

**«ОСНОВЫ
ЛОГИКИ И
ЛОГИЧЕСКИЕ
ОСНОВЫ
ПОСТРОЕНИЯ
КОМПЬЮТЕРА»**





Процессор компьютера выполняет
арифметические и логические
операции над двоичными кодами.

И поэтому чтобы иметь
представление об устройстве
компьютера, необходимо
познакомиться с основными
логическими элементами, лежащими
в основе его построения. Для
понимания принципа работы таких
элементов изучим основные
начальные **понятия алгебры логики**.





Логика - это наука о формах и способах мышления.



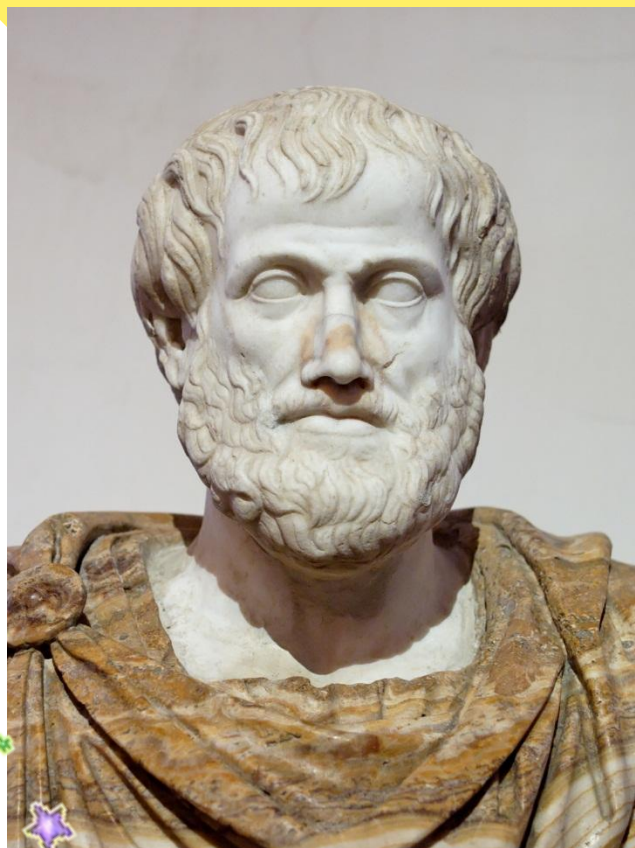
Термин «логика» происходит от древнегреческого *logos*, означающего «слово, мысль, понятие, рассуждение, закон»

Основными формами мышления являются понятие, высказывание и умозаключение.





Первые учения о формах и способах рассуждений возникли в странах Дальнего Востока (Китай, Индия), но в основе современной логики лежат учения, созданные древнегреческими мыслителями. Основы формальной логики заложил **Аристотель**, который впервые отделил логические формы мышления от его содержания.



Алгебру логики так же называют алгеброй Буля, или булевой алгеброй, по имени английского математика Джорджа Буля, разработавшего в XIX веке ее основные положения.



Понятие – это форма мышления, фиксирующая основные, существенные признаки объекта.

Понятие имеет две стороны: содержание и объём.

Например, содержание понятия «персональный компьютер – это универсальное электронное устройство для автоматической обработки информации, предназначенное для одного пользователя.»

Объём понятия «персональный компьютер» выражает всю совокупность существующих в настоящее время в мире персональных компьютеров.

Форма
мышления



Высказывание (суждение) – это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о свойствах реальных предметов, их свойствах и отношениях между ними.



Форма
мышления

Высказывание могут принимать только два значения – **Истина** (обозначается **1**) или **Ложь** (обозначается **0**).



Высказывания могут быть **простыми** и **составными**.

Простые высказывания

Форма
мышления

Клубника растёт на деревьях.	(ложь) или (0)
Два умножить на два равно четырём.	(истина) или (1)
Все мальчики занимаются футболом.	(ложь) или (0)
Москва - столица России.	(истина) или (1)



Простое высказывание состоит из одного высказывания и не содержит логической операции.

Составное высказывание содержит высказывания, объединенные логическими операциями.

Например, высказывание «Процессор является устройством обработки информации **и** принтер является устройством печати» является составным высказыванием, состоящим из двух простых, соединённых союзом «и».



Сложные высказывания.

Форма
мышления

В саду цветут астры и пионы.

Катя любит писать сочинения или решать задачи.

Земля движется по круговой или эллиптической орбите.

Если на улице дождь, то асфальт мокрый.

Голова думает тогда и только тогда, когда язык отдыхает.



Предикаты

Высказывание состоит из понятий, и его можно сравнить с арифметическим выражением. В математической логике рассматриваются **предикаты**, т. е. функциональные зависимости от неопределённых понятий (терминов), которые можно сравнить с переменными в уравнении.



В предикатах 1 порядка один из терминов является неопределённым понятием: « X – человек».

В предикатах 2 порядка два термина неопределённые: « X любит Y ».

В предикатах 3 порядка неопределённые три термина: « Z – сын X и Y ».

Преобразуем в высказывания:

«Сократ – человек»;

«Ксантиппа любит Сократа»;

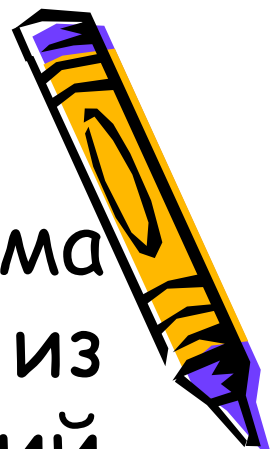
«Софрониск – сын Сократа и Ксантиппы»



Форма
мышления

Умозаключение - это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких высказываний может быть получено новое высказывание.

Например, если мы имеем высказывание «Все углы треугольника равны», то мы можем путём умозаключения доказать, что в этом случае справедливо высказывание «Это треугольник равносторонний».



В качестве основных логических операций в составных высказываниях используются:



- НЕ (логическое отрицание, **инверсия**)
- ИЛИ (логическое сложение, **дизъюнкция**)
- И (логическое умножение, **конъюнкция**)
- Операция «ЕСЛИ - ТО» (логическое следование, **импликация**)
- Операция «А тогда и только тогда, когда В» (**эквивалентность**, равнозначность)



Все операции алгебры логики определяются **таблицами истинности**.

Таблица истинности определяет результат выполнения операции для всех возможных логических значений исходных высказываний.

Простые высказывания в алгебре логики обозначаются прописными латинскими буквами:
 $A, B, C, D \dots$



Операция НЕ- логическое отрицание (**инверсия**)

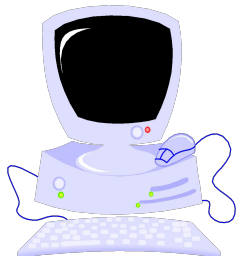


- Логическая операция НЕ применяется к одному аргументу, в качестве которого может быть простое и составное высказывание.
- Обозначение операции НЕ, $\bar{A}$, not A, $\neg A$.

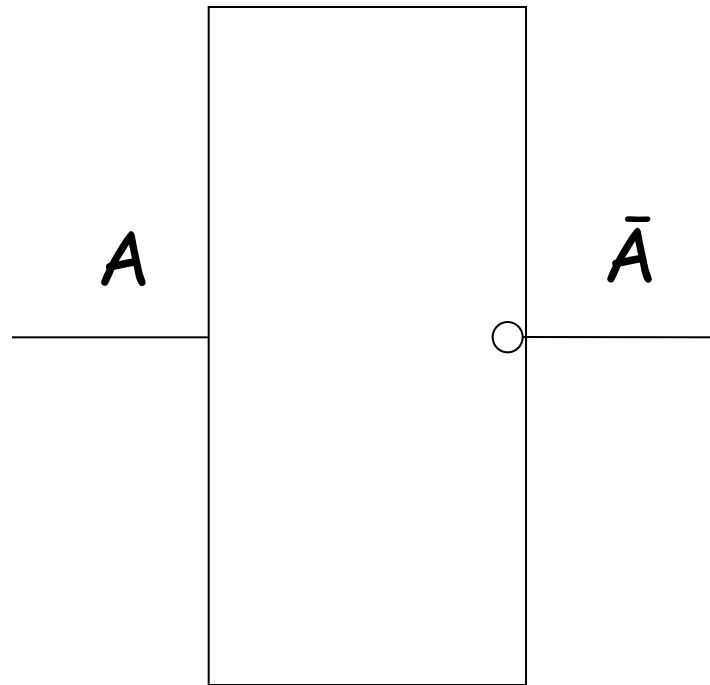
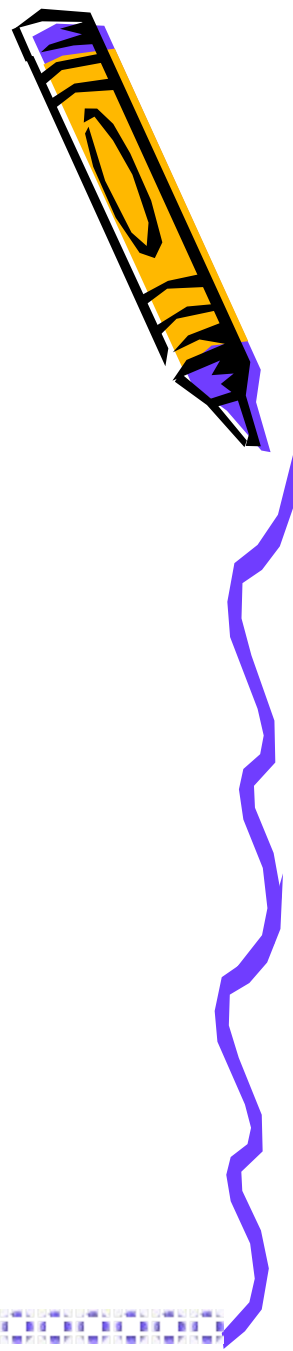
A	$\bar{A}$
ложь	истина
истина	ложь

A	$\bar{A}$
0	1
1	0





Логический элемент инверсия



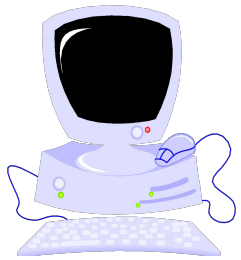
Операция ИЛИ – логическое сложение (дизъюнкция нестрогая, объединение)



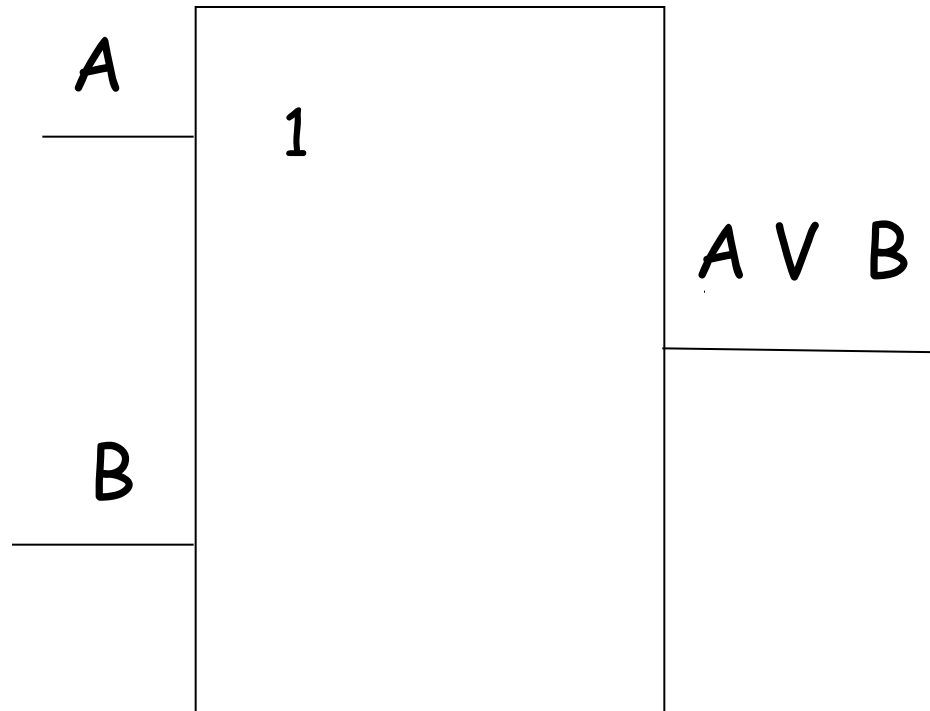
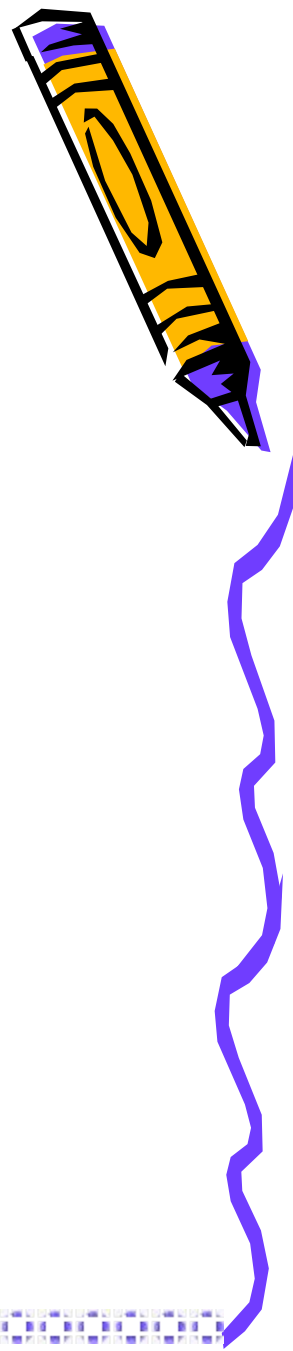
- Выполняет функцию объединения двух высказываний, в качестве которых может быть и простое, и составное высказывание.
- Обозначения операции: A или B , $A \text{ or } B$, $A \vee B$.

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1





Логический элемент ДИЗЪЮНКЦИЯ



Операция ИЛИ – логическое сложение (**дизъюнкция строгая**)

Обозначения операции: $A \text{ xor } B$, $A \vee B$.

A	B	$A \text{ xor } B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



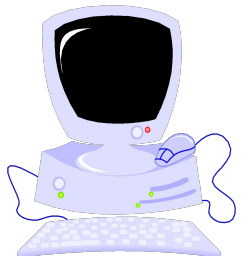
Операция И – логическое умножение (**конъюнкция**)



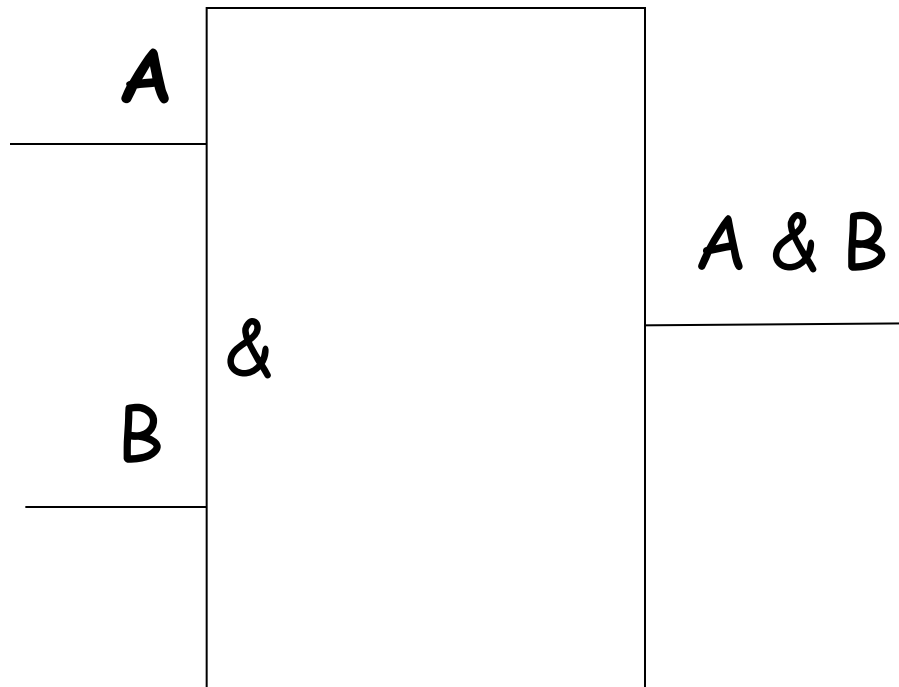
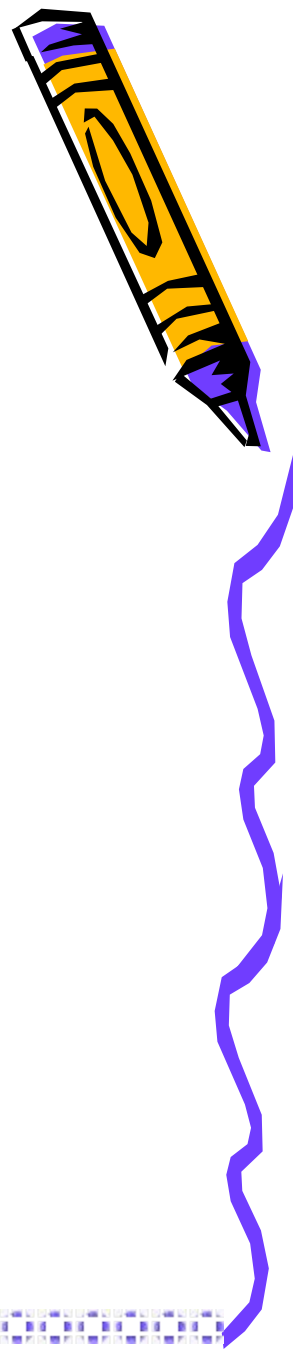
- Выполняет функцию пересечение двух высказываний (аргументов), в качестве которого может быть и простое, и составное высказывание.
- Обозначения операции: A и B , $A \& B$, A and B , $A \wedge B$.

A	B	$A \& B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1





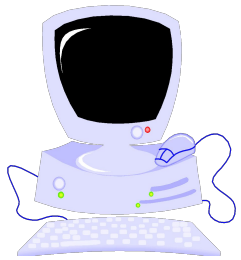
Логический элемент конъюнкция



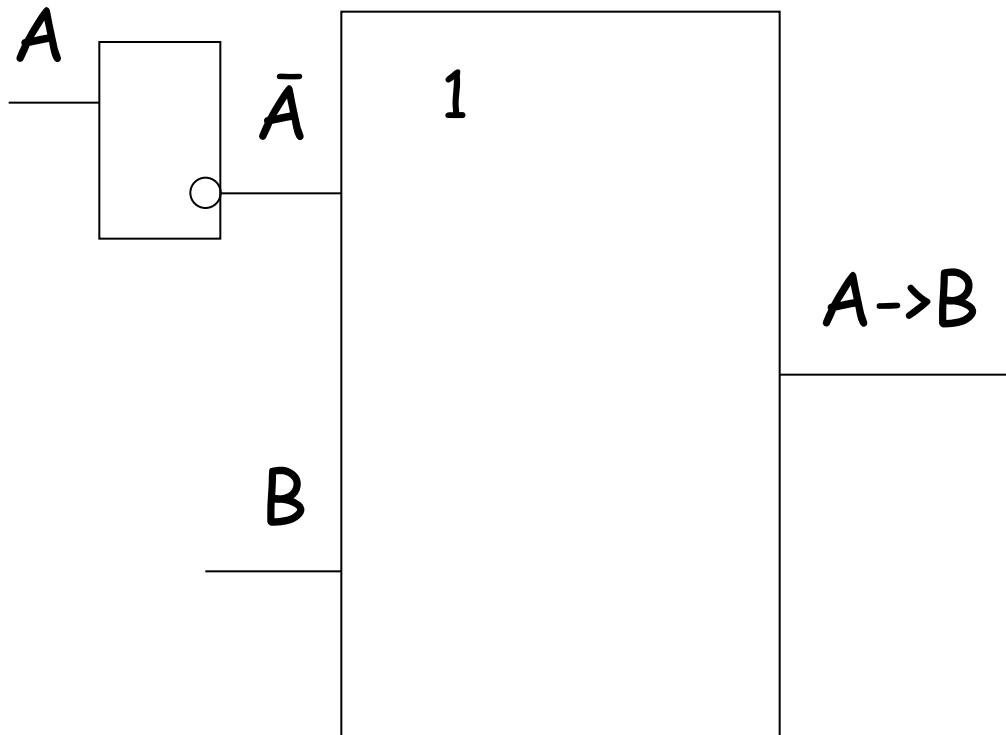
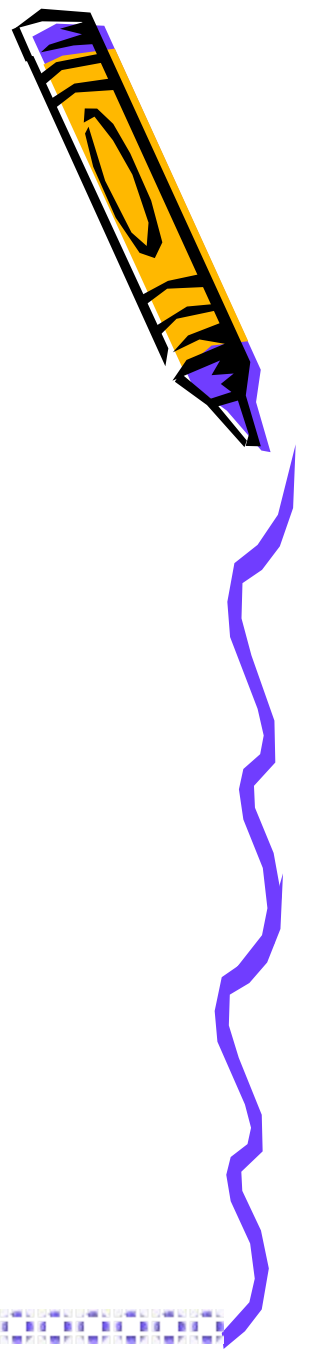
Операция «ЕСЛИ – ТО» – логическое следование (**импликация**)

- Связывает два простых высказывания, из которых первое является условием, а второе – следствием из этого условия.
- Обозначения операции: если А, то В; А влечет В; if A then B; $A \rightarrow B$; $A \Rightarrow B$

A	B	Если А, то В
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1



Логический элемент импликация



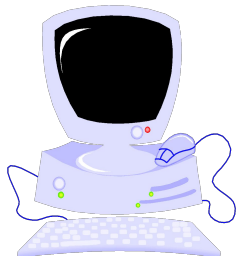
Операция «А тогда и только тогда, когда В» (**эквивалентность**, равнозначность)



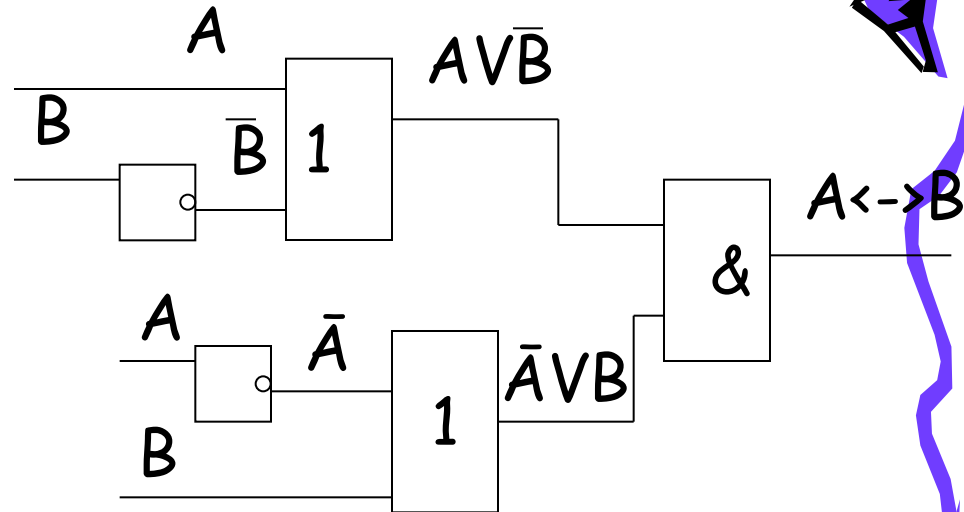
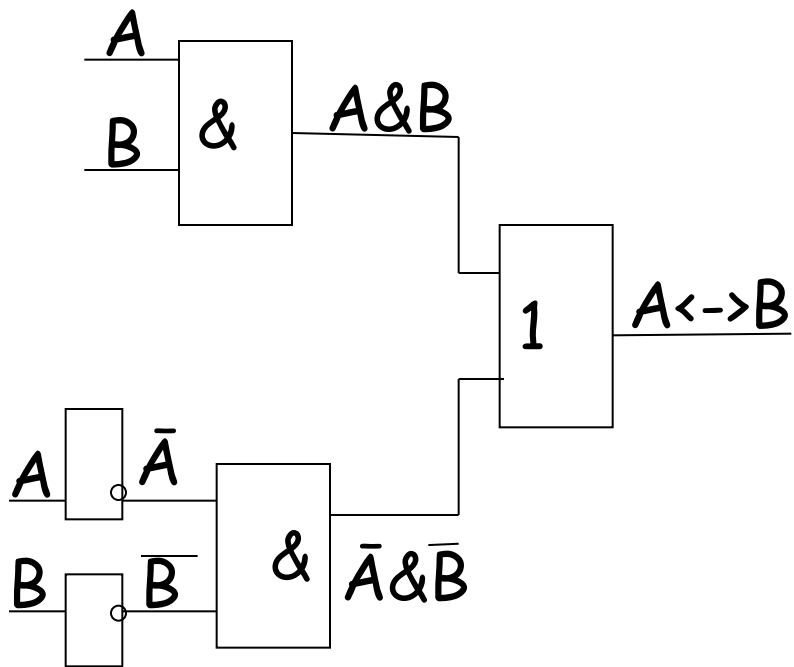
- Обозначения операции: $A \sim B$, $A \Leftrightarrow B$, $A \equiv B$
- Результат операции эквивалентность истинен тогда и только тогда, когда А и В одновременно истинны или ложны.

A	B	$A \sim B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1





Логический элемент эквивалентность



Каждое составное высказывание
можно выразить в виде формулы
(логического выражения).



Логическое выражение(формула) –
содержит логические переменные,
обозначающие высказывания,
соединённые знаками логических
операций.



Приоритет логических высказываний

- действия в скобках
- инверсия
- конъюнкция
- дизъюнкция
- импликация
- эквивалентность

Пример:

$$U \vee (B \Rightarrow C) \& D \Leftrightarrow \bar{U}$$

Порядок вычисления:

1) $\bar{U}$

2) $(B \Rightarrow C)$

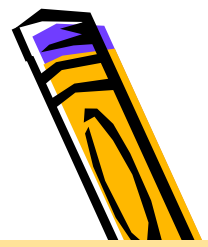
3) $(B \Rightarrow C) \& D$

4) $U \vee (B \Rightarrow C) \& D$

5) $U \vee B \Rightarrow C \& D \Leftrightarrow \bar{U}$



Минипрактикум



Даны простые

высказывания:

$A = \{\text{Процессор - устройство для обработки информации}\}$

$B = \{\text{Сканер - устройство вывода информации}\}$

$C = \{\text{Монитор - устройство ввода информации}\}$

$D = \{\text{Клавиатура - устройство вывода информации}\}$



• Определите истинность логических выражений:

- $(A \vee B) \Leftrightarrow (C \& D);$
- $(A \& B) \rightarrow (C \vee D);$
- $(A \vee B) \rightarrow (C \& D);$
- $(A \& B) \Leftrightarrow (C \vee D);$
- $(\bar{A} \rightarrow B) \& (C \vee D);$
- $(C \Leftrightarrow \bar{A}) \& B \& D;$
- $(A \& B) \vee C \Leftrightarrow (A \& C) \vee (A \& B);$
- $(A \vee B) \vee C \rightarrow (A \& C \& D) \& (B \vee D)$

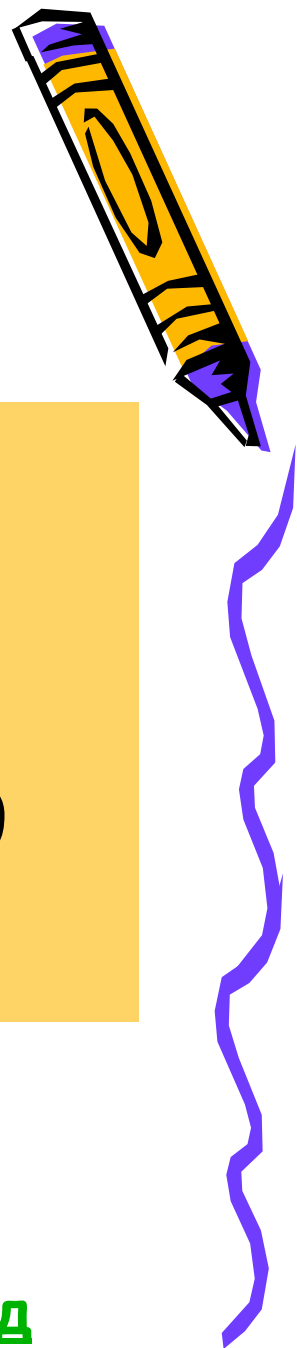
Проверка

Правильные ответы

- $(A \vee B) \Leftrightarrow (C \& D) = 0$
- $(A \& B) \rightarrow (C \vee D) = 1$
- $(A \vee B) \rightarrow (C \& D) = 0$
- $(A \& B) \Leftrightarrow (C \vee D) = 1$
- $(\bar{A} \rightarrow B) \& (C \vee D) = 0$
- $(C \Leftrightarrow \bar{A}) \& B \& D = 0$
- $(A \& B) \vee C \Leftrightarrow (A \& C) \vee (A \& B) = 1$
- $(A \vee B) \vee C \rightarrow (A \& C \& D) \& (B \vee D) = 0$

- $A=1$
- $B=0$
- $C=0$
- $D=0$

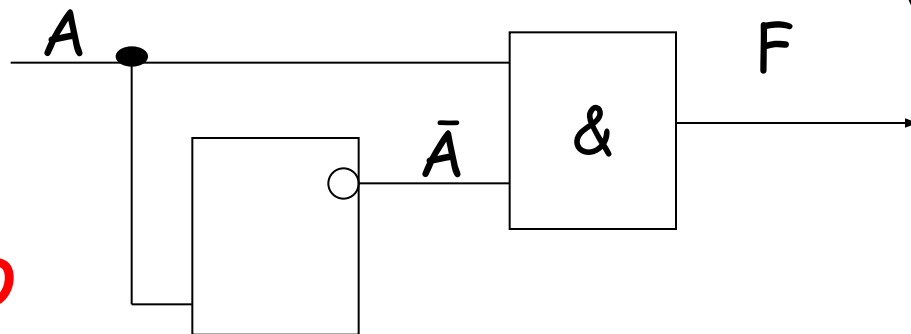
[Назад](#)



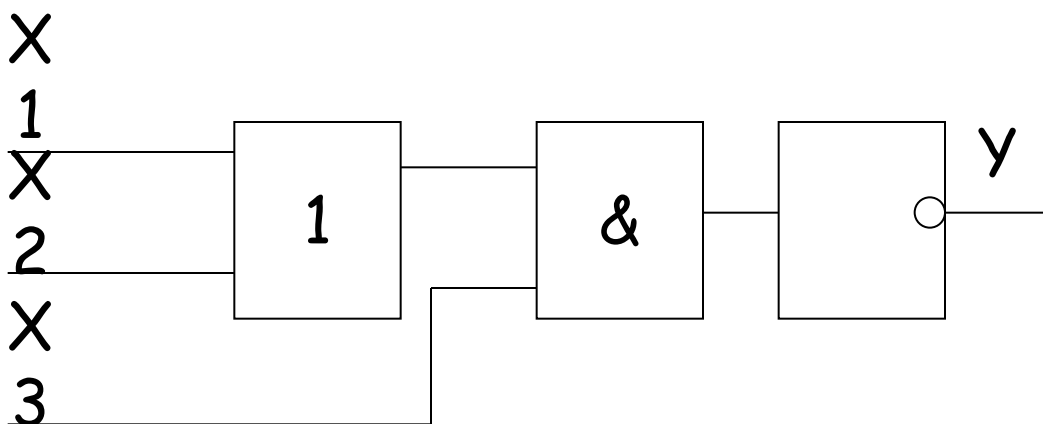
Минипрактикум

Какое значение будет на выходе F схемы?

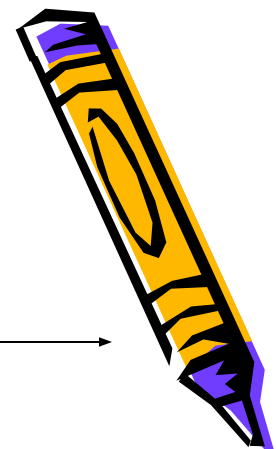
Ответ: Всегда ЛОЖНО

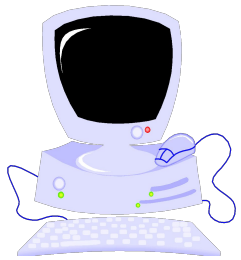


Какая формула отражает логическое преобразование, выполняемое схемой?



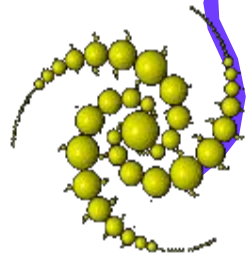
Ответ: $\neg ((X1 \vee X2) \& X3)$





Практическая работа ПК

- Создание в электронных таблицах Microsoft Excel(OpenOffice.org Calc) таблиц истинности логических функций:
 - Конъюнкции
 - Дизъюнкции
 - Инверсии
 - Импликации
 - Эквивалентности



Составление таблиц истинности по логической формуле



- Количество строк - 2^n , где n - это количество логических переменных
- Количество столбцов - количество логических переменных + количество логических операций.
- Пример: $\bar{A} \& B$

Количество строк = $2^2 = 4$

Количество столбцов = $2 + 2 = 4$

A	B	$\bar{A}$	$A \& B$
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	0



Основные законы булевой алгебры



Закон	Для дизъюнкции	Для конъюнкции
1. Ассоциативность	$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C = A \vee B \vee C$	$A \& (B \& C) = (A \& B) \& C = A \& B \& C$
2. Коммутативность	$A \vee B = B \vee A$	$A \& B = B \& A$
3. Дистрибутивность (распределение)	$A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$ $(A \vee B) \& (B \vee C) = (A \& C) \vee B$	$(A \vee B) \& C = (A \& C) \vee (B \& C)$ $A \& B \vee C \& B = B \& (A \vee C)$
4. Идемпотентность	$A \vee A = A$	$A \& A = A$
5. Инволюция	$\overline{\overline{A}} = A$	



Закон	Для дизъюнкции	Для конъюнкции
6. Действие с абсолютно-истинными высказываниями	$A \vee 1 = 1$	$A \& 1 = A$
7. Действия с абсолютно-ложными высказываниями	$A \vee 0 = A$	$A \& 0 = 0$
8. Законы де Моргана	$A \vee B = \overline{A \& B}$	$A \& B = \overline{A \vee B}$
9. Закон исключенного третьего и закон непротиворечия	$A \vee \bar{A} = 1$	$A \& \bar{A} = 0$
10. Поглощения	$A \vee (A \& B) = A$	$A \& (A \vee B) = A$
11. Поглощение отрицания	$A \vee (\bar{A} \& B) = A \vee B$	$A \& (\bar{A} \vee B) = A \& B$

Основные законы булевой алгебры

Формула склеивания

- $(A \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B}) = A$
- $(A \vee B) \wedge (A \vee \overline{B}) = A$



Формулы поглощения

- $A \vee (A \wedge B) = A$
- $A \wedge (A \vee B) = A$
- $A \vee (\bar{A} \wedge B) = A \vee B$
- $A \wedge (\bar{A} \vee B) = A \wedge B$

