

РЕЛЯЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Общая характеристика

Запрос – формула некоторой формально-логической теории; описывает свойства желаемого результата.

Ответ – множество объектов из области интерпретации (базы данных), на котором истинна формула, соответствующая запросу.

Формально-логическая теория – *теория исчисления предикатов первого порядка*, в которой формула задается в виде *предиката*.

Понятие предиката (1)

Даны произвольные множества $D_1, D_2, \dots, D_n$,
 $D_i \cap D_j = \emptyset$ для любых $i \neq j$, и переменные
 $x_1, x_2, \dots, x_n$, $x_i \in D_i$ для любых $i = 1, 2, \dots, n$.

Предикатом (или предикатной функцией) называется функция $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$, принимающая одно из двух значений – 1 или 0 (истина или ложь).

$x_1, x_2, \dots, x_n$ – предикатные переменные
 $D_1, D_2, \dots, D_n$ – область интерпретации предиката

Понятие предиката (2)

- Логические операции – $\wedge$ (и), $\vee$ (или), $\neg$ (не)
- Кванторы – $\forall$ (всеобщности), $\exists$ (существования)

$\forall x (f(x))$ – для всех значений x из области интерпретации предиката формула $f(x)$ имеет значение "истина";

$\exists x (f(x))$ – существует, по крайней мере, одно значение x из области интерпретации предиката, для которого формула $f(x)$ имеет значение "истина"

$\forall x (f(x))$ эквивалентно $\neg \exists x (\neg f(x))$

Связь предиката с базой данных

Область интерпретации предиката – база данных

Соответствие между предикатом $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ и отношением $r(R), R(A_1:D_1, A_2:D_2, \dots, A_n:D_n)$:

$a_1 \in D_1, a_2 \in D_2, \dots, a_n \in D_n$

1. Если $P(a_1, a_2, \dots, a_n) = 1$, то $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ есть *выборка* отношения $R(A_1:D_1, A_2:D_2, \dots, A_n:D_n)$, т.е. $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle \in r$
2. Если $P(a_1, a_2, \dots, a_n) = 0$, то $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle \notin r$

Реляционное исчисление с переменными-кортежами

1. Областью определения переменных являются отношения
2. Переменные-кортежи должны удовлетворять определенной схеме отношения R
3. Предикат – это правильно построенная формула (*wff* – *well formulated formula*) $\psi(t)$. Выбираются те кортежи t , для которых $\psi(t)$ дает значение 1

Атомы wff (1)

1. Пусть $r(R)$ – некоторая реализация отношения, удовлетворяющая схеме R ;
 t – некоторая переменная-кортеж, удовлетворяющая схеме R .

Тогда $r(t)$ – атом; означает, что t есть кортеж в отношении r (т.е. формула истинна, если $t \in r$)

Атомы wff (2)

2. Пусть $r(R)$ – некоторая реализация отношения, удовлетворяющая схеме R ; u и v – переменные-кортежи из отношения $r(R)$ (т.е. $u \in r, v \in r$); θ – арифметическая операция сравнения ($<, =, >, \geq, \neq, \leq$); A, B – атрибуты схемы отношения R , сравнимые по операции θ .

Тогда $u[A] \theta v[B]$ – атом

$t[X]$ – значение переменной t по атрибуту X

Атомы wff (3)

3. Пусть u – переменная-кортеж из отношения $r(R)$ (т.е. $u \in r$);
 θ – арифметическая операция сравнения ($<, =, >, \geq, \neq, \leq$);
 A, B – атрибуты схемы отношения R , сравнимые по операции θ ;
 c – константа из домена, на котором определен атрибут B .
- Тогда $u[A] \theta c$ (или $c \theta u[A]$) – атом

Выражение реляционного исчисления (1)

$$\{t(R) \mid \psi(t)\},$$

где t – переменная-кортеж, удовлетворяющая схеме отношения R ; единственная переменная, имеющая свободное вхождение в формулу $\psi(t)$;

$\psi(t)$ – правильно построенная формула

Интерпретация: множество кортежей t , удовлетворяющих схеме отношения R , таких, для которых правильно построенная формула $\psi(t)$ истинна

Выражение реляционного исчисления (2)

Пример

Есть отношение $R(\text{Имя}, \text{Стипендия})$;
атрибут *Стипендия* определен на домене
 $D = \{\text{«да»}, \text{«нет»}\}.$

Получить из отношения имена всех студентов,
получающих стипендию:

$$\{ t(\text{Имя}) \mid \exists x(R) (r(x) \wedge x[\text{Стипендия}] = \text{«да»} \wedge x[\text{Имя}] = t[\text{Имя}]) \}$$

Безопасные выражения

$\{t \mid \neg r(t)\}$ – в общем случае, определяет бесконечное отношение, что недопустимо.

Безопасные выражения вида $\{t \mid \psi(t)\}$ гарантированно дают ограниченное множество кортежей.

Значения атрибутов кортежей t являются элементами некоторого ограниченного универсального множества – $DOM(\psi)$.

$DOM(\psi)$ – унарное отношение, элементами которого являются символы, которые либо явно появляются в ψ , либо служат компонентами какого-либо кортежа в некотором отношении R , упоминаемом в ψ

Реляционное исчисление с переменными на доменах (1)

Атомы:

$r(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где r – отношение, удовлетворяющее схеме $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$, и каждое x_i есть константа или переменная на домене;

$u \theta v$, где u и v – константы или переменные, определенные на доменах, совместимых по операции θ , θ – арифметическая операция сравнения ($<, =, >, \geq, \neq, \leq$);

Реляционное исчисление с переменными на доменах (2)

Формула реляционного исчисления $\psi(t)$, а также свободные и связанные вхождения переменных определяются так же, как и для исчисления с переменными-кортежами.

Реляционное исчисление с переменными на доменах (3)

Пример. Пусть мы имеем базу данных служащих. Будем считать, что мы определили доменные переменные, имена которых совпадают с именами атрибутов отношения СЛУЖАЩИЕ

WFF исчисления доменов:

СЛУЖАЩИЕ (СЛУ_НОМ:2934, СЛУ_ИМЯ:'Иванов', СЛУ_ЗАРП:22400.00, ПРО_НОМ:1)

примет значение true в том и только в том случае, когда в теле отношения СЛУЖАЩИЕ содержится кортеж <2934, 'Иванов', 22400.00, 1>.

Соответствующие значения доменных переменных образуют область истинности этой WFF.

Реляционное исчисление с переменными на доменах (4)

Пример. (продолжение)

Запрос: "Выдать номера и имена служащих, не получающих минимальную заработную плату":

```
СЛУ_НОМ, СЛУ_ИМЯ WHERE EXISTS  
  СЛУ_ЗАРП1 (СЛУЖАЩИЕ (СЛУ_ЗАРП1)  
  AND СЛУЖАЩИЕ (СЛУ_НОМ, СЛУ_ИМЯ,  
  СЛУ_ЗАРП) AND СЛУ_ЗАРП >  
  СЛУ_ЗАРП1)
```