




Решение задач оптимизации в MS Excel

*ГБОУ Центр образования № 133 Невского
района
авт. Баринаева Е.А.*



Для решения задач оптимизации необходимо:

- Задать целевую функцию
- Создать математическую модель задачи
- Решить задачу на компьютере

Математическая модель

- Математическая модель – это приближенное описание какого-либо класса явлений средствами математической символики.
- При составлении математической модели решения задачи оптимизации искомые величины принимаются за неизвестные и составляется система неравенств, наиболее полно характеризующих решение поставленной задачи.
- В любую математическую модель входят две составляющие:
- **Ограничения**, которые устанавливают зависимости между переменными.
- **Граничные условия** показывают, в каких пределах могут быть значения искомых переменных в оптимальном решении.

Задача

- Компания производит полки для ванных комнат двух типов - А и В. Агенты по продаже считают, что за неделю на рынке может быть реализовано до 550 полок. Для каждой полки типа А требуется 2 м^2 материала, для полки типа В - 3 м^2 материала. Компания может получить до 1200 м^2 материала в неделю. Для изготовления одной полки типа А требуется 12 мин. работы оборудования, а для изготовления одной полки типа В - 30 мин. Оборудование можно использовать 160 час. в неделю. Если прибыль от продажи полок типа А составляет 3 долл., а от полок типа В - 4 долл., то сколько полок надо выпускать в неделю, чтобы получить максимальную прибыль?

Целевая функция

- Очевидно, что в качестве критерия оптимизации в данном случае выступает функция прибыли. Оптимальным будет считаться тот из вариантов решения, в котором значение прибыли будет максимальным. Учитывая, что «...прибыль от продажи полок типа А составляет 3 долл., а от полок типа В - 4 долл....» целевая функция будет выглядеть следующим образом:
- $3x_1 + 4x_2 \Rightarrow \max$, где
 x_1 – объем производства полок типа А
 x_2 – объем производства полок типа В

Ограничение на объем производства:

- «...Агенты по продаже считают, что неделю на рынке может быть реализовано до 550 полок...»
Очевидно, что совокупный объем производства полок не должен превышать 550 единиц, или, в математическом виде:
- $x_1 + x_2 \leq 550$

Ограничение на использование оборудования:

- ⦿ «...Для изготовления одной полки типа А требуется 12 мин. работы оборудования, а для изготовления одной полки типа В - 30 мин. Оборудование можно использовать 160 часов в неделю...» На основе этой информации можно сделать вывод, что общее время использования оборудования в рамках данного проекта не должно превышать 160 часов в неделю. Переведя время, необходимое для изготовления одной полки в часы (с целью сопоставимости единиц измерения правой и левой части неравенства) получим:
- ⦿ $0,2x_1 + 0,5x_2 \leq 160$

Ограничение на использование материалов:

- «...Для каждой полки типа А требуется 2 м^2 материала, для полки типа В - 3 м^2 материала. Компания может получить до 1200 м^2 материала в неделю...» На основе этой информации можно сделать вывод, что общее количество материала, затрачиваемого для реализации данного проекта, не должно превышать 1200 м^2 :
- $2x_1 + 3x_2 \leq 1200$

Граничные условия

- В качестве граничных условий в данном примере могут быть использованы следующие утверждения, вытекающие из сути поставленной задачи:
- Объем производства полок типа А и полок типа В – неотрицательное значение.
- Объем производства полок типа А и полок типа В – целое число, запишем таким образом:
- $x_1, x_2 \geq 0$
- x_1, x_2 – целое

Ввод условий задачи

Ввод условий задачи состоит из следующих основных шагов:

- ⦿ Создание формы для ввода данных, необходимых для последующего решения.
- ⦿ Ввод исходных данных и зависимостей из математической модели.
- ⦿ Указание целевой ячейки (ячейки, в которую введена целевая функция), ввод ограничений и граничных условий в диалоговом окне Поиск решения.

Создание формы для ввода данных

Такая форма должна содержать возможность ввода всех данных, необходимых для решения поставленной задачи:

- искомых переменных;
- целевой функции;
- правой и левой части неравенств, описывающих ограничения, налагаемые на возможные варианты решения поставленной задачи.

| | A | B | C | D | E |
|----|---|-------------------------------|--------------|--------------------|-----------------------------|
| 1 | План производства | | | | |
| 2 | Наименование продукции | Полки типа А | Полки типа В | Объем производства | Объем реализации |
| 3 | Возможный объем производства | | | | |
| 4 | Прибыль от реализации единицы продукции | | | | |
| 5 | | | | | |
| 6 | | Прибыль от реализации проекта | | | |
| 7 | | | | | |
| 8 | Ограничения | | | | |
| 9 | Наименование продукции | Полки типа А | Полки типа В | Всего затрачено | Технологические возможности |
| 10 | Количество материала | | | | |
| 11 | Время функционирования оборудования | | | | |

Ввод исходных данных


- Отметим, что целевая функция и левые части неравенств, определяющих возможные варианты решения поставленной задачи, вводятся формулой, в которой роль искоемых переменных играют адреса ячеек, зарезервированных для вывода их значений после решения задачи, а роль коэффициентов – адреса ячеек, содержащих соответственные коэффициенты.

| | A | B | C | D | E |
|----|---|-------------------------------|--------------|------------------------------------|-----------------------------|
| 1 | План производства | | | | |
| 2 | Наименование продукции | Полки типа А | Полки типа В | Объем производства | Объем реализации |
| 3 | Возможный объем производства | | | =СУММ(B3:C3) | 550 |
| 4 | Прибыль от реализации единицы продукции | 3 | 4 | | |
| 5 | | | | | |
| 6 | | Прибыль от реализации проекта | | =СУММПРОИЗВ(B3:C3;B4:C4) | |
| 7 | | | | | |
| 8 | Ограничения | | | | |
| 9 | Наименование продукции | Полки типа А | Полки типа В | Всего затрачено | Технологические возможности |
| 10 | Количество материала | 2 | 3 | =СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$C\$3;B10:C10) | 1200 |
| 11 | Время функционирования оборудования | 0,2 | 0,5 | =СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$C\$3;B11:C11) | 160 |


Назначение целевой функции, ввод ограничений и граничных условий

- Данная стадия ввода условия задачи осуществляется в диалоговом окне Поиск решения

Поиск решения

Установить целевую ячейку: 

Равной: ☒ максимальному значению ☐ значению: ☐ минимальному значению

Изменяя ячейки: 

Ограничения:

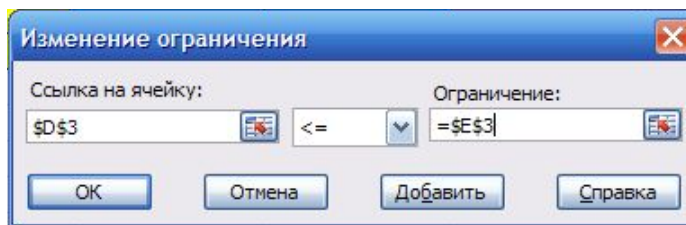
\$B\$3:\$C\$3 >= 0
\$D\$10 <= \$E\$10
\$D\$11 <= \$E\$11
\$D\$3 <= \$E\$3

Назначить целевую ячейку

- Для этого в поле «Установить целевую ячейку:» вводится адрес ячейки, содержащей целевую функцию. Затем устанавливается направление последней – значение, к которому она должна стремиться исходя из условий задачи (минимальное, максимальное, конкретное, задаваемое пользователем).
- **В поле «Изменяя ячейки:»** ввести адреса ячеек, зарезервированных для искомых переменных.

Ввести ограничения и граничные условия

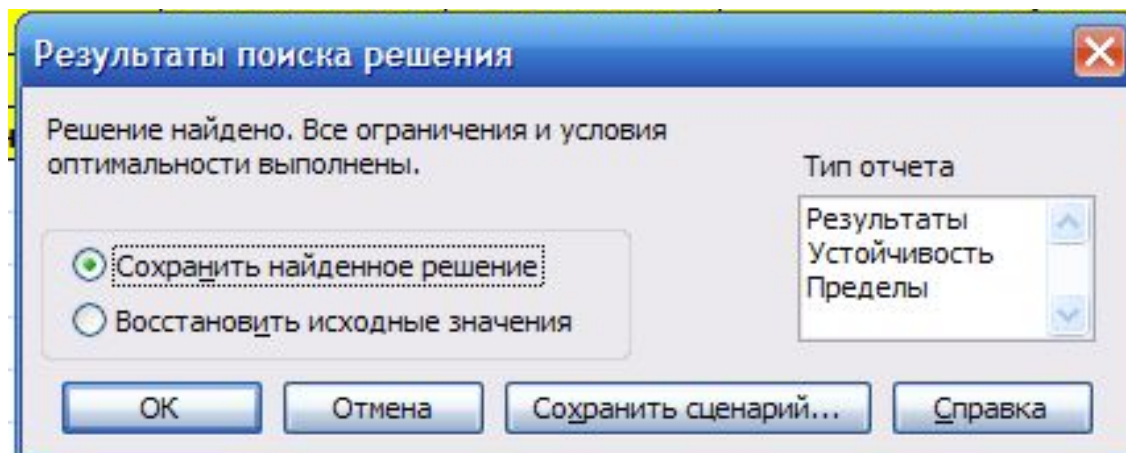
- **Ввести ограничения и граничные условия.** Для этого в диалоговом окне Поиск решения нажать на кнопку Добавить. В открывшемся диалоговом окне Добавление ограничений:



- в поле «**Ссылка на ячейку:**» ввести адрес ячейки листа, содержащей формулу для расчета показателя, используемого в качестве левой части неравенства, из списка знаков неравенств выбрать необходимый знак, в поле «**Ограничение:**» указать адрес ячейки, содержащей показатель, используемый в качестве правой части неравенства.

Получение результата

- После нажатия на кнопку Выполнить диалогового окна Поиск решения на экране появляется диалоговое окно Результаты поиска решения.



Решение найдено

| | A | B | C | D | E |
|----|---|-------------------------------|--------------|--------------------|-----------------------------|
| 1 | План производства | | | | |
| 2 | Наименование продукции | Полки типа А | Полки типа В | Объем производства | Объем реализации |
| 3 | Возможный объем производства | 450 | 100 | 550 | 550 |
| 4 | Прибыль от реализации единицы продукции | 3 | 4 | | |
| 5 | | | | | |
| 6 | | Прибыль от реализации проекта | | 1750 | |
| 7 | | | | | |
| 8 | Ограничения | | | | |
| 9 | Наименование продукции | Полки типа А | Полки типа В | Всего затрачено | Технологические возможности |
| 10 | Количество материала | 2 | 3 | 1200 | 1200 |
| 11 | Время функционирования оборудования | 0,2 | 0,5 | 140 | 160 |

Оптимальное решение поставленной задачи

- ⦿ полок типа А - в количестве 450 штук (В₃);
- ⦿ полок типа В – в количестве 100 штук (С₃).

При этом максимальная прибыль будет составлять 1720 единиц, а ресурсы используются следующим образом:

- ⦿ потребление материала – 1200 единиц (D₁₀);
- ⦿ использование оборудования – 140 часов (D₁₁).