Quicksort) и сортировка слиянием (метод Шелла).

Среднее время работы этих методов пропорционально

$$N*\log_2(N)$$

Зависимость времени сортировки от количества элементов массива (N) и

N	N^2	$N*\log_2(N)$	Зависимость времени сортировки от мощности алгоритма [раз] $N^2/N*\log_2(N)$	Зависимость времени сортировки от количества элементов массива [раз]
10^2	10^4	$10^2*\log_2(10^2)=6,64*10^2$	$10^4/(6,64*10^2)=1,5*10^1$	-
10^3	10^6	$10^3*\log_2(10^3)=9,97*10^3$	$10^6/(9,97*10^3)=1,0*10^2$	$1,0*10^2/1,5*10^2=6,7$
10^6	10^{12}	$10^6*\log_2(10^6)=19,93*10^6$	$10^{12}/(19,93*10^6)=5,0*10^4$	$5,0*10^4/1,0*10^2=500$

Сортировка

Быстрая сортировка (автор Чарльз Хоар, в 1962г.) – Quicksort – Метод сортировки разделением:

Из массива выбирается опорный элемент Р.

- **Сравнивая элементы массива с Р и разделяем (сортируем) массив на 2-а подмассива (подмножества). Слева от Р элементы меньшие и равные Р, а справа – большие или равные.**
- **Для обоих подмножеств, если в них больше 1-го элемента, проделывается та же процедура.**
- **Процесс повторяются для каждой части массива пока он не будет отсортирован.**

Опорный элемент выбирается или случайным образом, или как среднее некоторого количества значений массива (например, первого и последнего).

Сортировка

Алгоритм быстрой сортировки

Быстрая сортировка (разделением):

1) Берем массив M[N]. Назначаем индексы I и J.
2) Устанавливаем начальные значения индексов I=1 и J=N.
3) Выбираем опорный элемент P = M[K], где K = (I +J) / 2.
4) Сравниваем M[I] <= P, если ДА, то увеличиваем I (I=I+1).
5) Затем сравниваем M[J] >= P, если ДА, то уменьшаем J (J=J-1).
6) Если НЕТ и I<=J, то меняем местами M[I] и M[J].
7) Повторяем шаги 4-6 пока I<=J.
8) В результате массив разделяется на 2-е части, слева от P элементы меньше или равны P, а справа – больше или равны.
9) Над каждой частью (подмножеством) массива повторяем шаги 2-7. Получаем 4-е подмножества.
10) Над каждым подмножеством повторяем шаги 2-7. Выполняем эти операции пока массив не будет отсортирован.

Сортировка

Алгоритм быстрой сортировки

1. Массив M[N]. Назнач. I и J.
2. Уст. нач. знач. I=1 и J=N.
3. Выб. Опор.элем. P = M[(M[1]+M[N])/2].
4. Сравн. M[I] <= P, если ДА, то I=I+1.
5. Сравн. M[J] >= P, если ДА, то J=J-1.
6. Если НЕТ и I<=J, то меняем местами M[I] и M[J].
7. Повторяем шаги 2-6 пока I<=J.
8. Массив раздел. на 2-е части, слева от P элементы <= P, а справа >= P.
9. Над кажд. подмнож. мас. повт. шаги 2-7. Получ. 4 подмнож.
10. Над кажд. подмнож. повт. шаги 2-7. Вып. эти операции пока массив не будет отсортирован.

Пример:

1-2. {5 2 7 2 13 3 8 15 19}

3. P=13

4-7. {5 2 7 2 13 3 8 15 19} - меняем местами 13 и 8 =

{5 2 7 2 8 3 13 15 19}

8. Массив разделен на две части по 13.

9-10. Сортируем подмножество

{5 2 7 2 8 3 13 15 19}

2-7. P=7 -> {5 2 7 2 8 3 13 15 19} =

{5 2 3 2 8 7 13 15 19} –

P=2 -> {5 2 3 2 8 7 13 15 19} =

{2 2 3 5 8 7 13 15 19} –

P=8 -> {2 2 3 5 8 7 13 15 19} =

{2 2 3 5 7 8 13 15 19}

Нарисовать алгоритм быстрой сортировки.

Сортировка

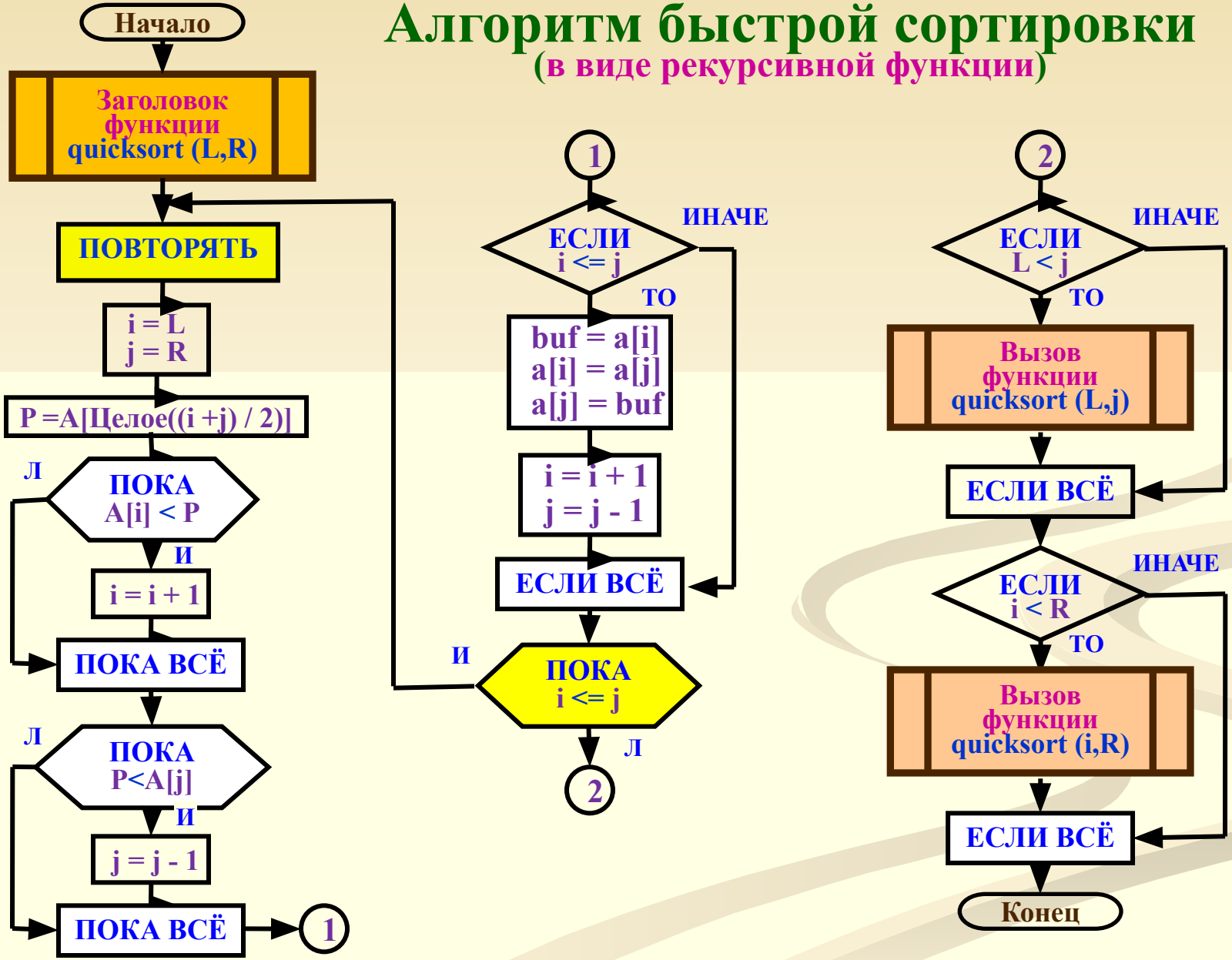
Алгоритм быстрой сортировки

Алгоритм быстрой сортировки повторяется для каждого подмножества – прямой смысл реализовать эту сортировку в виде рекурсивной функции

Сортировка

Алгоритм быстрой сортировки

(в виде рекурсивной функции)



Написать программу быстрой сортировки на С.

Сортировка

C / C++

Быстрая сортировка

C / C++

```
void quicksort (long High, long Low)
// Функция быстрой сортировки
{  long i, j;    int p, temp;
// Инициализация нижней границы
   i = Low;
// Инициализация верхней границы
  j = High;
// опорный элемент
p = array[(int) (Low+High)/2];
do { while (array[i] < p) i++;
       while (array[j] > p) j--;
        if (i<=j)  // Если верно, то обмен
    {  temp = array[i];  array[i] = array[j];
       array[j] = temp;   i++;  j--;      }     }
while (i<=j);  // пока индексы не пересекутся

    if (j > Low)  quicksort (j, Low);
/* Если подмассив [j, Low] более одного
элемента, он сортируется функцией quicksort */
   if (High > i)  quicksort (High, i);
//  Аналогично  для  [High, i]
}
```

```
#include <iostream.h>
#include <conio.h>
int array[10000];    // Объявление массива
/* Функция - Быстрая сортировка
……................................................   */
main()   // Главная функция
{ int i; int size;   // количества элементов
 cout << "\n Введите количество элементов
сортируемого массива size = ";
 cin >> size;
  for (i=0; i<size; i++)     cin >> array[i];
//  Чтение очередного элемента массива
     for (i=0; i<size; i++)
          cout << array[i] << " ";
 quicksort (size-1, 0);
// Вывод отсортированного массива
 cout << "\n
              Отсортированный массив\n ";
      for (i=0; i<size; i++)
          cout << array[i] << " ";
return 0;
}
```

Сортировка

Сортировка методом Шелла

Суть этого метода заключается в сравнении элементов массива, разделенных одинаковым расстоянием, таким образом, чтобы элементы были упорядочены по расстоянию. Затем это расстояние делится пополам и процесс повторяется.

Алгоритм сортировки Шелла:

В этом методе первоначально рассматриваются элементы отстоящие друг от друга на расстояние d=[n/2], где [ ] - операция взятия целой части, и n - количество элементов исходного массива.

На следующих шагах d меняется по закону d=[d/2], при d=1 метод Шелла вырождается в метод стандартного обмена ("Метод Пузырка")

Сортировка

Сортировка методом Шелла

Рассмотрим пример:

Дано множество {6,3,4,8,2,9} ->

d=[n/2]=[6/2]=3 ->

{6,3,4,8,2,9} - сравниваем 6 и 8 ->

{6,2,4,8,3,9} - сравниваем 3 и 2, переставляем ->

{6,3,4,8,2,9} - сравниваем 4 и 9 ->

далее d=[d/2]=[3/2]=1.

И алгоритм выродился в метод "Пузырька"

В этом примере не очень видна эффективность метода, но представьте, что вы сортируете 1000 элементов. Этот метод обеспечивает более быстрое перебрасывание больших элементов вправо и меньших влево, чем метод "Пузырька" и этим обеспечивает большее быстродействие.

C \ C++

Сортировка

Сортировка методом Шелла

```
#include <stdio.h>
#include <time.h>
#include <stdlib.h>
#define size  20

int  mass[size];

// сортировка методом Шелла
void ShellSort(int n, int mass[])
 {
   int i, j, step, tmp;
for (step = n / 2; step > 0; step /= 2)
   for (i = step; i < n; i++)
    { tmp = mass[i];
     for (j = i; j >= stestep)
       { if (tmp < mass[j - step])
           mass[j] = mass[j - step];
        else break;
       }
     mass[j] = tmp; }
    }
```

см. продолжение

продолжение

```
int main()
 {
  srand(time(NULL));
// ввод элементов массива
for (int i = 0; i < size; i++)
  {
    mass[i]=rand() % 100;
    printf ("%i ", mass[i]);
  }
// сортировка методом Шелла
ShellSort(size,  mass);
// вывод отсортированного массива на экран
printf("отсортированный массив:\n");
for (int i = 0; i < size; i++)
  printf(%d ", mass[i]);
   return 0;
  }
```

Поиск

Поиск необходимой компоненты структуры данных – одна из важнейших задач обработки данных.

Для решения задачи поиска необходимо, чтобы данные в памяти ЭВМ были организованы определенным образом. Основные способы организации данных: массивы элементов одинакового типа, структуры данных, линейные списки, деревья, произвольные графы.

Алгоритмы поиска существенно зависят от способа организации данных.

Рассмотрим алгоритмы поиска в МАССИВАХ:

а) **последовательный (линейный) поиск** -- простейший метод поиска элемента, находящегося в неупорядоченном массиве данных, это последовательный просмотр каждого элемента массива, продолжающийся до тех пор, пока не будет найден желаемый элемент. Если просмотрен весь массив, но элемент не найден – значит он отсутствует в массиве. Для последовательного поиска в среднем требуется (N+1)/2 сравнений, а в худшем N. Линейный поиск может применяться и для упорядоченных (отсортированных) массивов, НО эффективнее использовать:

б) **бинарный (двоичный, дихотомический, логарифмический) поиск** – он состоит в разделении упорядоченного массива пополам, определении в какой половине находится искомый элемент, затем это половина снова разделяется пополам и так пока полученное подмножество из одного элемента не станет равным искомому. Для бинарного поиска в худшем случае требуется $\log_2(N)$ сравнений.

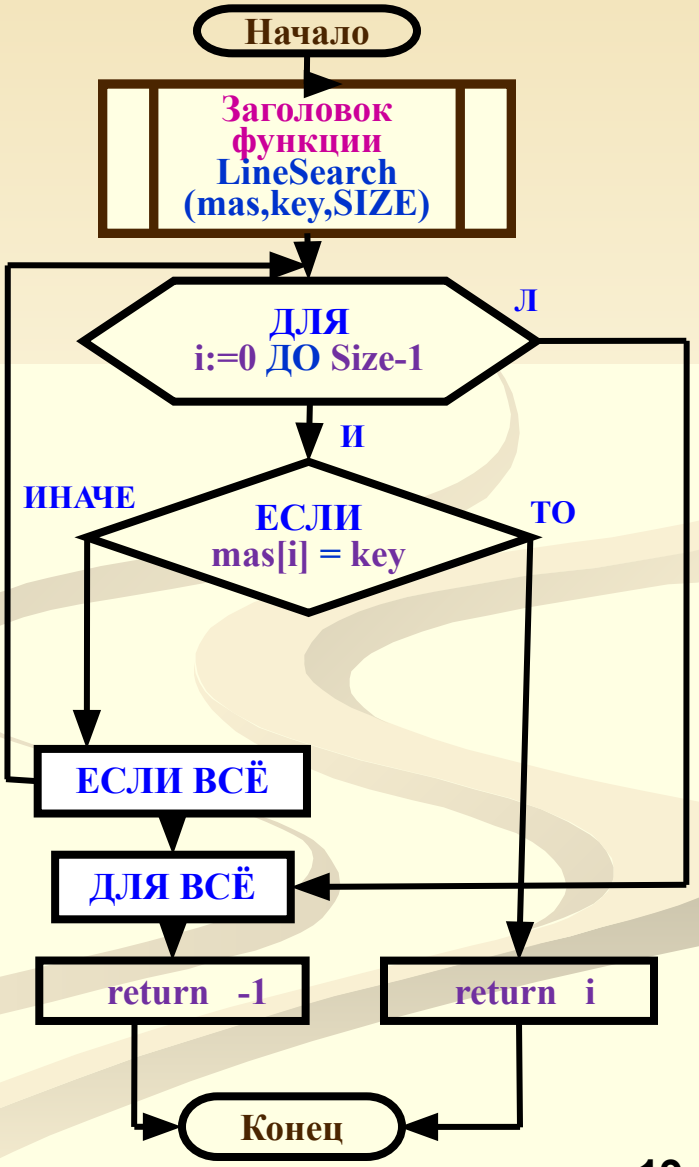
C / C++

Поиск

Алгоритм и функция последовательного поиска

Алгоритм функции

```
// Последовательный поиск
#include <iostream.h>
#include<stdio.h>
#define size 5 // Размерность массива
 /* Функция последовательного поиска,
      возвращает индекс искомого элемента массива */
int seq_search (int items[], int count, char key)
{  int t;
   for (t=0; t < count; ++t)
      if (key == items[t])
       return t; // элемент найден
    return -1;  // элемент не найден
}
main()
{ int array[size], N; // массив
 int k, i;  // k-искомый элемент
 cout << "\n Введите " << size << " элемента(ов), после
                          ввода каждого элемента -> Enter\n";
 for (i=0; i<size; i++)   cin >> array[i];   // Ввод элемента
              cout << "Введенный массив\n";
      for (i=0; i<size; i++)      cout <<  array[i] << " ";
 cout << "\n Введите искомый элемент массива - ";
 cin >> k;
     N=seq_search (array, size, k);  // Вызов функции
if  (N==-1)  cout << "Такого элемента в массиве нет";
  else
cout <<"\nНомер искомого элемента в массиве–"<<N+1;
 return 0;
}
```



Поиск

Написать функцию бинарного поиска

C / C++

```
// Бинарный поиск
#include <iostream.h>
#define size 5 // Размерность массива
 /* Функция Бинарного поиска,
      возвращает индекс искомого элемента массива */
int bin_search (int ar[], int size, int key);
{ int low, high, mid;
    low = 0; high = size- 1;
while(low <= high)
 { mid = (int) (low + high)/2;
   if (key < ar[mid]) high = mid - 1;
     else if(key > ar[mid]) low = mid + 1;
                 else return mid; };
 return -1; };
main()
{ int array[size], N, k, i;
cout << "\n Введите " << size << " элемента(ов), \
после ввода каждого элемента -> Enter\n";
 for (i=0; i<size; i++) cin >>array[i]; // Ввод элемента
     cout << "Введенный массив\n";
  for (i=0; i<size; i++)       cout << array[i] << " ";
 cout << "\n Введите искомый элемент массива - ";
 cin >> k;
     N=bin_search (array, size, k); // Вызов функции
if (N==-1) cout << "Такого элемента в массиве нет";
  else
cout <<"\nНомер искомого элемента в массиве–"<<N+1;
 return 0;
}
```

Алгоритм функции