

# Системы счисления.

## Двоичное представление информации в памяти компьютера

Способ деления на основание двоичной системы счисления:

Например,  $126:2=63+0$  (остаток)

$63:2=31+1$  (остаток)

$31:2=15+1$  (остаток)

$15:2=7+1$  (остаток)

$7:2=3+1$  (остаток)

$3:2=1+1$  (остаток)

$$126_{10} = 111110_2$$

Метод разностей:

$$126_{10} = 64 + 62 = 64 + 32 + 30 = 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 = 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 1111110_2$$

Перевод двоичного числа в десятичное число:

$$1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 2^0 = 126_{10}$$

Перевод десятичного числа в восьмеричное число:

$$126_{10} : 8 = 15 + 6 \text{ (остаток)}$$

$$15 : 8 = 1 + 7 \text{ (остаток)}$$

$$126_{10} = 176_8$$

Перевод восьмеричного числа в десятичное число:

$$1 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = 64 + 56 + 6 = 126_{10}$$

Перевод десятичного числа в шестнадцатеричное число:

$$126_{10} : 16 = 7 + 14 (E) \text{ (остаток)}$$

$$126_{10} = 7E_{16}$$

Перевод шестнадцатеричного числа в десятичное число:

$$7 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0 = 112 + 14 = 126$$

Перевод восьмеричного числа в двоичное число и обратно с помощью триад (группа из 3-х битов):

0 – 000

1 – 001

2 – 010

3 – 011

4 – 100

5 – 101

6 – 110

7 - 111

$$126_{10} = 176_8 = 001\ 111\ 110_2 = 1111110_2$$

$$100111001110_2 = 7416_8$$

Перевод двоичного числа в шестнадцатеричное число и обратно с помощью тетрад (групп из 4-х бит)

0 – 0000

1 – 0001

2 – 0010

3 – 0011

4 – 0100

5 – 0101

6 – 0110

7 – 0111

8 – 1000

9 – 1001

A – 1010

B – 1011

C – 1100

D – 1101

E – 1110

F – 1111

$$A6F91_{16} = 1010\ 0110\ 1111\ 1001\ 0001_2$$

- Четные числа в десятичной системе счисления оканчиваются на 0 в двоичной системе счисления.
- Нечетные числа в десятичной системе счисления оканчиваются на 1 в двоичной системе счисления.
- Если число в десятичной системе счисления делится на 4, то в двоичной системе счисления число оканчивается на 00.
- Если число в десятичной системе счисления делится на  $2^k$ , то в двоичной системе счисления число оканчивается на k-нулей.

• Числа вида  $2^k$  записываются в двоичной системе как единица и k нулей, например,  $64_{10} = 2^6 = 1000000_2$ .

• Числа вида  $2^k - 1$  записываются в двоичной системе как k единиц, например,  $63_{10} = 2^6 - 1 = 111111_2$ .

• Если известна двоичная запись числа N, то двоичную запись числа  $2 \cdot N$  можно получить, приписав в конец 0, например,  $15_{10} = 1111_2$ ,  $30_{10} = 11110_2$ ,  $60_{10} = 111100_2$ .

• Числа вида  $2^N - 2^K$  при  $K < N$  в двоичной системе записываются в виде N - K единиц и K нулей, например,  $2^{11} - 2^6 = 11111000000_2$ .

• Число  $3^N$  записывается в троичной системе счисления как единица и N нулей, например,  $3^9 =$

• Число  $3^N - 1$  записывается в троичной системе счисления как  $N$  двоек, например,  $3^9 - 1 = 222222222_3$ .

• Число  $3^N - 3^K$  записывается в троичной системе счисления как  $N - K$  двоек, за которыми стоят  $K$  нулей, например,  $3^9 - 3^6 = 222000000$ .

• Последняя цифра записи числа в системе счисления с основанием  $N$  – это остаток от деления этого числа на  $N$ , например,  $256_{10} : 10 = 25 + 6$  (остаток).

*Арифметические операции с числами в двоичной системе счисления:*

$$0+0 = 0, \quad 1+0=1, \quad 1+1=10, \quad 1 \cdot 0 = 0, \quad 0 \cdot 0 = 0, \quad 1 \cdot 1 = 1.$$

$$1 - 1 = 0, \quad 10 - 1 = 1, \quad 11 - 1 = 10, \quad 100 - 1 = 11,$$

$$1000 - 1 = 999$$

Для перевода отрицательного числа (-a) в двоичный дополнительный код нужно сделать следующие операции:

- Перевести число  $a - 1$  в двоичную систему счисления.
- Сделать инверсию битов: заменить все нули единицами, а единицы заменить нулями.

$$-78_{10}$$

$$78 - 1 = 77_{10}$$

$$77_{10} = 2^6 + 13 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^0 = 1001101_2$$

$$-78_{10} = 0110010_2 = 110010_2.$$

Перевод десятичного числа в троичную систему счисления и обратно :

$$67_{10} = 67 : 3 = 22 + 1 \text{ (остаток)}$$

$$22 : 3 = 7 + 1 \text{ (остаток)}$$

$$7 : 3 = 2 + 1 \text{ (остаток)}$$

$$2111_3 = 67_{10}$$

$$2 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = 54 + 9 + 3 + 1 = 67_{10}.$$

## Упражнения:

1. Сколько единиц в двоичной записи восьмеричного числа  $2731_8$ ?

$$2731_8 = 001\ 111\ 011\ 001_2$$

Ответ: 7

2. Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 519?

$$519_{10} = 512 + 7 = 2^9 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 1000000111_2.$$

Ответ: 4.

3. Указать наименьшее четырехзначное восьмеричное число, двоичная запись которого содержит 5 единиц.

$$001\ 000\ 001\ 111_2 = 1017_8.$$

4. Для хранения целого числа со знаком используется один байт. Сколько единиц содержит внутренне представление числа (-78)?

$$78 - 1 = 77$$

$$77_{10} = 64 + 13 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^0 = 1001101_2$$

По условию число занимает в памяти 1 байт = 8 бит, поэтому это число надо представить в виде 8 разрядов.

Добавим впереди один ноль, получим число:  $01001101_2$ .

Сделаем инверсию битов, т.е. заменяем 0 на 1, 1 на 0, получим:  $10110010_2$  – это и есть число (-78) в двоичном дополнительном коде.

Ответ: 4 единицы.

5. Даны числа:  $a = D7_{16}$  и  $b = 331_8$ . Какое число  $c$  в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству:  $a < c < b$ ?

Переведем все числа в одну систему счисления, например, в десятичную:

$$a = D7_{16} = 13 \cdot 16^1 + 7 \cdot 16^0 = 208 + 7 = 215,$$

$$b = 331_8 = 3 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 217, \text{ тогда } c = 216.$$

Переведем  $c$  в двоичную систему счисления:

$$216 = 128 + 88 = 2^7 + 64 + 24 = 2^7 + 2^6 + 2^4 + 2^3 = 11011000_2$$

6. Указать все основания систем счисления, в которых запись десятичного числа 22 оканчивается на 4.

Будем рассматривать системы счисления с основанием

$$\text{больше 4: } 22 : 5 = 4 + 2 \text{ (остаток), } 22_{10} = 42_5$$

$$22 : 6 = 3 + 4 \text{ (остаток), } 22_{10} = 34_6,$$

$$22 : 7 = 3 + 1 \text{ (остаток), } 22_{10} = 31_7,$$

$$22 : 8 = 2 + 6 \text{ (остаток), } 22_{10} = 26_8, 22_{10} = 24_9,$$

$$22_{10} = 14_{18}$$

Ответ: 9, 18

7. Сколько единиц в двоичной записи числа  $4^{2014} + 2^{2015} - 8$ ?

Приведем все числа к степеням двойки:

$$4^{2014} + 2^{2015} - 8 = 2^{4028} + 2^{2015} - 2^3$$

Число  $2^{4028}$  записывается в двоичной записи в виде одной 1 и 4028 нулей.

Число  $2^{2015} - 2^3$  записывается как 2012 ( $2015 - 3 = 2012$ ) единиц и 3 нуля.

Всего получается  $1 + 2012 = 2013$  единиц.

8. Решить уравнение  $60_8 + x = 120_7$ . Ответ дать в шестеричной системе счисления.

Переведем  $60_8$  и  $120_7$  в десятичную систему счисления.

$$60_8 = 6 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 = 48_{10} \quad 120_7 = 1 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7^1 + 0 \cdot 7^0 = 53_{10}$$

$$48 + x = 53 \quad x = 5_{10}$$

$$5_{10} = 5_6 \quad \text{Ответ: } 5_6$$

## Упражнения для самостоятельной работы:

- Как представлено число  $84_{10}$  в двоичной системе счисления?
- Сколько единиц в двоичной записи числа  $197_{10}$ ?
- Сколько единиц в двоичной записи числа  $174_{10}$ ?
- Как представлено число  $27_{10}$  в двоичной системе счисления?
- Как представлено число  $85_{10}$  в двоичной системе счисления?
- Как представлено число  $27_{10}$  в двоичной системе счисления?
- Как представлено число  $267_{10}$  в восьмеричной системе счисления?
- Как записывается число  $569_8$  в двоичной системе счисления?
- Как записывается число  $A88_{16}$  в восьмеричной системе счисления?
- Как записывается число  $755_8$  в шестнадцатеричной системе счисления?
- Для хранения целого числа со знаком используется один байт. Сколько единиц содержит внутреннее представление числа  $(-127)$ ?
- Для хранения целого числа со знаком используется один байт. Сколько единиц содержит внутреннее представление числа  $(-34)$ ?
- Дано  $a = 9D_{16}$ ,  $b = 237_8$ . Какое число  $c$  в двоичной системе счисления удовлетворяет неравенству  $a < c < b$ ?
- Дано  $a = F7_{16}$ ,  $b = 371_8$ . Какое число  $c$  в двоичной системе счисления удовлетворяет неравенству  $a < c < b$ ?
- Дано  $a = DD_{16}$ ,  $b = 337_8$ . Какое число  $c$  в двоичной системе счисления удовлетворяет неравенству  $a < c < b$ ?

- Сколько единиц в двоичной записи числа 63?
- Сколько единиц в двоичной записи числа 129?
- Сколько значащих нулей в двоичной записи числа 49?
- Сколько значащих нулей в двоичной записи числа 253?
- Какое из следующих чисел является минимальным?  
 $E5_{16}$ ,  $348_8$ ,  $11100101_2$ ,  $233_{10}$
- Какое из следующих чисел является наибольшим?  
 $8B_{16}$ ,  $235_8$ ,  $10011010_2$ ,  $154_{10}$ .
- Сколько нулей в двоичной записи числа  $498_{10}$ ?
- Для каждого из перечисленных ниже десятичных чисел построить двоичную запись и указать число, двоичная запись которого содержит равно 3 единицы:  $1_{10}$ ,  $11_{10}$ ,  $3_{10}$ ,  $33_{10}$ .
- Для каждого из перечисленных ниже десятичных чисел построить двоичную запись и указать число, двоичная запись которого содержит равно 2 единицы:  $7_{10}$ ,  $11_{10}$ ,  $12_{10}$ ,  $15_{10}$ .
- Записать в двоичной системе счисления число  $A5_{16} + 30_8$ .

- Записать в двоичной системе счисления число  $BA_{16} + 30_8$ .
- Сколько единиц в троичной записи десятичного числа  $244_{10}$ ?
- Сколько единиц в троичной записи десятичного числа  $241_{10}$ ?
- Указать наименьшее четырехзначное восьмеричное число, двоичная запись которого содержит 7 единиц.
- Указать наименьшее четырехзначное восьмеричное число, двоичная запись которого содержит 3 нуля.
- Указать наименьшее четырехзначное шестнадцатеричное число, двоичная запись которого содержит 7 нулей.
- Указать наименьшее четырехзначное шестнадцатеричное число, двоичная запись которого содержит 6 нулей.
- Указать наименьшее четырехзначное шестнадцатеричное число, двоичная запись которого содержит 9 нулей.
- Указать все основания систем счисления, в которых десятичная запись числа 39 оканчивается на 3.
- Указать все основания систем счисления, в которых десятичная запись числа 29 оканчивается на 5.
- Указать все основания систем счисления, в которых десятичная запись числа 27 оканчивается на 3.
- Указать все основания систем счисления, в которых десятичная запись числа 23 оканчивается на 1.

- Указать все основания систем счисления, в которых десятичная запись числа 40 оканчивается на 4.
- В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 12 записывается в виде 110.  
Указать это основание.
- В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 129 записывается в виде 1004.  
Указать это основание.
- В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 25 записывается в виде 100.  
Указать это основание.
- Какое десятичное число при записи в системе счисления с основанием 5 представляется как  $1234_5$ ?
- Решить уравнение:  $42_5 + x = 1122_3$ . Ответ записать в четвертичной системе счисления.

• Решить уравнение:  $100_7 + x = 230_{35}$ . Ответ записать в шестеричной системе счисления.

• Сколько значащих нулей в двоичной записи числа:  
 $8^{740} - 2^{900} + 7?$

• Сколько значащих нулей в двоичной записи числа:  
 $8^{820} - 2^{760} + 14?$

• Сколько значащих нулей в двоичной записи числа:  
 $8^{560} - 2^{234} + 56?$

• Сколько единиц в двоичной записи числа:  
 $8^{2020} + 4^{2017} + 2^6 - 1?$

• Сколько значащих нулей в двоичной записи числа:  
 $4^{16} + 2^{36} - 16?$

• Сколько единиц в двоичной записи числа:  
 $8^{502} - 4^{211} + 2^{1536} - 19?$

• Сколько единиц в двоичной записи числа:  
 $8^{1014} - 2^{530} - 12?$



$\vee$  или +

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$\wedge$  или & или ·

A	B	A·B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$\oplus$  или  $\neq$

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

→

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$\equiv$  ИЛИ  $\leftrightarrow$

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$A \rightarrow B = \bar{A} + B \quad A \leftrightarrow B = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$$

- $A + B = B + A$
- $A \cdot B = B \cdot A$
- $(A + B) + C = A + (B + C)$
- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- $A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$
- $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$

- $A \cdot \bar{A} = 0$
  - $A + \bar{A} = 1$
  - $\neg(\bar{A}) = A$
  - $\neg(A+B) = \bar{A} \cdot \neg B$  – закон де Моргана
  - $\neg(A \cdot B) = \bar{A} + \neg B$  – закон де Моргана
  - $A+A = A$
  - $A \cdot A = A$
  - $A \cdot 0 = 0$
  - $A \cdot 1 = A$
  - $A+0 = A$
  - $A+1 = 1$
  - $A+(A \cdot B) = A$
  - $A \cdot (A+B) = A$
- $A+(\bar{A} \cdot B) = A+B$

## Упражнения:

1. Дано логическое выражение, зависящее от 6 логических переменных:  $X_1 \cdot \neg X_2 \cdot X_3 \cdot \neg X_4 \cdot X_5 \cdot X_6$

Сколько и каких существует различных наборов значений переменных, при которых выражение истинно?

Ответ: 1

2. Дано логическое выражение, зависящее от 6 логических переменных:  $X_1 + \neg X_2 + X_3 + \neg X_4 + X_5 + X_6$

Сколько существует различных наборов значений переменных, при которых выражение истинно?

Ответ: 63

3. Дано логическое выражение, зависящее от 6 логических переменных:  $X_1 + \neg X_2 + X_3 + \neg X_4 + X_5 + X_6$

Сколько существует различных наборов значений переменных, при которых выражение ложно? Ответ: 1

4. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F

X	Y	Z	F
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1

Какое из ниже приведенных выражений соответствует F?

$X + \neg Y + Z$ ,  $X \cdot Y \cdot Z$ ,  $X \cdot Y \cdot \neg Z$ ,  $\neg X + Y + \neg Z$

Ответ: 1

5. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F

X	Y	Z	F
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	0	0

Какое из ниже приведенных выражений соответствует F?

$(X \rightarrow Z) \cdot Y$ ,  $X \cdot Y + Z$ ,  $X + Y + Z$ ,  $X \cdot (Y \rightarrow Z)$

Ответ: 4

6. В таблице приведены запросы и количество страниц, которые нашел поисковый сервер по этим запросам в некотором сегменте Интернета:

Запрос	Количество страниц (тысяч)
Математика & информатика	330
Математика & физика	270
Математика & (информатика   физика)	520

Сколько страниц (в тысячах) будет найдено по запросу: Математика & информатика & физика?

Решение:  $520 - 270 = 250$  – математика и информатика без физики.

$330 - 250 = 80$  - Математика & информатика & физика

Ответ: 80

7. В таблице приведены запросы и количество страниц, которые нашел поисковый сервер по этим запросам в некотором сегменте Интернета:

Запрос	Количество страниц (тысяч)
Золото	540
Серебро	350
Платина	120
Золото  Серебро Платина	700
Золото & Серебро	300
Серебро & Платина	0

Сколько страниц (в тысячах) будет найдено по запросу:  
Золото & Платина?

Решение:  $350 - 300 = 50$  – только одно Серебро

$700 - 50 = 650$  – Золото + Платина

$650 - 540 = 110$  – только Платина

$120 - 110 = 10$  - Золото & Платина

Ответ: 10

## Упражнения для самостоятельной работы

Дано  $A$  – истина,  $B$  – истина,  $C$  – ложь,  $D$  – ложь

Определить истинны или ложны следующие выражения:

$$A+B+C, \quad A \cdot B \cdot C, \quad A \cdot B \cdot \neg C, \quad \neg A+B+\neg C$$

$$A+\neg B+D, \quad D \cdot A \cdot B, \quad B \cdot C \cdot \neg D, \quad \neg B+C+\neg D$$

$$F+\neg C+D, \quad D \cdot A \cdot C, \quad B \cdot A \cdot \neg D, \quad \neg C+D+\neg A$$

$$(A \rightarrow B) \cdot C, \quad C+A+B, \quad A \cdot (D \rightarrow B)$$

$$(A \rightarrow C) \cdot D, \quad D \cdot A \cdot C, \quad B \cdot (C \rightarrow D)$$

# Тема 3 Файловая система

C:\USER\BIN\SCHOOL

C:\USER\BIN\SCHOOL\Геолог.txt

звездочка «\*» и знак вопроса «?»

Упражнения:

1. Определите, какое из указанных имен файлов удовлетворяет маске: ?a??\*?

1) dad1    2) dad22    3) 3daddy    4) add444

Ответ 2

2. В некотором каталоге хранился файл *Задача5*.

После того, как в этом каталоге создали подкаталог и переместили в созданный подкаталог файл *Задача5*, полное имя файла стало

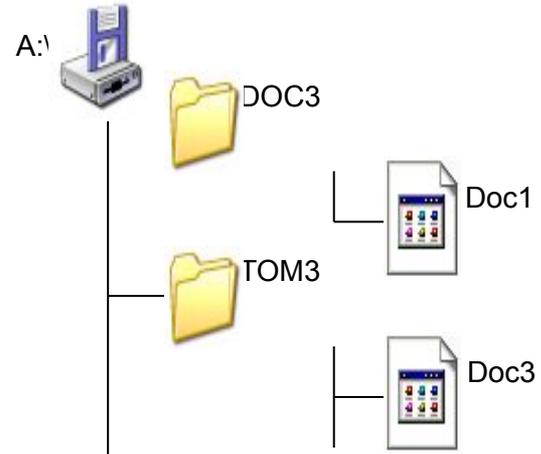
E:\Геология\Физика\Задачник\Задача5.

Каково было полное имя этого файла до перемещения?

- 1) E:\Физика\Задачник\Задача5
- 2) E:\Физика\Задача5
- 3) E:\Геология\Задачник\Задача5
- 4) E:\Геология\Физика\Задача5

Ответ 4

3. Дано дерево каталогов —



Определите полное имя файла Doc3:

- 1) A:\DOC3      2) A:\DOC3\Doc3      3) A:\DOC3\Doc1  
4) A:\TOM3\Doc3

Ответ 4

4. Пользователь, перемещаясь из одного каталога в другой, последовательно посетил каталоги LESSONS, CLASS, SCHOOL, D:\, MYDOC, LETTERS. При каждом перемещении пользователь либо спускался в каталог на уровень ниже, либо поднимался на уровень выше. Каково полное имя каталога, из которого начал перемещение пользователь?

- 1) D:\MYDOC\LETTERS
- 2) D:\SCHOOL\CLASS\LESSONS
- 3) D:\LESSONS\CLASS\SCHOOL
- 4) D:\LESSONS

Ответ 2

5. В некотором каталоге хранится файл *Задачи\_по\_программированию.txt*.

В этом каталоге создали подкаталог и переместили в него файл *Задачи\_по\_программированию.txt*.

После этого полное имя файла стало

**D:\INFORM\LESSONS\10\_GGD\Задачи\_по\_программированию.txt**

Каково полное имя каталога, в котором хранился файл до перемещения?

1) D:\INFORM

2) D:\INFORM\LESSONS

3) 10\_GGD

4) LESSONS\10\_GGD

Ответ 2

6. В каталоге находятся файлы со следующими именами:

file.mdb    file.mp3    ilona.mpg    pile.mpg  
miles.mp3    nil.mpeg

Определите, по какой из масок будет выбрана указанная группа файлов:

file.mp3    pile.mpg    miles.mp3    nil.mpeg

1) ?il\*.m\*    2) ?il\*.mp\*    3) \*il?.mp\*    4) ?il\*.mp?

Ответ 2

# Тема 4 Анализ программ

## Упражнения

1. Определите, что будет напечатано в результате работы следующего фрагмента программы:

```
var k, s: integer;  
begin  
  s:=0;  
  k:=1;  
  while k < 6 do begin  
    s:=s+k;  
    k:=k+1;  
  end;  
  write(s);  
end.
```

Решение:  $s = 0$   $k = 1$        $s = 1$   $k = 2$        $s = 3$   $k = 3$   
 $s = 6$   $k = 4$        $s = 10$   $k = 5$        $s = 15$   $k = 6$       Ответ 6

2. Определите, что будет напечатано в результате работы следующего фрагмента программы:

```
var k, s: integer;  
begin  
  s:=0;  
  k:=0;  
  while k < 30 do begin  
    k:=k+3;  
    s:=s+k;  
  end;  
  write(s);  
end.
```

ОТВЕТ 165

3. Запишите число, которое будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

```
var s, n: integer;  
begin  
    s := 0;  
    n := 0;  
    while s < 111 do begin  
        s := s + 8;  
        n := n + 2  
    end;  
    writeln(n)  
end.
```

ОТВЕТ 28

4. Определить значение переменной С после выполнения следующей программы:

```
var a, b, c : integer;
```

```
begin
```

```
  a := 20;
```

```
  b := 15;
```

```
  b := 3*b - a;
```

```
  if a > b then
```

```
    c := 2*a + b
```

```
      else
```

```
    c := 2*a - b
```

```
  writeln(c)
```

```
end.
```

Ответ -5