

Системы счисления.

Перевод чисел из одной системы счисления в другую.

Сложение и вычитание в различных системах счисления.



«Мысль – выразить все числа немногими знаками, придавая им не только значение по форме, но еще и значение по месту, настолько проста, что именно из-за этой простоты трудно оценить, насколько она удивительна ...»

План занятия:

1. Системы счисления: позиционные и непозиционные.

2. Перевод чисел из 10-ой в 2, 8, 16 системы счисления.

3. Перевод чисел в 10-ую из 2, 8, 16 систем счисления.

4. Арифметические операции: сложение и вычитание в 2, 8, и 16 системах счисления.

5. Закрепление изученного(рефлексия): кроссворд.

6. Самостоятельная работа.



Пьер Симон
Лаплас
(1749 – 1827 гг.)

Система счисления - это знаковая система, в которой числа записываются по определённым правилам с помощью символов некоторого алфавита.

Эти знаки называют **цифрами**.

Набор этих цифр называют **алфавитом** системы счисления.

Количество цифр в алфавите называют **мощностью** алфавита.



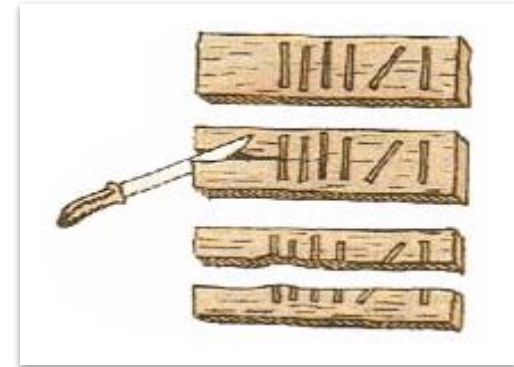
I вид: НЕПОЗИЦИОННАЯ

1) Единичная система счисления

(10-11тыс. лет до н.э.)

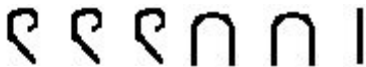
Для записи использовалась цифра :1

Например: 5= 11111



2) Древнеегипетская система счисления

Для записи использовались: | - единица;  -десяток;  -сотня

Например: 321= 

3) Римская система счисления

Для записи используются: I, II, ... V,...X

Например: 15=XV или 30=XXX



II вид: ПОЗИЦИОННАЯ

Позиционные системы счисления включают определённое количество знаков, используемых для изображения числа, называемое *основанием* системы счисления.

1) Десятичная система счисления

(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 – основание 10)

Например: 237; 372; 723; 222.

2) Двоичная система счисления

(0,1 – основание 2)

Вся информация, которую обрабатывает компьютер должна быть представлена двоичным кодом с помощью двух цифр: **0** и **1**. (двоичными цифрами или битами, или двоичным кодом).

3) Восьмеричная система счисления

(0,1,2,3,4,5,6,7 – основание 8)

4) Шестнадцатеричная система счисления

(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F – основание 16)

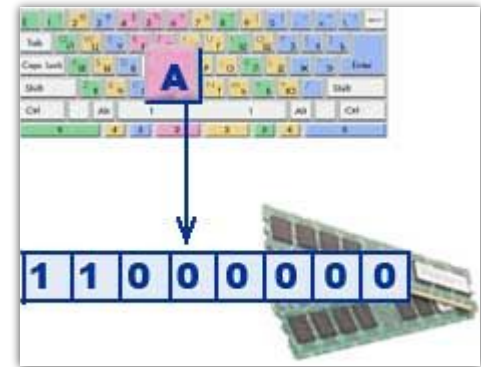


Таблица соответствия чисел в различных системах счисления

<u>10</u>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<u>2</u>	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
<u>8</u>	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
<u>16</u>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F



Перевод чисел из 10-ой в 2, 8, 16 системы счисления.

Алгоритм перевода целой части числа:

Перевод целой части числа из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием q осуществляется последовательным делением десятичного числа и его десятичных частных на q , а затем выписыванием последнего частного и остатков в обратном порядке.

Алгоритм перевода дробной части числа:

Перевод дробной части осуществляется последовательным умножением десятичной дроби и получаемых дробных частей произведений на основание q новой системы счисления до тех пор, пока дробная часть не станет равна нулю или не будет достигнута необходимая точность перевода.

Полученные целые части произведений необходимо выразить цифрами алфавита новой системы счисления.

Перевод чисел из десятичной системы счисления

Пример 1. Перевести число **53,42** из десятичной системы счисления в двоичную.

$$\begin{array}{r|l}
 53 & 2 \\
 \hline
 52 & 26 \\
 \hline
 1 & 26 \\
 & 13 \\
 & 12 \\
 & 6 \\
 & 6 \\
 & 3 \\
 & 2 \\
 & 1 \\
 \hline
 & 1
 \end{array}$$

$53_{10} = 110101_2$

$$53,42_{10} = 110101,011_2$$

$$\begin{array}{r}
 \times 0,42 \\
 \hline
 2 \\
 \hline
 \times 0,84 \\
 \hline
 2 \\
 \hline
 \times 1,68 \\
 \hline
 2 \\
 \hline
 \times 1,36 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

$$0,42_{10} = 0,011_2$$

Пример 2. $225,68_{10} = x_8$

Решение 2. $225,68_{10} = 341,534_8$

Пример 3. $225,68_{10} = x_{16}$

Решение 3. $225,68_{10} = E1,AE1_{16}$

Перевод чисел в десятичную систему счисления

Алгоритм перевода:

При переводе числа из системы счисления с основанием q в десятичную систему надо представить это число в виде суммы произведений степеней основания его системы счисления q на соответствующие цифры числа и выполнить арифметические вычисления.

$$a_{n-1}q^{n-1} + a_{n-2}q^{n-2} + \dots + a_1q^1 + a_0q^0 + a_{-1}q^{-1} + \dots + a_{-m}q^{-m}$$

(Развернутая формула записи числа или полином)

Пример 1. Перевести число 1011,1 из двоичной системы счисления в десятичную.

3 2 1 0 -1

$$1 \ 0 \ 1 \ 1, 1_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} = 11,5_{10}$$

Пример 2. $125,61_8 = x_{10}$

Решение 2. $125,61_8 = 85 \frac{49}{64}_{10}$

Пример 3. $52B,A_{16} = x_{10}$

Решение 3. $52B,A_{16} = 1323,625_{10}$

Проверь себя

1. Перевести число **67,59** из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления.
2. Перевести число **774,12** из восьмеричной системы счисления в десятичную систему счисления.

Сравни ответы

1. $67,59_{10} = 1000011,1001_2$

Diagram illustrating the iterative steps of the Euclidean algorithm for $\gcd(67, 33)$:

$$\begin{array}{r} 67 \div 33 = 2 \text{ remainder } 1 \\ 33 \div 1 = 33 \text{ remainder } 0 \end{array}$$

The sequence of remainders is: 1, 1, 0, 0, 0, 0.

$$\begin{array}{r} \times 0,5 \\ \hline 9 \quad 2 \\ \times 1,1 \\ \hline 8 \quad 2 \\ \times 0,3 \\ \hline 6 \quad 2 \\ \times 0,7 \\ \hline 2 \quad 2 \\ \hline 1,4 \\ 4 \end{array}$$

$$\mathbf{2. \ 774,12_8 = 7*8^2 + 7*8^1 + 4*8^0 + 1*8^{-1} + 2*8^{-2} = 48 + 56 + 4 + 1/8 + 2/64 = 508,0753_{10}}$$

Сложение в позиционных системах счисления

Алгоритм сложения:

Цифры суммируются по разрядам, и если при этом возникает избыток, то он переносится влево

двоичная
система

$$\begin{array}{r} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} 0 1 \\ + \quad 1 1 0 1 \\ \hline 1 0 1 0 1 0 \end{array}$$

1+1=2=2+0
1+0+0=1
1+1=2=2+0
1+1+1=3=2+1
1+1=2=2+0

Ответ: 101010_2

восьмеричная
система

$$\begin{array}{r} \overset{1}{2} \overset{1}{1} \overset{1}{5} 4 \\ + \quad 7 3 6 \\ \hline 3 1 12 \end{array}$$

4+6=10=8+2
5+3+1=9=8+1
1+7+1=9=8+1
1+2=3

Ответ: 3112_8

шестнадцатеричная
система

$$\begin{array}{r} \overset{1}{8} \overset{1}{D} 8 \\ + \quad 3 B C \\ \hline C 9 4 \end{array}$$

8+12=20=16+4
13+11+1=25=16+9
8+3+1=12=C₁₆

Ответ: $C94_{16}$

Примеры:

$$\begin{array}{r} 11010,11_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 665,54_8 \\ + 656,23 \\ \hline 1543,77 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100,0101 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 011\ 95A,B_{16} \\ + \quad B5,2 \\ \hline \end{array}$$

$$A0F,D$$



Вычитание в позиционных системах счисления

Алгоритм вычитания:

При вычитании чисел, если цифра уменьшаемого меньше цифры вычитаемого, то из старшего разряда занимаете единица основания

двоичная
система

$$\begin{array}{r} \overset{1}{1} \overset{1}{0} 1 0 1 \\ - 1 0 1 1 \\ \hline 0 1 0 1 0 \end{array}$$

1-1=0
2-1=1
0-0=0
2-1=1

Ответ: 1010_2

восьмеричная
система

$$\begin{array}{r} \overset{1}{2} \overset{1}{3} 4 0 6 \\ - 5 0 4 2 \\ \hline 1 6 3 4 4 \end{array}$$

6-2=4
8-4=4
3-0=3
8+3-5=11-5=6

Ответ: 36444_8

шестнадцатеричная
система

$$\begin{array}{r} \overset{1}{C} \overset{1}{9} 4 \\ - 3 B C \\ \hline 8 D 8 \end{array}$$

16+4-12=20-12=8
16+8-11=24-11=13=D₁₆
11-3=8

Ответ: 848_{16}

Примеры:

$$\begin{array}{r} 11011,01_2 \\ - 1101,11 \\ \hline \end{array}$$

1101.10

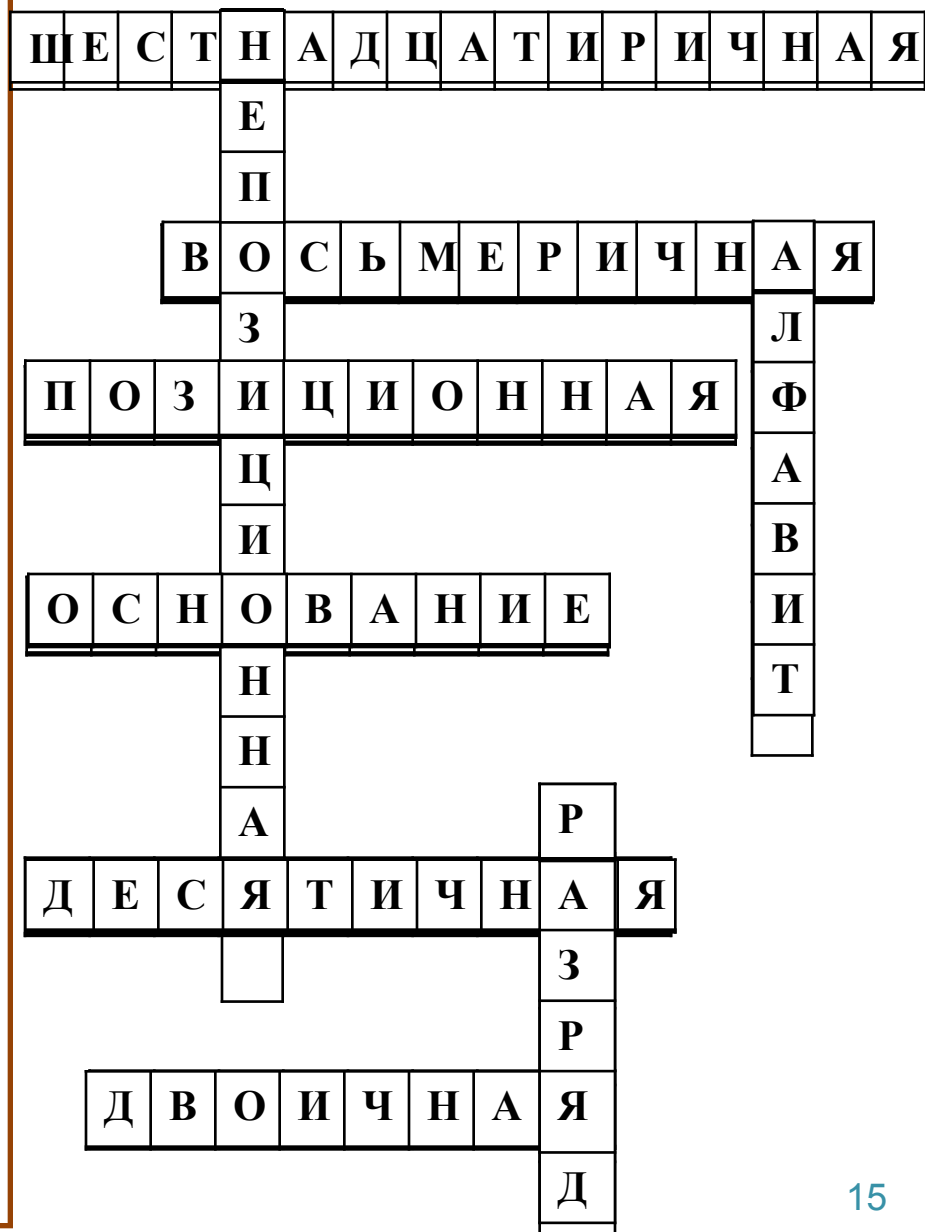
$$\begin{array}{r} 576,23_8 \\ - 457,45 \\ \hline 116,56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} BC5,A_{16} \\ - AD,9 \\ \hline B18,1 \end{array}$$



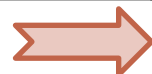
Закрепление материала: кроссворд

1. **По гор:** в записи чисел этой системы счисления используются кроме арабских цифр еще и буквы латинского алфавита.
2. **По верт:** система счисления, в которой количественный эквивалент ("вес") цифры не зависит от ее местоположения в записи числа
3. **По гор:** система счисления, основание которой равно 8.
4. **По верт:** знаки системы счисления, которые часто называют цифрами, используемые для записи чисел.
5. **По гор:** система счисления, в которой количественный эквивалент ("вес") цифры зависит от ее местоположения в записи числа.
6. **По гор:** количество цифр или других знаков, используемых для записи чисел в данной системе счисления.
7. **По верт:** позиция цифры в числе.
8. **По гор:** система счисления, используемая человеком в повседневной жизни.
9. **По гор:** сист. счисления, используемая для представления информации в компьютере.



Самостоятельная работа

Вариант I	Вариант II	Вариант III	Вариант IV
1. Перевести число из десятичной системы счисления в двоичную.			
$52,34_{10}$	$47,27_{10}$	$51,43_{10}$	$48,72_{10}$
2. Сравнить числа в шестнадцатеричной системе счисления.			
$A13_{16}$ и $C98_{16}$	$53A_{16}$ и $A15_{16}$	$A22_{16}$ и $B11_{16}$	$52B_{16}$ и $52E_{16}$
3. Перевести число из восьмеричной системы счисления в десятичную.			
$253,12_8$	$154,21_8$	$213,22_8$	$252,31_8$
4. Выполнить вычитание чисел.			
$D455_{16} - A547_{16}$	$11011_2 - 1111_2$	$C748_{16} - A744_{16}$	$11101_2 - 1111_2$
5. Восстановить неизвестные цифры, обозначенные *, определив в начале в какой системе счисления записаны числа.			
$ \begin{array}{r} + \quad 5 * 5 5 \\ \quad * 2 2 7 \\ \hline * 1 5 * 4 \end{array} $	$ \begin{array}{r} + \quad 7 * 2 3 \\ \quad 2 7 * 5 \\ \hline * 2 4 6 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} + \quad 2 3 * 6 \\ \quad 3 * 6 2 \\ \hline * 1 4 0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} + \quad 5 * 6 3 \\ \quad 3 1 * 6 \\ \hline * 0 5 1 1 \end{array} $



Проверь себя

Вариант I	Вариант II	Вариант III	Вариант IV
1. Перевести число из десятичной системы счисления в двоичную.			
$52,34_{10} = 110100,01_2$	$47,27_{10} = 101111,01_2$	$51,43_{10} = 110011,01_2$	$48,72_{10} = 110000,101_2$
2. Сравнить числа в шестнадцатеричной системе счисления.			
$A13_{16} < C98_{16}$	$53A_{16} < A15_{16}$	$A22_{16} < B11_{16}$	$52B_{16} < 52E_{16}$
3. Перевести число из восьмеричной системы счисления в десятичную.			
$253,12_8 = 171\frac{5}{32}_{10}$	$154,21_8 = 108\frac{17}{64}_{10}$	$213,22_8 = 139\frac{9}{32}_{10}$	$252,31_8 = 170\frac{25}{64}_{10}$
4. Выполнить вычитание чисел.			
$D455_{16} - A547_{16} = 2F0E_{16}$	$11011_2 - 1111_2 = 1100_2$	$C748_{16} - A744_{16} = 2004_{16}$	$11101_2 - 1111_2 = 1110_2$
5. Восстановить неизвестные цифры, обозначенные *, определив в начале в какой системе счисления записаны числа.			
$\begin{array}{r} + \quad 5 \, 2 \, 5 \, 5 \\ \quad \quad 4 \, 2 \, 2 \, 7 \\ \hline 1 \, 1 \, 5 \, 0 \, 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} + \quad 7 \, 5 \, 2 \, 3 \\ \quad \quad 2 \, 7 \, 3 \, 5 \\ \hline 1 \, 2 \, 4 \, 6 \, 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} + \quad 2 \, 3 \, 5 \, 6 \\ \quad \quad 3 \, 5 \, 6 \, 2 \\ \hline 6 \, 1 \, 4 \, 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} + \quad 5 \, 3 \, 6 \, 3 \\ \quad \quad 3 \, 1 \, 2 \, 6 \\ \hline 1 \, 0 \, 5 \, 1 \, 1 \end{array}$

Критерии выставления оценки

Оценка «5» ставится, если:

- ✓ работа выполнена верно и полностью;
- ✓ есть обоснование решения.

Оценка «4» ставится, если:

- ✓ работа выполнена полностью, на само решение (шаги ведущие к правильному ответу) недостаточно;
- ✓ допущена одна ошибка или два недочета при решении заданий.

Оценка «3» ставится, если:

- ✓ допущены две ошибки;
- ✓ допущено три- четыре недочета.

Оценка «2» ставится, если:

- ✓ допущено более двух ошибок;
- ✓ правильно выполнено менее половины работы.

Домашнее задание



1. Записать в тетради определение алфавита системы счисления.
2. Записать в тетрадь определение мощности системы счисления.
3. Перевести число **258,57** из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную, шестнадцатеричную СС.
4. Перевести число **11011,01** из двоичной в десятичную СС.
5. Перевести число **AB2,A7** из шестнадцатеричной в десятичную СС.
6. Выполнить арифметические операции в различных СС.
 - а) $523,43_8 + 67,25_8$ б) $1111,01_2 + 10101,11_2$ в) $FD23,4_{16} + 6A,5_{16}$
 - г) $623,43_8 - 47,25_8$ д) $11011,01_2 - 1110,11_2$ е) $BAC,4_{16} + FE6,2_{16}$

Используемые интернет- источники

1. <http://www.irina-fursova.narod.ru/olderfiles/1/krossvord.htm>
2. http://www.school128.ru/files/sist_schisl_mers.ppt
3. <http://www.myshared.ru/slide/277431>

