

Система уравнений

Система – это закономерно связанные друг с другом элементы представляющие единство

(Словарь Лопатухина)

Система – целое, составленное из частей
System – объединение

- ✓ Система – это порядок
- ✓ Решить систему уравнений – применить систему знаний
- ✓ Нет системы – нет порядка



Цель: Обобщить понятие решения системы уравнений

Задачи:

- ✓ Применять основные методы решения систем уравнений, различного уровня сложности
- ✓ Уметь создавать презентации для сопровождения доклада и буклеты
- ✓ Применять умения работать на компьютере при решении систем уравнений графическим способом

Рассмотрим системы уравнений и определим наиболее эффективный метод решения

1.
$$\begin{cases} xy = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5^2 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x^2 - 2y = 14 \\ x^2 + 2y = 18 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} x + xy + y = 7 \\ x^2y + xy^2 = 6 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = p \\ y = x^2 + 2 \end{cases}$$

Решим систему методом подстановки:

$$\begin{cases} xy=12; \\ x-y=1. \end{cases}$$

1.Выразим x из (2)

$$x=1+y$$

2.Подставим в (1)

$$\begin{cases} (1+y)y=12 \\ x=1+y \end{cases}$$

3. Решим (1)

$$(1+y)y=12$$

$$y^2+y=12$$

$$y^2+y-12=0$$

$$y^2-y-12=0$$

$$D=b^2-4ac$$

$$D=(-1)^2-4*1*(-12)=1+48=49 \quad D>0$$

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$y_1 = \frac{1+7}{2} = 4 \quad y_2 = \frac{1-7}{2} = -3$$

4. Значит мы получили 2-е системы

$$\begin{cases} y=4 \\ x=1+y \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y=-3 \\ x=1+y \end{cases}$$
$$\begin{cases} y=4 \\ x=1+4 \end{cases} \quad \begin{cases} y=-3 \\ x=1-3 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y=4 \\ x=5 \end{cases} \quad \begin{cases} y=-3 \\ x=-2 \end{cases}$$

ответ:(5; 4) (-2;-3)

Решение системы уравнений графическим методом

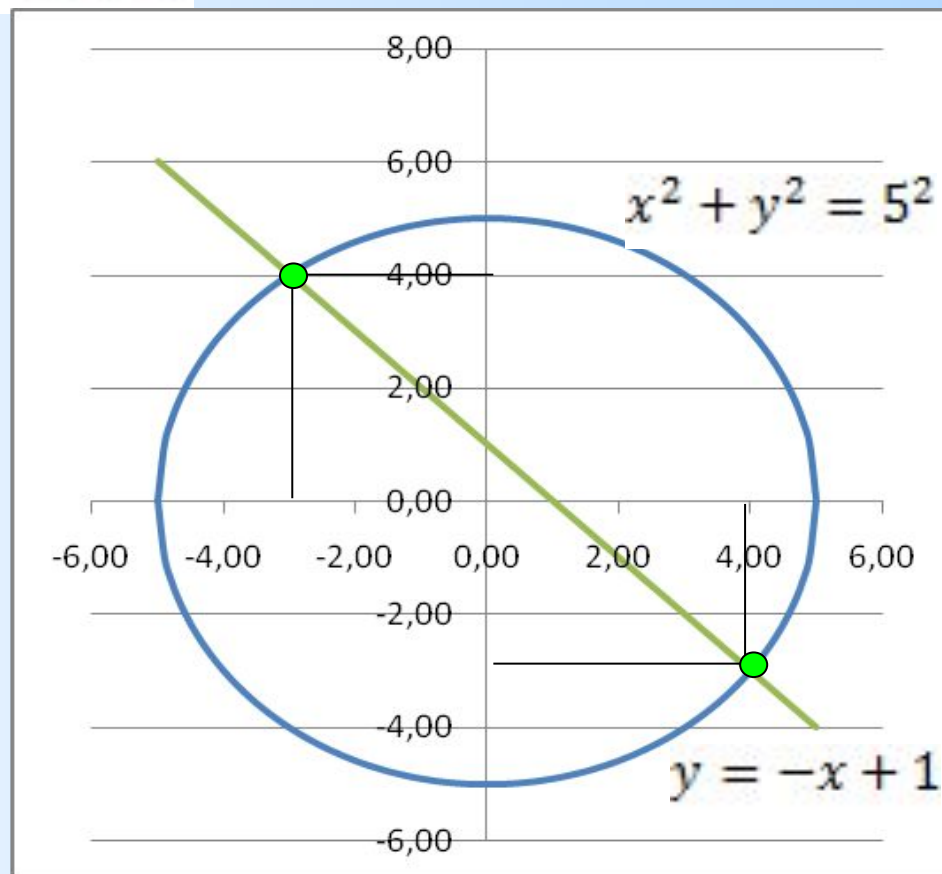
1)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5^2 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

2) В одной системе координат построим графики данных уравнений.

а) $x^2 + y^2 = 5^2$ (окружность с центром $(0; 0)$) $r = 5$

б) $y = -x + 1$ (прямая, проходящая через $(0; 1)$ и $(1; 0)$)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5^2 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$



3) Графики пересекаются в точках $A(-3; 4)$, $B(4; -3)$ значит два решения

Ответ: $(-3; 4)$; $(4; -3)$

Решение системы уравнений методом сложения


$$+ \begin{cases} x^2 - 2y = 14 \\ x^2 + 2y = 18 \end{cases}$$

$$2x^2 = 32$$

$$x^2 = 16$$

$$x=4$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ x^2 + 2y = 18 \end{cases}$$

$$16 + 2y = 18$$

$$2y = 2 \quad | :2$$

$$y = 1$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

ИЛИ

$$x=-4$$

$$\begin{cases} x = -4 \\ x^2 + 2y = 18 \end{cases}$$

$$16 + 2y = 18$$

$$2y = 2 \quad | :2$$

$$y = 1$$

$$\begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ответ: (4; 1) и (-4; 1)

Решение системы уравнений метод введения новой переменной

$$\begin{cases} x + xy + y = 7 \\ x^2y + xy^2 = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y) + xy = 7 \\ xy(x + y) = 6 \end{cases}$$

1). Введем новые переменные, обозначив так:

$$\begin{aligned} \text{пусть } x+y &= a \\ xy &= b \end{aligned}$$

2). Получим

$$\begin{cases} a + b = 7 \\ ab = 6 \end{cases}$$

3). По теореме обратной теореме Виета

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 6 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} a = 6 \\ b = 1 \end{cases}$$

4). Значит система примет вид

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 1 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ xy = 6 \end{cases}$$

5). Применим подстановку

$$\begin{cases} x = 6 - y, \\ ((6 - y) * y = 1 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x = 1 - y, \\ ((1 - y) * y = 6 \end{cases}$$

6). Решим уравнения с одной переменной

$$y^2 - 6y + 1 = 0$$

или

$$y^2 - y + 6 = 0$$

$$y_{1,2} = (6 \pm \sqrt{32})/2$$

$D = 1 - 4 * 6 = -23$, $D < 0$, нет корней

$$y_1 = 3 + 2\sqrt{2}$$

или

$$y_2 = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} y = 3 + 2\sqrt{2} \\ x = 6 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 - 2\sqrt{2} \\ x = 6 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 + 2\sqrt{2} \\ x = 3 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 - 2\sqrt{2} \\ x = 3 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = 3 - 2\sqrt{2} \\ y = 3 + 2\sqrt{2} \end{cases}; \begin{cases} x = 3 + 2\sqrt{2} \\ y = 3 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$