

# Раздел 20

## Анализ корреляции экспериментальных и расчетных результатов

# Раздел 20. Анализ корреляции экспериментальных и расчетных результатов

• ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ КОРРЕЛЯЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И РАСЧЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ.....	20 - 3
• ИНТЕГРАЦИЯ РАСЧЕТОВ И ИСПЫТАНИЙ.....	20 - 5
• ПЛАНИРОВАНИЕ ИСПЫТАНИЙ.....	20 - 6
• АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ.....	20 - 9
• ВЫВОДЫ.....	20 - 18
• УТОЧНЕНИЕ РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ.....	20 - 19
• ЛИТЕРАТУРА.....	20 - 27

# Введение в анализ корреляции экспериментальных и расчетных результатов

- Результаты, полученные с помощью MSC.Nastran, и опытные данные могут не совпадать вследствие недостатков моделирования и проведения испытаний.
- Известно выражение: “Никто, за исключением инженера-аналитика, не верит результатам расчетов; все, кроме испытателя, верят экспериментальным данным”
- Источники возникновения трудностей моделирования:
  - Физическая природа явления
  - Граничные условия
  - Свойства материалов
  - Податливость соединений
  - Задумано конструктором  $\neq$  сделано производителем
  - Демпфирование

# Введение в анализ корреляции экспериментальных и расчетных результатов

- Цели анализа корреляции экспериментальных и расчетных результатов:
  - Исследовать степень корреляции между результатами, полученными с помощью MSC.Nastran, и опытными данными.
  - Уточнить модель для лучшей согласованности данных расчетов и испытаний.
- Инженер, исследующий корреляцию, должен понимать данные эксперимента, расчета и знать возможные источники ненадежности как в тех, так и в других.

# Интеграция расчетов и испытаний

- Четыре этапа интеграции расчетов и испытаний:
  - ❑ Планирование эксперимента (моделирование испытаний)
  - ❑ Сбор (регистрация) данных, например, с помощью датчиков ускорений.
  - ❑ Обработка и анализ опытных данных (например, определение форм колебаний по экспериментальным данным)
  - ❑ Анализ результатов испытаний (оценка уровня согласованности результатов расчетов с помощью MSC.Nastran и опытных данных, уточнение модели для улучшения сходимости данных)
- Инженер-аналитик участвует в 1-м и 4-м этапах, этапы 2 и 3 – за инженером-испытателем.

# Планирование испытаний

- Создание исходной модели для определения оптимального воздействия на объект и расположения датчиков. Для этого есть два метода:
  - Моделирование и экспертный анализ
  - Проверка кросс-ортогональности
- Моделирование и экспертный анализ: используя MSC.Nastran, моделируйте испытания и ищите способ воздействия и расположение датчиков для получения максимального отклика.
- Проверка кросс-ортогональности:
- На базе планируемого расположения датчиков создайте A-set. Затем, используя редуцирование Гайана, вычислите собственные формы во всем интересующем частотном диапазоне, нормализуйте их по массе. Назовите эти результаты ( $\Phi_t$ ) “тест”-модами.
- Затем, удалив A-set, повторите вычисление собственных форм, выводя результаты только для тех степеней свободы, которые входили в A-set при предыдущем расчете. Назовите эти результаты ( $\Phi_a$ ) “расчетными” модами.

# Планирование испытаний

- При третьем запуске MSC.Nastran “прочитайте” данные и вычислите:

$$\Phi_t^T M_a \Phi_a$$

- Если планируемое расположение датчиков (A-set) адекватное, диагональные члены полученной матрицы будут равны 1, а внедиагональные – 0. Если внедиагональные члены матрицы не равны 0, то предлагаемое расположение датчиков неадекватное и должно быть пересмотрено. (На практике приемлемо, если внедиагональные члены меньше 0,05).
- В комплекте с MSC.Nastran поставляется процедура на языке DMAP (premasa.vxx) для выполнения планирования испытаний.

# Планирование испытаний

- Для лучшего понимания поведения объекта испытаний в MSC.Nastran могут быть также вычислены эффективная модальная масса<sup>1</sup> и модальная кинетическая энергия<sup>2</sup>.
- Для облегчения планирования испытаний и анализа их результатов расположение датчиков и их ориентация должны полностью соответствовать соответствующим допущениям при проведении расчетного анализа. Для выполнения этих требований в расчетной модели могут использоваться элементы RBAR, межузловые связи (MPC), альтернативные системы координат.
- После того, как определяются места расположения датчиков и приложения воздействий, испытания д.б. промоделированы для того, чтобы убедиться, что образец в процессе их проведения не будет перегружен (и, следовательно, поврежден).
- 1. Для  $i$ -ой моды эффективная масса равна  $(\Phi_i^T M D_m)$
- где  $M$  – матрица масс и  $D_m$  – вектор колебаний жесткого тела.
- 2. Для  $i$ -ой моды кинетическая энергия равна  $(\Phi_i^T M \Phi_i) \omega_i^2$



# Анализ результатов испытаний

- Сравнение результатов расчетов, полученных с помощью MSC.Nastran, и результатов испытаний путем экспертной оценки или проверки кросс-ортогональности.
- Экспертная оценка с использованием графических возможностей
  - Графики:
    - Нарисуйте опытные и расчетные данные на одном графике и сравните степень их соответствия по величине и частотному составу.
    - Убедитесь, что сравниваемые зависимости соответствуют по расположению и ориентации.
  - Графические изображения конструкции:
    - Нарисуйте расчетные и экспериментально полученные формы колебаний и сравните их на предмет соответствия (можно также использовать возможности анимации).
- Экспертным оценкам могут быть подвергнуты и “неграфические” результаты, такие, например, как значения резонансных частот.

# Анализ результатов испытаний

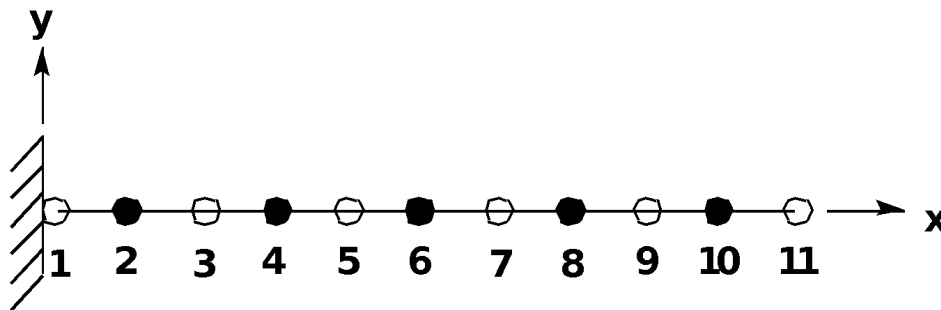
- Проверка кросс-ортогональности
- Величина, подлежащая проверке на кросс-ортогональность при анализе корреляции опытных и расчетных данных, определяется как

$$\Phi_t^T M_{aa} \Phi_a = \text{COR}$$

- где  $\Phi_t$  - экспериментально полученные моды
- $M_{aa}$  - матрица масс, соответствующая A-set
- $\Phi_a$  - моды, полученные расчетом для A-set
- Для соответствия расчетных и опытных данных внедиагональные члены должны быть меньше 10% от диагональных членов.
- Порядок чередования “расчётных” и “опытных” мод может быть нарушен, что приведет к большим значениям внедиагональных членов матрицы корреляции COR.
- При несоответствии опытных и расчетных данных может возникнуть необходимость уточнения расчетной модели.

# Анализ результатов испытаний

- Пример анализа матрицы COR
- Рассмотрим плоскую модель балки. Положим, что датчики ускорений в направлениях X и Y располагаются в каждом четном узле.



○ = grid point

● = A-set point

# Анализ результатов испытаний

- Частоты и формы колебаний, полученные при эксперименте

Grid Point	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6
2x	0	0.15	0	0.45	1	0
2y	0	0	0.15	0	0	0.3
4x	0	0.45	0	1	0.95	0
4y	0.15	0	0.75	0	0	1
6x	0	0.7	0	0.7	-1	0
6y	0.4	0	1	0	0	0.05
8x	0	0.9	0	-0.15	-0.95	0
8y	0.7	0	0.45	0	0	-0.85
10x	0	1	0	-0.85	1	0
10y	1	0	-0.75	0	0	0.25
Frequency (Hz)	14.2	50.5	85.2	144.1	245.3	257.3

# Анализ результатов испытаний

- Частоты и формы колебаний, полученные при помощи MSC.Nastran

Grid Point	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6
2x	0	0.254	0	0.773	0	1.316
2y	0.038	0	0.207	0	-0.526	0
4x	0	0.736	0	1.681	0	1.316
4y	0.309	0	1.183	0	-1.759	0
6x	0	1.147	0	1.203	0	-1.316
6y	0.77	0	1.62	0	-0.078	0
8x	0	1.445	0	-0.266	0	-1.316
8y	1.34	0	0.747	0	1.524	0
10x	0	1.602	0	-1.516	0	1.316
10y	1.957	0	-1.145	0	-0.474	0
Frequency (Hz)	13.91	49.45	86.38	150.59	244.03	256.5

- Частоты, полученные экспериментально и с помощью MSC.Nastran, близки

# Анализ результатов испытаний

```
ID      PRETEST, DYNOTES
SOL 103
TIME 15
COMPILE MODERS, SOUIN=MSCSOU, NOLIST, NOREF
ALTER 'mxx.*phix'$
MATPRN  MXX,,,,/$
MATPCH  MXX,PHIX,,,,/$
CEND
TITLE = MSC.Nastran ----- MSC/XL
SUBTITLE = MODES CASE CONTROL
LABEL = DEFAULT SUBCASE STRUCTURE
DISP = ALL
SPC=1
METHOD=100
BEGIN BULK
PARAM  AUTOSPC YES
GRDSET, , , , , , 345
BAROR, , , , , 0., 1., 0.
GRID   1      0.0      0.0      0.0
GRID   2      1.      0.0      0.0
GRID   3      2.      0.0      0.0
GRID   4      3.      0.0      0.0
GRID   5      4.      0.0      0.0
GRID   6      5.      0.0      0.0
GRID   7      6.      0.0      0.0
GRID   8      7.      0.0      0.0
GRID   9      8.      0.0      0.0
GRID  10      9.      0.0      0.0
GRID  11     10.      0.0      0.0
CBAR   1      1      1      2
CBAR   2      1      2      3
CBAR   3      1      3      4
CBAR   4      1      4      5
CBAR   5      1      5      6
CBAR   6      1      6      7
CBAR   7      1      7      8
CBAR   8      1      8      9
CBAR   9      1      9     10
CBAR  10      1     10     11
$ REDUCE TO TEST DOF
ASET1, 12, 2, 4, 6, 8, 10
SPC   1      1     123456      0.0
PBAR  1      1      .01     .016     .016
MAT1  1      3.+7      .3      7.7
EIGRL 100     0.0     10000.      6
ENDDATA
```

**Замечание:** Расположение узлов, входящих в A-set, такое же, как и датчиков при испытаниях.

# Анализ результатов испытаний

```
ID COR, DYN.NOTES
TIME 30
SOL 100
COMPILE USERDMAP, SOUIN=MSCSOU, NOLIST, NOREF
ALTER 2 $
$-----
$ DMAP TO COMPUTE CROSS-ORTHOGONALITY
$   INPUTS FROM MSC.Nastran RUN:  MXX (A-SET MASS)
$                                   PHIX (A-SET MODE SHAPES)
$   (PREVIOUS M/N RUN USED MATPCH TO PUNCH DMI ENTRIES)
$   INPUT FROM TEST:  PHITEST (A-SET MODE SHAPES)
$   OUTPUTS:  UNITCHK (UNIT MASS CHECK)
$               COR (CROSS-ORTHOGONALITY MATRIX)
$-----
$ READ DMI INPUT
DMIIN DMI,DMINDX/PHIX,PHITEST,MXX,,,,,,/ $
$ VERIFY INPUT MATRICES
MATPRN PHIX,PHITEST,MXX,,,// $
$ MULTIPLY PHIX(TRANS)*MXX = PHITMASS
MPYAD PHIX,MXX,/ PHITMASS /1///$
$ MULTIPLY PHITMASS*PHIX = UNITCHK
MPYAD PHITMASS,PHIX,/ UNITCHK // $
$ PRINT TITLE AND UNITCHK
MATPRN UNITCHK,,,,// $
MESSAGE // 'CHECK ON UNIT MASS'/ $
$ MULTIPLY PHITMASS*PHITEST = COR
MPYAD PHITMASS,PHITEST,/ COR // $
$ PRINT TITLE AND COR
MATPRN COR,,,,// $
MESSAGE // 'CROSS-ORTHOGONALITY MATRIX'/ $
ENDALTER
CEND
TITLE =      CROSS-ORTHOGONALITY CHECK
BEGIN BULK
DMI,PHITEST,0,2,1,0,,10,6
DMI,PHITEST,1,1,0,,.0,0,,.15,0.,
,.40,0,,.70,0.,1.0
DMI,PHITEST,2,1,.15,0,,.45,0,,.70,
,0,,.90,0.,1.0,0.
.
. (rest of PHITEST)
.
```

# Анализ результатов испытаний

```
DMI      MXX      0      6      1      0      10      10
DMI*     MXX      1      1      1      1      9.62499976E-02
*        3      1.92499999E-02
DMI*     MXX      2      2      1.38867334E-01
*        4      2.67470982E-02      6      -1.37760025E-02
*        8      4.32037748E-03      10     3.94638191E-05
.
. (rest of MXX)
.
DMI      PHIX     0      2      1      0      10      6
DMI*     PHIX     1      1      -1.02694275E-17
*        3.79799381E-02 -3.21330419E-17 3.09179097E-01 1.62494801E-17
*        7.69559503E-01 -1.60461922E-17 1.34014440E+00 -4.83748987E-17
*        1.95740056E+00
DMI*     PHIX     2      1      2.53673702E-01
*        -3.71932167E-18 7.36189783E-01 -2.11487186E-17 1.14664245E+00
*        -1.32509834E-17 1.44485378E+00 -5.04831637E-19 1.60163271E+00
*        1.19194476E-17
.
. (rest of PHIX)
.
ENDDATA
```



# Анализ результатов испытаний

```
MATRIX COR      (GINO NAME 101 ) IS A DB  PREC      6 COLUMN X      6 ROW SQUARE  MATRIX.
COLUMN          1      ROWS          1 THRU          6  -----
ROW
1)      5.1380D-01  6.7188D-19  1.8822D-03 -1.6038D-17  8.3091D-03 -1.5467D-16
COLUMN          2      ROWS          1 THRU          6  -----
ROW
1)     -1.0247D-17  6.1972D-01  3.1542D-18 -5.7035D-03 -1.0390D-17 -8.8287D-09
COLUMN          3      ROWS          1 THRU          6  -----
ROW
1)     -1.5467D-02 -6.3725D-18  6.3014D-01 -2.7673D-17 -4.6145D-03  9.5503D-17
COLUMN          4      ROWS          1 THRU          6  -----
ROW
1)      2.5192D-18  1.1390D-02  8.1214D-17  5.8007D-01 -1.0636D-16  7.5993D-03
COLUMN          5      ROWS          1 THRU          6  -----
ROW
1)     -1.0452D-17  5.3899D-03 -2.1283D-17 -1.3447D-02  1.2668D-14  7.4474D-01
COLUMN          6      ROWS          1 THRU          6  -----
ROW
1)     -3.2927D-03 -2.5409D-18  8.7221D-03 -2.3220D-16 -5.6143D-01  9.6348D-15
THE NUMBER OF NON-ZERO TERMS IN THE DENSEST COLUMN =      6
THE DENSITY OF THIS MATRIX IS 100.00 PERCENT.
^^^CROSS-ORTHOGONALITY MATRIX
```

# Выводы

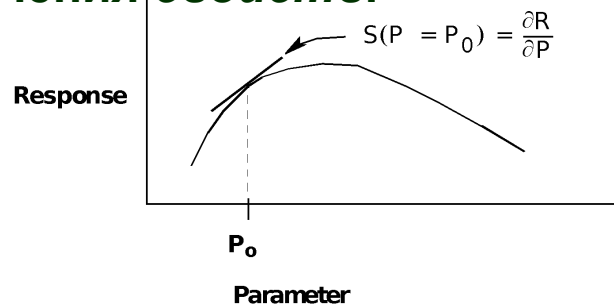
- 1. Матрица COR указывает на хорошее совпадение форм (внедиагональные члены малы по сравнению с диагональными).
- 2. “Опытная” мода 5 - это “расчетная” мода 6 наоборот. На это указывают большие значения членов (5,6) и (6,5) матрицы COR.
- 3. Величина диагональных членов не равна 1,0 потому что “опытные” моды не нормализованы до единичной массы (они нормализованы до единичного максимального компонента).
- 4. Для подготовки к вводу опытных данных с помощью оператора DMI необходима их некоторая предварительная обработка.
- 5. Для анализа большого количества мод может быть разработана дополнительная процедура на языке DMAP для упрощения вида результатов расчета кросс-корреляции.
- 6. Процедура на языке DMAP для выполнения проверки кросс-корреляции (postmasa.vxx) – одна из предоставляемых частей MSC.Nastran.

# Уточнение расчетной модели

- Существует три пути улучшения расчетной модели для достижения соответствия расчетных и опытных данных:
  - 1. Использование “грубой” силы
  - 2. Использование матрицы чувствительности
  - 3. Использование методики оптимизации
- Все методы подразумевают изменение параметров модели таких как  $I$  и  $A$  для BAR’ов и  $t$  для QUAD’ов. Упругость основания также может рассматриваться в качестве параметра, если она в явном виде представлена в модели (например, с помощью ELAS’ов).
- Метод “грубой” силы:
  - Изменения модели производятся на базе экспертных оценок и результатов “прикидочных” расчетов.
  - После изменения модели расчет с помощью MSC.Nastran повторяется и его результаты анализируются на предмет лучшего согласования с опытными данными.
  - Если согласие данных не улучшается, - новые изменения и т.д.

# Уточнение расчетной модели

- Матрица чувствительности:
- Чувствительность – это градиент отклика по параметру модели.  
“Отклики” – это результаты вычислений с помощью MSC.Nastran, а  
“параметры” – значения *свойств*.



- Каждое значение в матрице чувствительности  $S$  определяется как

$$S_{ij} = \partial R_i / \partial P_j$$

- где  $R_i$  -  $i$ -ый отклик и  $P_j$  -  $j$ -ый параметр.
- Чем больше величина  $S_{ij}$ , тем больше чувствительность отклика.
- SOL 200 в MSC.Nastran вычисляет матрицу чувствительности.
- Матрица  $S$  может использоваться для оценки того, какой параметр необходимо изменить для изменения соответствующего отклика.

# Уточнение расчетной модели

- Матрица  $S$  также может быть получена и использована посредством метода наименьших квадратов для минимизации разницы между результатами испытаний и расчетов:

- $$P_n = P_o + (S^T S)^{-1} S^T (R_t - R_a)$$

- где  $P_n$  - новое значение параметра, подлежащего изменению
- $P_o$  - значение параметра до изменения
- $S$  - матрица чувствительности
- $R_t$  - “опытный” отклик
- $R_a$  - “расчетный” отклик

# Уточнение расчетной модели

- Использование оптимизации:

- “Инструмент” - SOL 200
- Цель: минимизация разницы между опытными и расчетными результатами, но при минимальных изменениях в исходной модели
- Оператор DEQATN используется для записи целевой функции в виде “взвешенной” разности между опытными и расчетными результатами.

$$E = wt * \sum_{i=1}^{\text{test data}} WR_i * (RT_i - RA_i)^2 + wp * \sum_{j=1}^{\text{model params}} WP_j * (PF_j - PO_j)^2$$

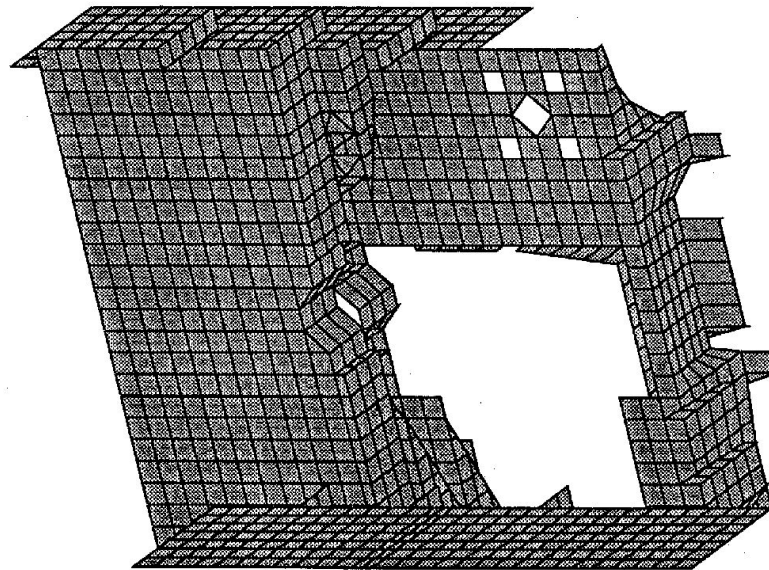
- где  $RT_i$  -  $i$ -ый результат испытаний
- $PF_j$  -  $j$ -ый параметр модели после уточнения
- $RA_i$  -  $i$ -ый расчетный результат
- $PO_j$  - исходное значение  $j$ -го параметра
- $WR_i$  - весовой коэффициент для  $i$ -го испытания
- $WP_j$  - весовой коэффициент для  $j$ -го параметра
- $wt$  - весовой коэффициент для всех опытных данных
- $wp$  - весовой коэффициент для всех параметров

- SOL 200 минимизирует целевую функцию (E) с учётом ограничений.

# Уточнение расчетной модели

- Пример

- Модель корпуса дисководов, включающая 1406 узлов, 1354 оболочечных элементов, четыре переменных проектирования (толщины оболочек) и четыре упругих моды, полученные в результате эксперимента
- Необходимо минимизировать разницу между частотами собственных колебаний, вычисленными с помощью MSC.Nastran и полученными экспериментально



# Уточнение расчетной модели

- **Пример**

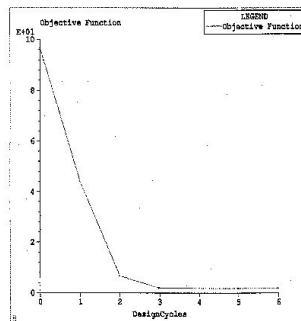
- Весовой коэффициент для опытных данных в 100 раз больше весового коэффициента для параметров.
- Учитываются верхние и нижние ограничения на допустимую толщину оболочечных элементов.
- После 5 итераций (шагов) достигнута сходимость
- Результаты:

Frequencies (Hz)		
Test	Baseline	Final
346	234	346
1307	892	1295
1567	1165	1460
1678	1267	1695

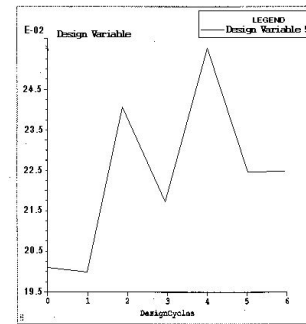
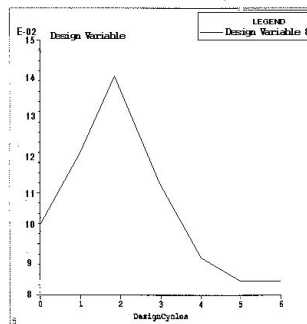
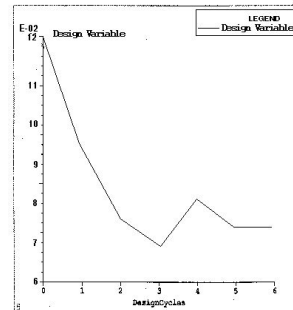
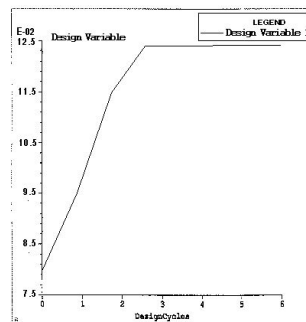
Plate Thicknesses (in.)			
Baseline	Lower Bound	Upper Bound	Final
.08	.05	.125	.125
.12	.05	.20	.075
.10	.05	.15	.084
.20	.10	.30	.227



# Уточнение расчетной модели



Величина погрешности



Толщины оболочечных элементов

# Уточнение расчетной модели

- SOL 200 может также использоваться для улучшения корреляции с экспериментальными результатами по определению частотного отклика.
- Возможно использование для улучшения корреляции статических результатов.
- Для достижения лучших результатов необходимо использовать как можно больше опытных данных (включая вес конструкции).
- В качестве оптимизируемых необходимо рассматривать только те параметры, в значениях которых действительно есть неуверенность.

# Литература

- Blakely, K. and Dobbs, M., “Integrated System Identification: The Union of Testing and Analysis,” *Proceedings First International Modal Analysis Conference*, November 1982.
- Kientzy, D., Richardson, M. and Blakely, K., “Using Finite Element Data to Set Up Modal Tests,” *Sound and Vibration*, June 1989.
- Blakely, K., “Updating MSC.Nastran Models to Match Test Data,” *Proceedings MSC World Users’ Conference*, March 1991.
- Blakely, K. and Rose, T., “Cross-Orthogonality Calculations for Pre-Test Planning and Model Verification,” *Proceedings MSC World Users’ Conference*, May 1993.
- Blakely, K., “Matching Frequency Response Test Data with MSC.Nastran,” *Proceedings MSC World Users’ Conference*, June 1994.

**NAS102**

**Декабрь 2001, Стр. 20-28**  
**MSC Moscow**

