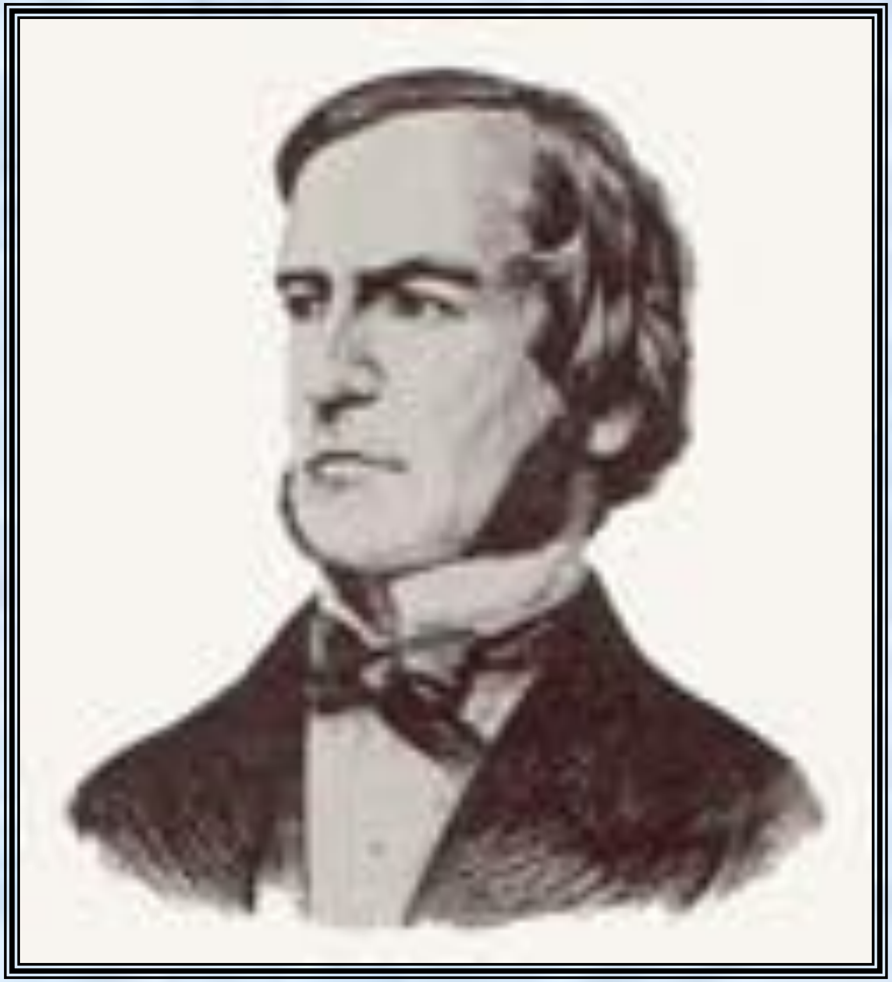
ОСНОВЫ ЛОГИКИ

<u>Алгебра логики</u> ***(булева алгебра)*** - это раздел математики, изучающий высказывания, рассматриваемые со стороны их логических значений (истинности или ложности) и логических операций над ними.



Джордж Буль

<u>Логическое высказывание</u> — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

Пример:

«***Трава зеленая***» -истинное высказывание.

«***Лев – птица***» - ложное высказывание.

Не всякое предложение является логическим высказыванием.

<u>Пример:</u>

«ученик десятого класса»
«информатика — интересный предмет».

Употребляемые в обычной речи слова и словосочетания "не", "и", "или", "если... , то", "тогда и только тогда" и другие позволяют из уже заданных высказываний строить новые высказывания. Такие слова и словосочетания называются ***логическими связками.***

Высказывания, образованные из других высказываний с помощью логических связок, называются ***<u>составными.</u>***

Высказывания, не являющиеся составными, называются ***<u>элементарными</u>***.

Пример:

Элементарные высказывания:

«***Петров — врач***»,

«***Петров — шахматист***»

Составные высказывания:

1. "***Петров — врач и шахматист***", понимаемое как "***Петров — врач, хорошо играющий в шахматы***".
2. "***Петров — врач или шахматист***", понимаемое в алгебре логики как "***Петров или врач, или шахматист, или и врач и шахматист одновременно***".

Чтобы обращаться к логическим высказываниям, их обозначают буквами.

Пример:

А = «Луна – спутник Земли», А = 1

В = « 3* 2 = 5», В = 0

Пример:

А =*"Тимур поедет летом на море",*

В = *"Тимур летом отправится в горы".*

А и В = *"Тимур летом побывает и на море, и в горах»*

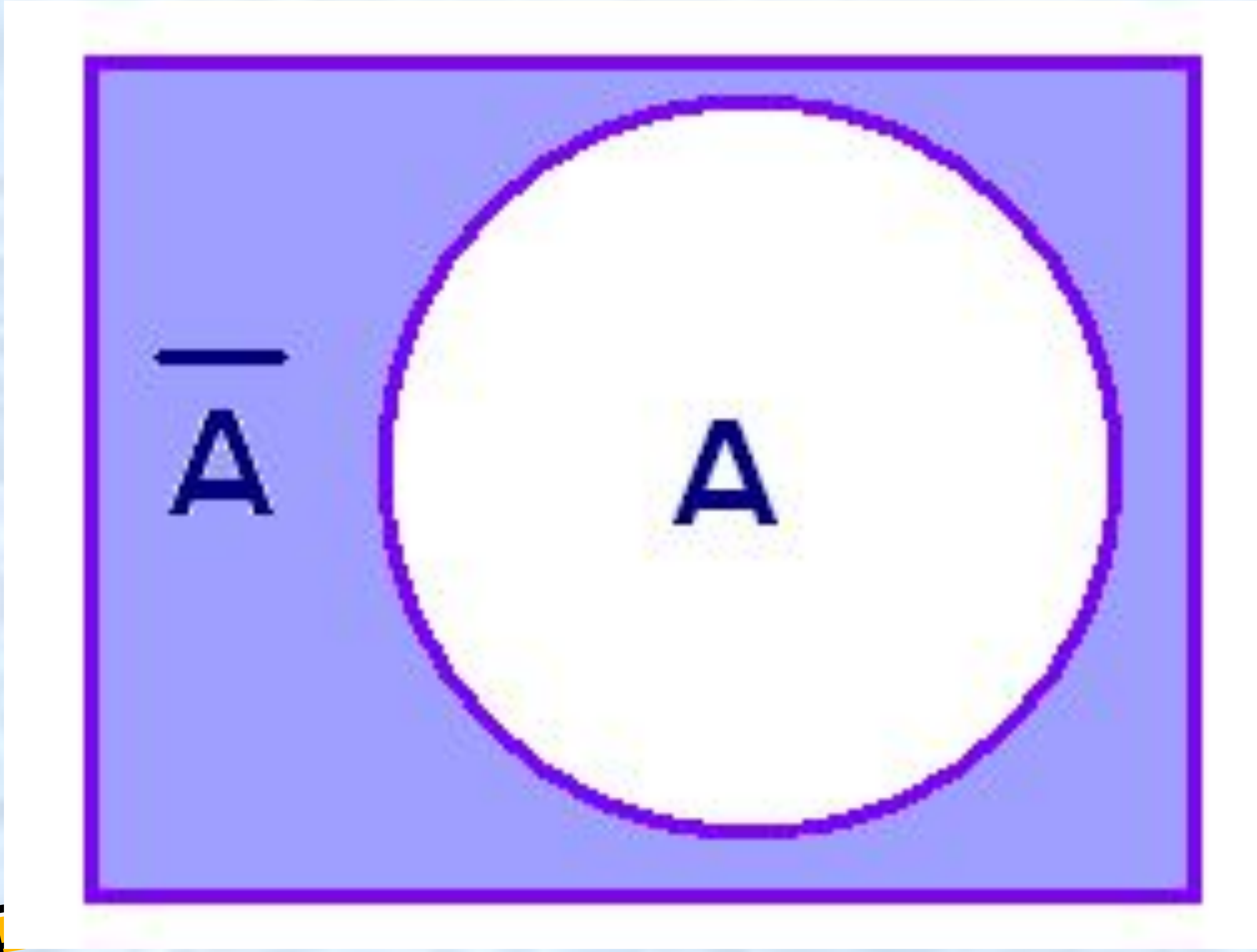
Операции над логическими высказываниями

Таблица истинности это табличное представление логической схемы (операции), в котором перечислены все возможные сочетания значений истинности входных сигналов (операндов) вместе со значением истинности выходного сигнала (результата операции) для каждого из этих сочетаний.

Логическое «*отрицание*»

(***<u>инверсия</u>*** или **<u>НЕ)</u>** обозначается чертой над высказыванием $\bar{A}$.

Диаграмма Эйлера-Венна:



Пример:

A = «*Луна — спутник Земли*»

$\overline{A}$ = "*Луна — не спутник Земли*"

Таблица истинности

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

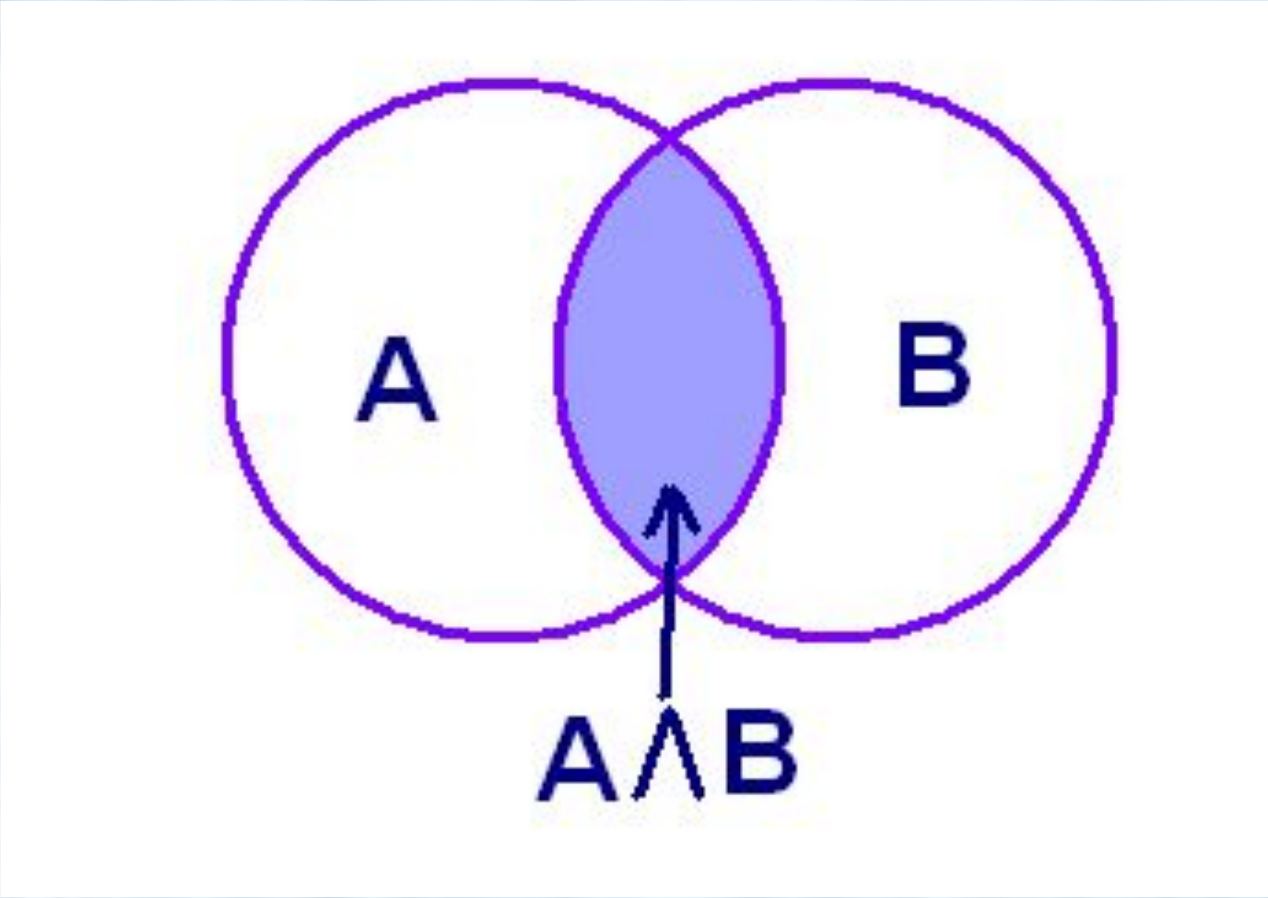
Высказывание А истинно, когда А ложно, и ложно, когда А истинно.

Логическое умножение

(«***и***», ***конъюнкция*** (лат. conjunctio — соединение)) обозначается точкой "·" (может также обозначаться знаками Λ или **&**).

A · B, A Λ B,   A & B

Диаграмма Эйлера-Венна:



Пример:

А = «10 делится на 2», А= 1

В = «5 больше 3», В = 1

С = « 4 – нечётное число», С = 0

А & В = *«10 делится на 2 и 5 больше 3»*, А & В = 1

А & С = *«10 делится на 2 и 4 – чётное число»,*

А & С = *0*

Таблица истинности

X	Y	X&Y
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Высказывание А · В истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания А и В истинны.

Логическое сложение

(***«или»***, ***дизъюнкция*** (лат. disjunctio — разделение) обозначается знаком **v** или +.

A V B, A + B

Диаграмма Эйлера-Венна:

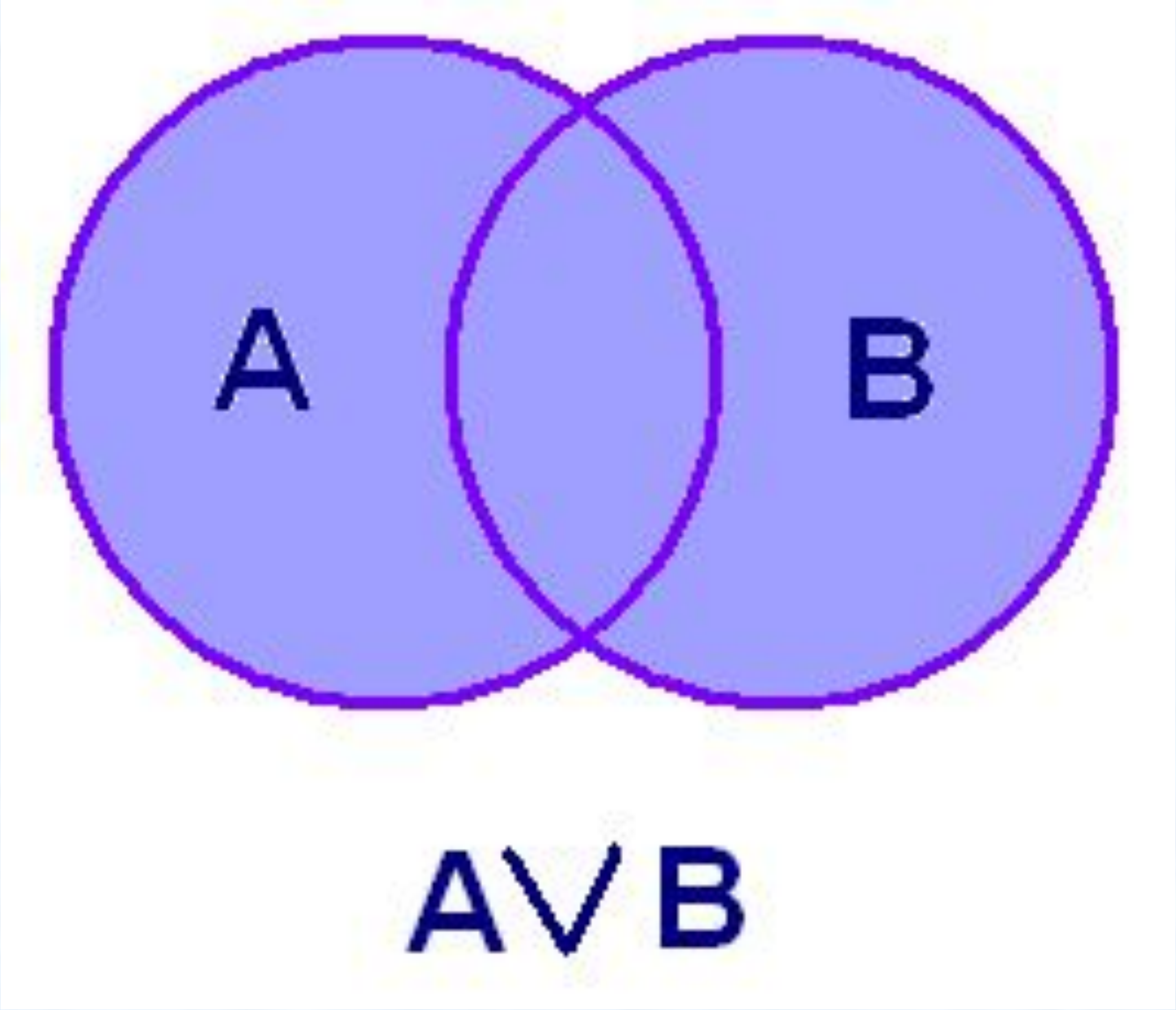


Таблица истинности

X	Y	X+Y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Высказывание А v В ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания А и В ложны.

Импликация (лат. *implico* — тесно связаны)

-операция, выражаемая связками ***«если ..., то…», «из ... следует…», «... влечет ...».***

Обозначается знаком $\rightarrow$.

A $\rightarrow$ B

.

Таблица истинности

A	B	A → B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Высказывание A → B ложно тогда и только тогда, когда A истинно, а B – ложно.

Эквиваленция (двойная импликация)

- операция, выражаемая связками ***«тогда и только тогда»***, ***«необходимо и достаточно»***, ***«... равносильно ...»***

Обозначается знаком $\leftrightarrow$ или **~.**

$$A \leftrightarrow B, \quad A \sim B.$$

Таблица истинности

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

-Высказывание A B истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают.

Пример:

А = «10 делится на 2», А= 1

В = «5 больше 3», В = 1

С = « 4 – нечётное число», С = 0

К = « 3 – чётное число», К = 0

А + В = *«10 делится на 2 или 5 больше 3»,* А + В = 1

А + С = *«10 делится на 2 или 4 – чётное число»,*

А + С = *1*

С + К = *« 4 – нечётное число или 3 – чётное число»,*

С+К = 0

Порядок выполнения логических операций

1.Сначала выполняется операция отрицания (“не”),
2. Затем конъюнкция (“и”),
3. После конъюнкции — дизъюнкция (“или”),
4. В последнюю очередь — импликация и эквиваленция.

Законы логики.

1. $A \to B = \neg A \vee B$
2. Законы де Моргана $\neg (A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

   $\neg (A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

3. Законы коммутативности A&B ⇔ B&A

   AVB ⇔ BVA

4. Законы ассоциативности (A&B)&C ⇔ A&(B&C)

   (AVB)VC ⇔ AV(BVC)

5. Законы дистрибутивности A&(BVC) ⇔ (A&B)V(A&C)

   AV(B&C) ⇔ (AVB)&(AVC)

6. Законы поглощения A&(AVB)⇔A

   AV(A&B)⇔A

7. Законы противоречия A&¬A=0
8. Закон исключения третьего AV¬A=1
9. Закон двойного отрицания ¬¬A=A
10. Закон контрапозиции A-›B⇔ ¬A->¬B