

Решение задач линейного программирования в MS Excel

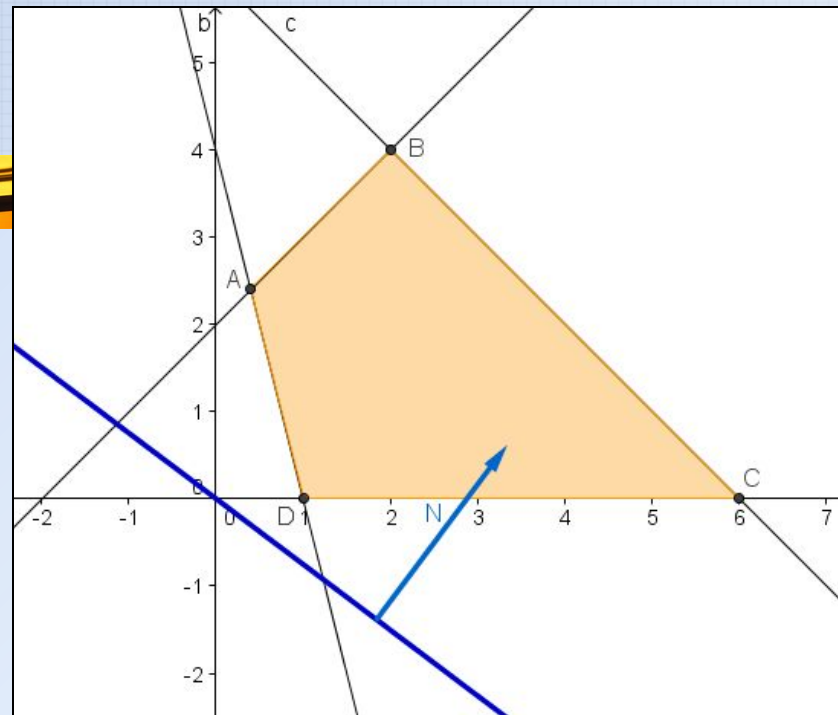




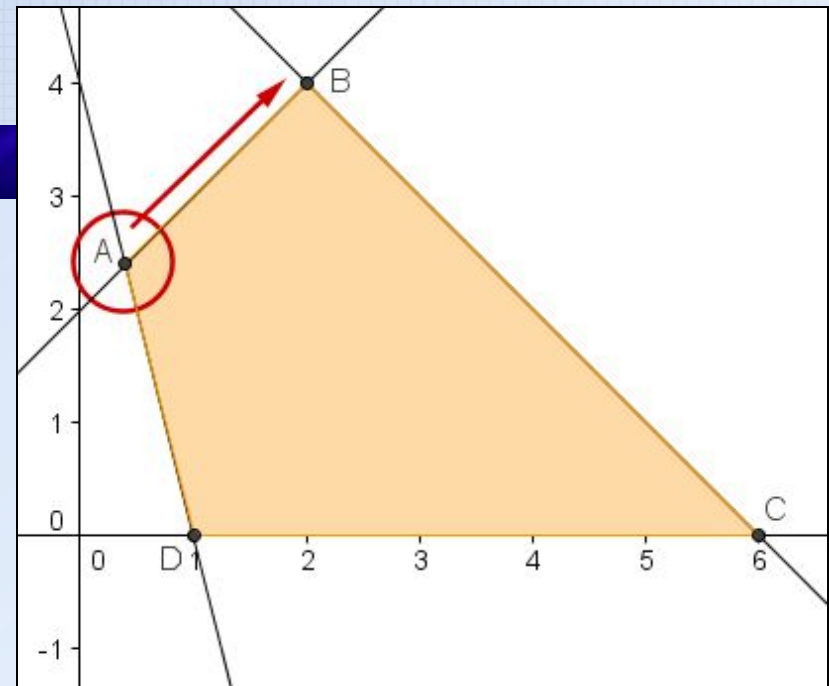
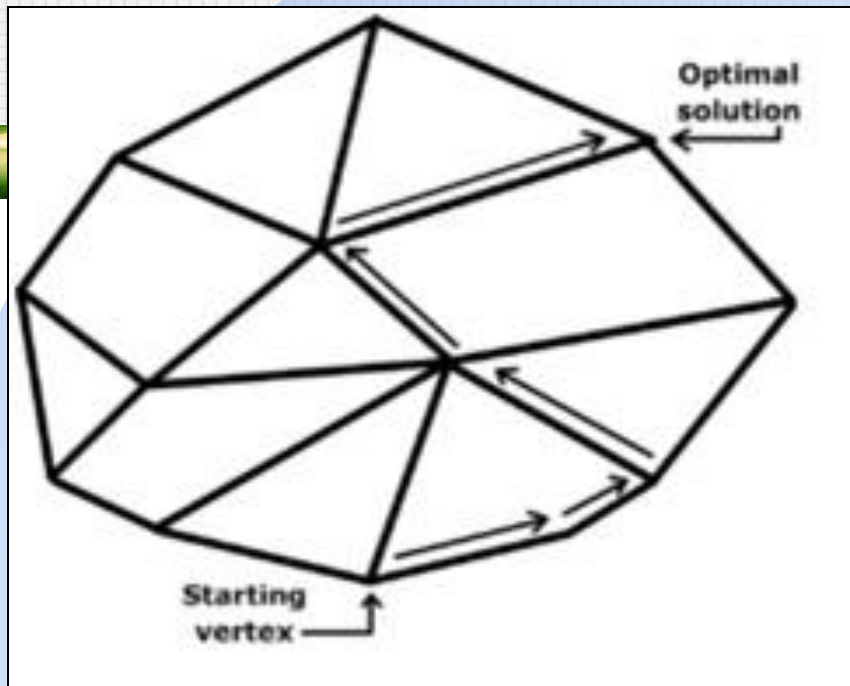
Общая задача линейного программирования решается **симплексным методом**

Симплекс (лат. *simplex* - простой) – простейший выпуклый многогранник в n -мерном пространстве с $n+1$ вершиной (например, тетраэдр в 3-мерном пространстве)

На рисунке: оптимальное решение находится в одной из вершин многоугольника решений A, B, C, D



Если задача линейного программирования имеет **оптимальное решение**, то оно **соответствует** хотя бы одной **угловой точке** многогранника решений (и совпадает с одним из допустимых базисных решений системы ограничений)



Геометрический смысл симплексного метода состоит в последовательном переходе от одной вершины многогранника ограничений к соседней, в которой целевая функция принимает лучшее (по крайней мере, не худшее) значение

Впервые симплексный метод был предложен американским ученым Дж. Данцигом в 1949 г.



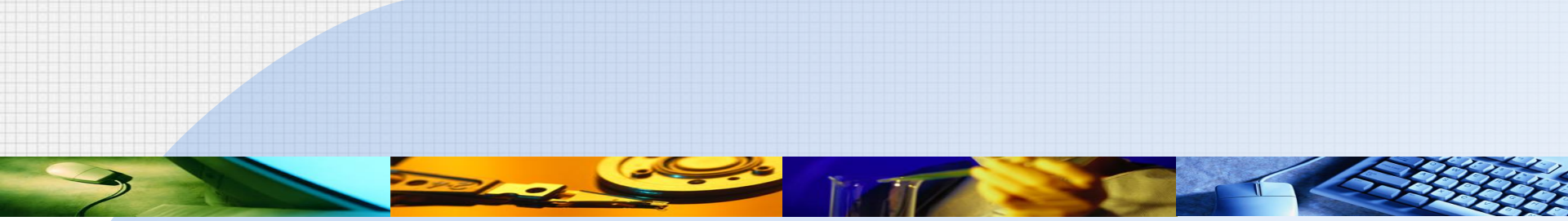
Джордж Бернард Данциг (1914-2005) – американский математик, разработал симплексный алгоритм, считается основоположником методов линейного программирования



Идеи симплексного метода были разработаны в 1939 г. российским ученым Л.В.Канторовичем

Леонид Витальевич Канторович (1912-1986) – советский математик и экономист, лауреат Нобелевской премии по экономике 1975 года «за вклад в теорию оптимального распределения ресурсов». Один из создателей линейного программирования

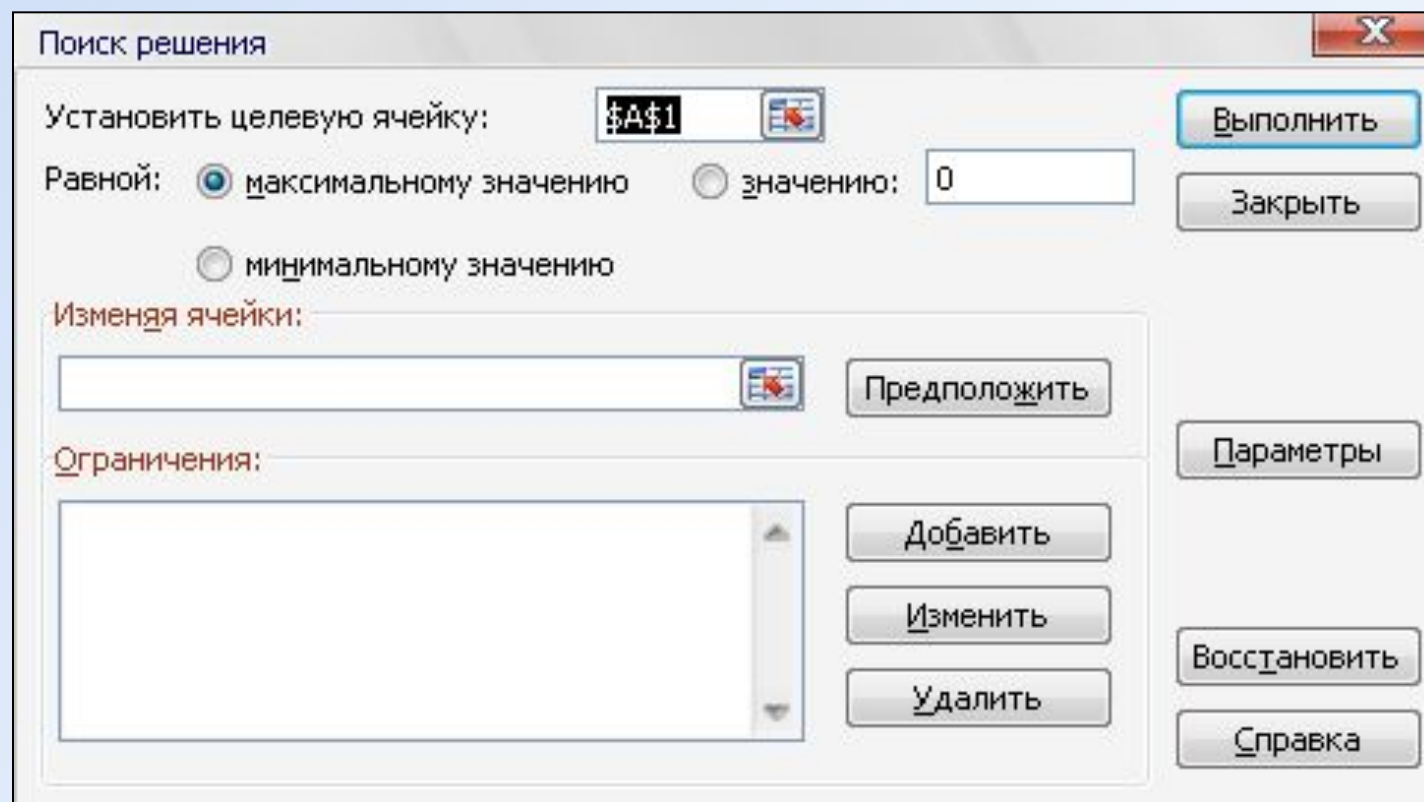




Симплексный метод позволяет решить любую задачу линейного программирования
В настоящее время он используется для **компьютерных расчетов**

Рассмотрим решение задачи линейного программирования в MS Excel

В MS Excel для решения задачи линейного программирования используется надстройка **ПОИСК РЕШЕНИЯ**



The screenshot shows the 'Поиск решения' (Solver) dialog box in MS Excel. The title bar is 'Поиск решения' with a close button (X). The main area contains the following fields and controls:

- Установить целевую ячейку:** A text box containing '\$A\$1' and a small icon of a spreadsheet with a red dot.
- Равной:** Two radio buttons:
 - ☒ максимальному значению (Max To Value Of)
 - ☐ значению: 0 (To Value Of)
 - ☐ минимальному значению (Min To Value Of)
- Изменяя ячейки:** A text box for the variable cells, currently empty, with a small icon of a spreadsheet with a red dot.
- Ограничения:** A large empty list box for constraints.

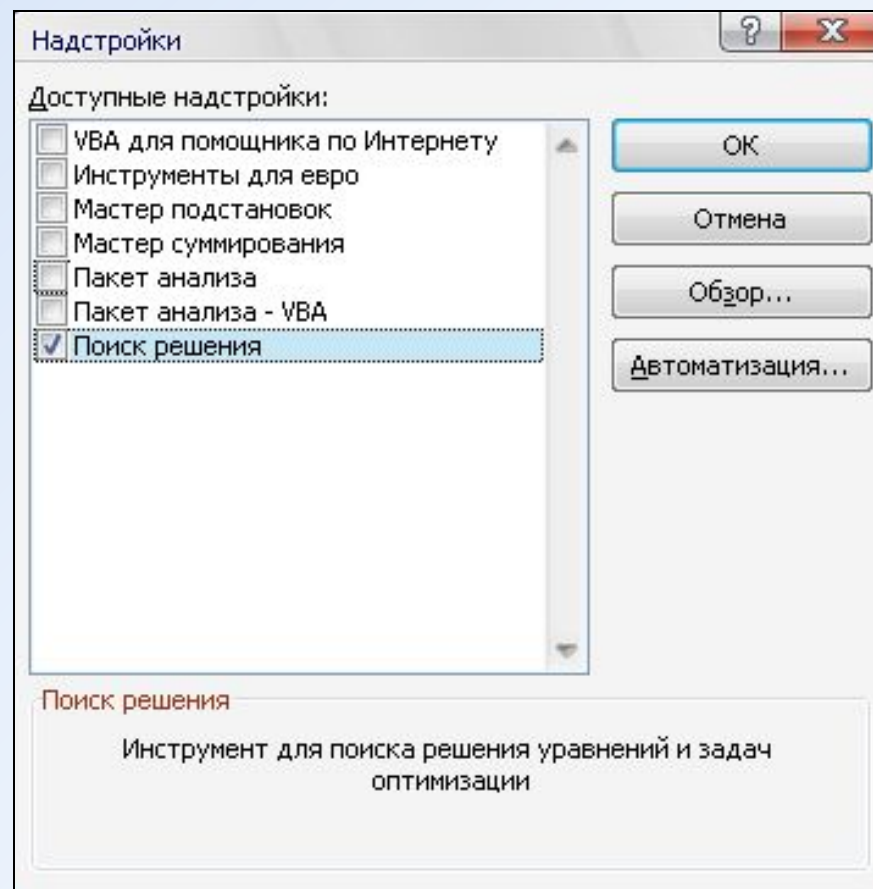
On the right side of the dialog, there are several buttons:

- Выполнить** (Solve) - highlighted in blue.
- Заккрыть** (Close).
- Предположить** (Load/Save).
- Параметры** (Options).
- Добавить** (Add).
- Изменить** (Change).
- Удалить** (Delete).
- Восстановить** (Reset All).
- Справка** (Help).

Сначала надстройку **Поиск решения** необходимо подключить (до первого использования)

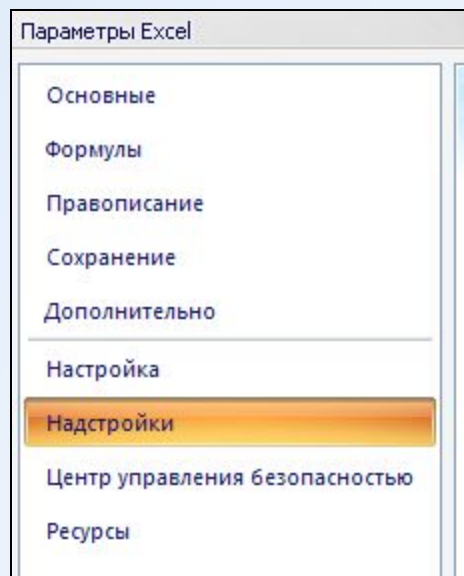
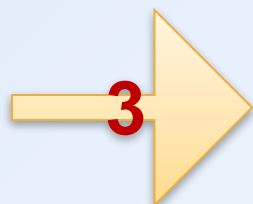
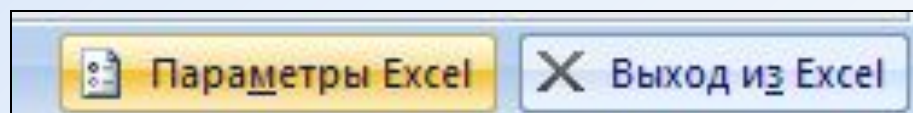
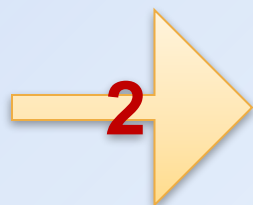
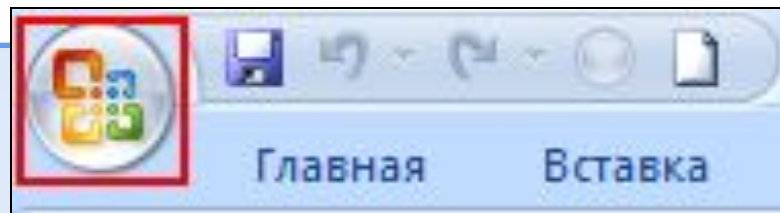
В MS Excel 2003:
**Сервис /
Надстройки /
Поиск решения /
ОК**

После этого команда
Поиск решения включена
в меню **Сервис**



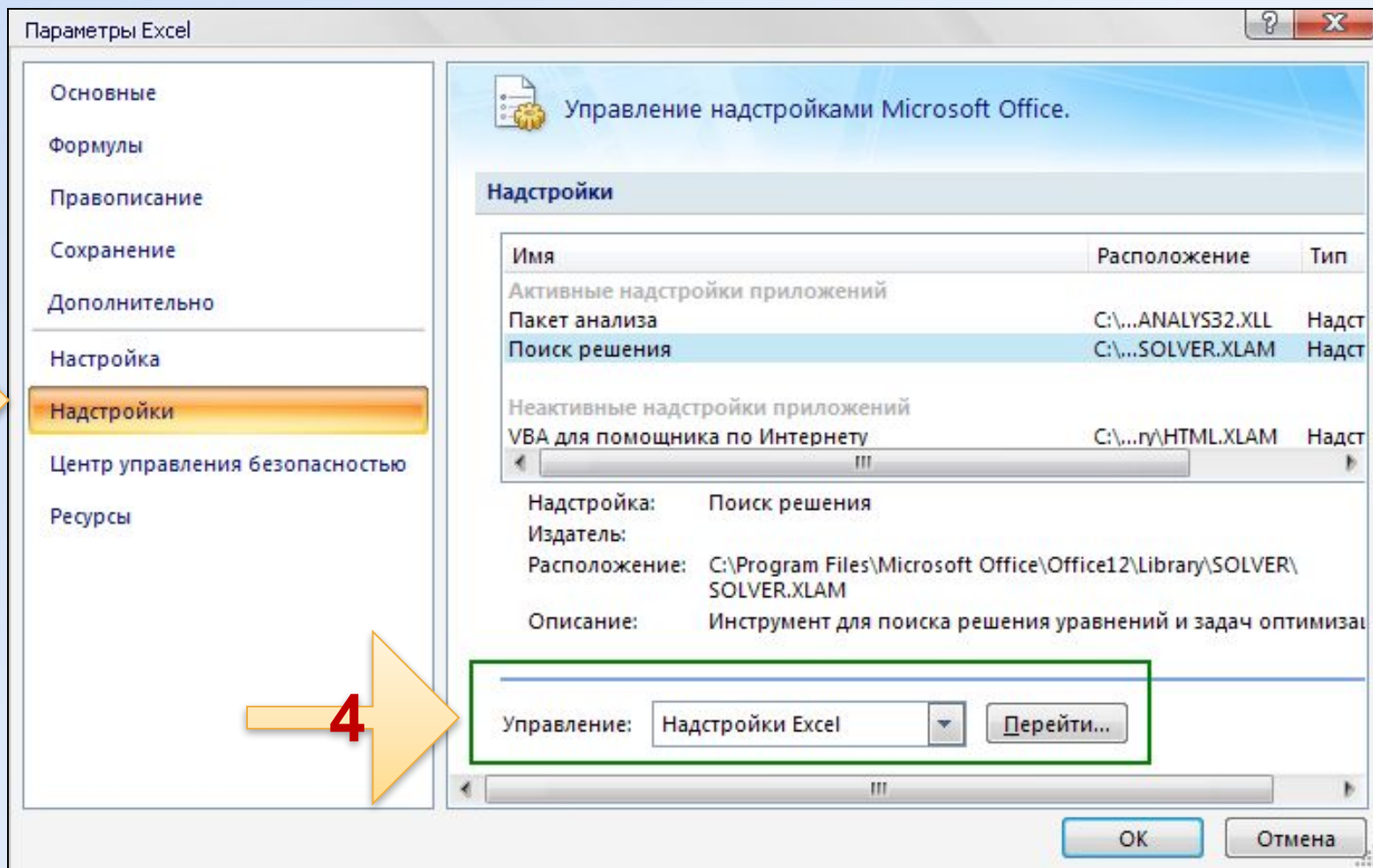
В MS Excel 2007:

- 1) Кнопка **Office** (левый верхний угол окна программы)
- 2) Кнопка **Параметры Excel** (внизу окна меню)
- 3) **Надстройки**



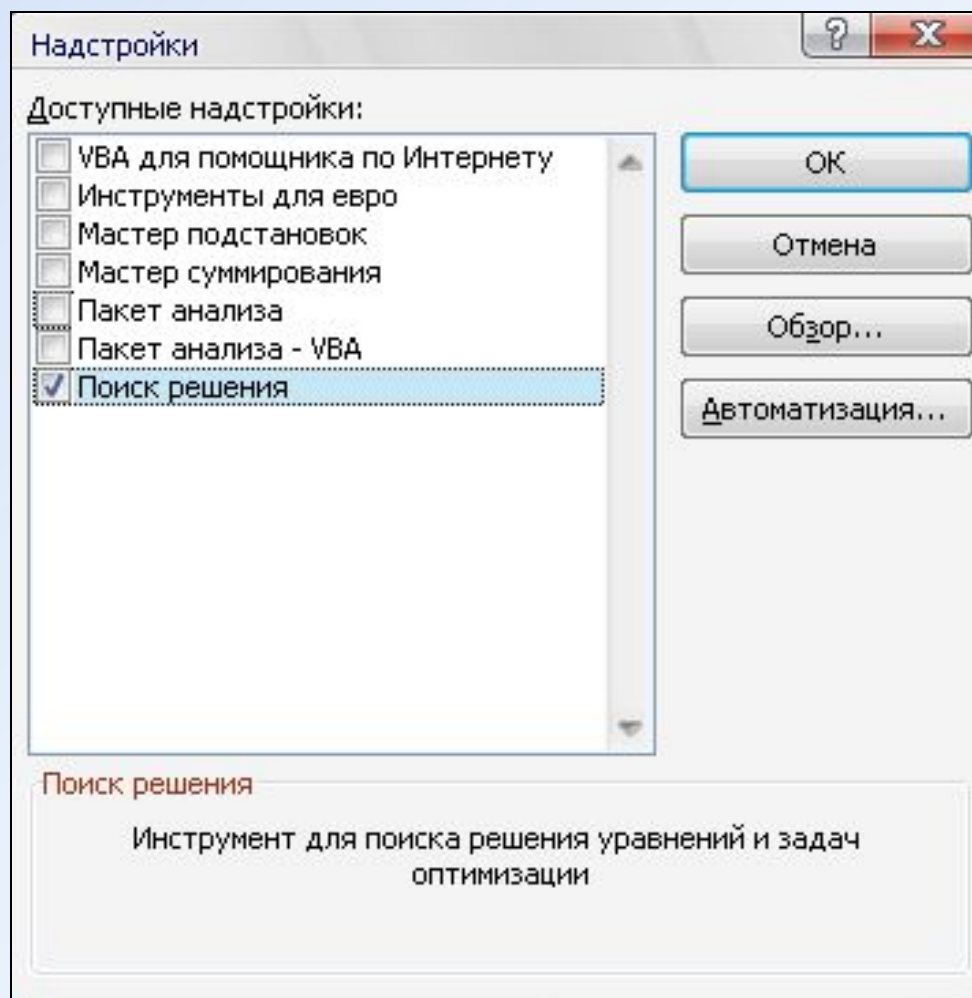
В MS Excel 2007:

4) Кнопка **Перейти** (внизу окна **Параметры Excel**)

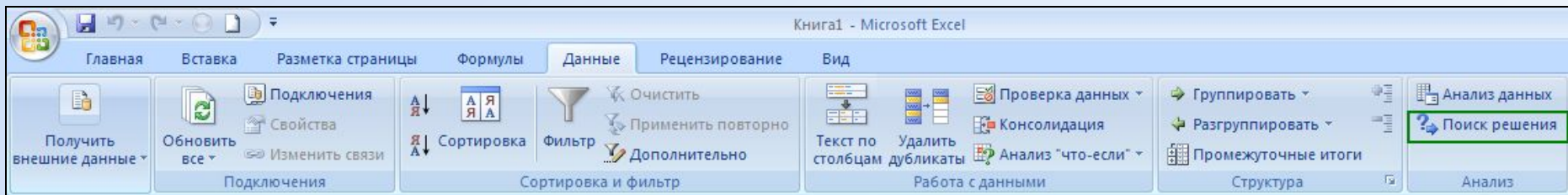


В окне **Надстройки** установить флажок и нажать **ОК**

В MS Excel 2007 кнопка Поиск решения появится во вкладке Данные



В MS Excel 2007 кнопка **Поиск решения** появится во вкладке **Данные**





Решим в MS Excel задачу линейного программирования

1

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

2

$$F = 7x_2 + 3x_3 - 6 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_2 - x_1 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + x_5 = 6 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

3

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \geq 4 \\ x_1 - x_2 + x_3 \geq 2 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

СРС

4

$$F = x_1 - 5x_2 - x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_3 \leq 4 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

СРС



Ответы:

1 $F_{min} = F(0,1,2,0,1) = 12$

2 $F_{max}(2; 4; 0; 8; 0) = 22$

3 $F_{min}(4; 0; 0) = 4$

4 $F_{max}\left(1; 0; \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3}$



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

1. Создадим область переменных

Ячейки **B2:B6** будут играть роль переменных (пока они пусты)

	А	В	С
1	Переменные		
2	x1=		
3	x2=		
4	x3=		
5	x4=		
6	x5=		
7			



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

2. Введем формулу вычисления значений целевой функции

Например, в ячейку A8

	A	B	C
1	Переменные		
2	x1=		
3	x2=		
4	x3=		
5	x4=		
6	x5=		
7	Целевая функция		
8	=B2+2*B3+2*B4+B5+6*B6		
9			



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

3. Создадим область ограничений

В ячейках **A11:A13** будем вычислять **левые части** ограничений в системе

В ячейках **B11:B13** введем **правые части** ограничений системы

	А	В	
1	Переменные		
2	x1=		
3	x2=		
4	x3=		
5	x4=		
6	x5=		
7	Целевая функция		
8	0		
9	Ограничения		
10	Левая часть	Правая часть	
11		4	
12		5	
13		3	



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

3. Создадим область ограничений

В ячейках **A11:A13** будем
вычислять **левые части**
ограничений в системе

Первое ограничение

	А	В
1	Переменные	
2	x1=	
3	x2=	
4	x3=	
5	x4=	
6	x5=	
7	Целевая функция	
8	0	
9	Ограничения	
10	Левая часть	Правая часть
11	=2*B3+B5+2*B6	
12		5
13		3



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

3. Создадим область ограничений

В ячейках **A11:A13** будем
вычислять **левые части**
ограничений в системе

Второе ограничение

	А	В	
1	Переменные		
2	x1=		
3	x2=		
4	x3=		
5	x4=		
6	x5=		
7	Целевая функция		
8	0		
9	Ограничения		
10	Левая часть	Правая часть	
11	0	4	
12	=B2+B3+4*B6	5	
13		3	



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

3. Создадим область ограничений

В ячейках **A11:A13** будем
вычислять **левые части**
ограничений в системе

Третье ограничение

	A	B
1	Переменные	
2	x1=	
3	x2=	
4	x3=	
5	x4=	
6	x5=	
7	Целевая функция	
8	0	
9	Ограничения	
10	Левая часть	Правая часть
11	0	4
12	0	5
13	=B4+B6	3
14		



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

4. Вызовем окно диалога **Поиск решения**

При этом удобно,
если активной
ячейкой является
ячейка со
значением
целевой функции

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Переменные									
2	x1=									
3	x2=									
4	x3=									
5	x4=									
6	x5=									
7	Целевая функция									
8		0								
9	Ограничения									
10	Левая часть	Правая часть								
11		0	4							
12		0	5							
13		0	3							
14										
15										

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной: ☒ максимальному значению ☐ значению: ☐ минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

- 1) Устанавливаем целевую ячейку **A8** (там где вычисляется значение целевой функции)
- 2) Указываем направление оптимизации – минимизация (по условию)
- 3) В поле **Изменяя ячейки** указываем ячейки переменных **B2:B6**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Переменные									
2	x1=									
3	x2=									
4	x3=									
5	x4=									
6	x5=									
7	Целевая функция									
8	0									
9	Ограничения									
10	Левая часть	Правая часть								
11	0	4								
12	0	5								
13	0	3								
14										
15										

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной: ☐ максимальному значению ☐ значению: ☐ минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

Укажем ограничения

4) Нажимаем кнопку **Добавить**

Появится окно **Добавление ограничения**




Решим в MS Excel задачу линейного программирования




Укажем ограничения

5) Неотрицательность переменных:

Добавление ограничения

Ссылка на ячейку: 


Ограничение: 


Нажать кнопку **Добавить**

6) Остальные ограничения:

Нажать **OK**

Добавление ограничения

Ссылка на ячейку: 

Ограничение: 



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

Осталось нажать кнопку **Выполнить**



Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной: ☐ максимальному значению ☒ значению:

☒ минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:



Решим в MS Excel задачу линейного программирования

Результаты

	А	В
1	Переменные	
2	x1=	0
3	x2=	1
4	x3=	2
5	x4=	0
6	x5=	1
7	Целевая функция	
8	12	
9	Ограничения	
10	Левая часть	Правая часть
11	4	4
12	5	5
13	3	3
14		

$$F = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 4x_5 = 5 \\ x_3 + x_5 = 3 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,5} \end{cases}$$

Ответ:

$$F_{\min} = F(0,1,2,0,1) = 12$$



Литература



1. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Исследование операций в экономике. - М.: ЮНИТИ, 2003. - 407 с.
2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономистов. - СПб.: Питер, 2005. - 464 с.