

Хеш-таблицы

Лекция 8

Хеш-функция

Определение. Хеш-функция, это функция, которая преобразует произвольное число в число из определенного диапазона $0, \dots, M-1$.

Примеры.

$$h(x) = x \bmod M$$

$$h(x) = A * x + B \bmod M$$

$$h(x) = x, \text{ если } |x| < M \text{ и } h(x) = 0 \text{ иначе.}$$

Хеш-таблица

Хеш-таблица – это такая таблица, в ячейках которой хранятся элементы в соответствии со значениями их хеш-функций.

Метод открытой адресации

Хеш функция $h(x)=x \bmod 10$

Строим хеш-таблицу из чисел

7, 54, 20, 1, 45, 32.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

| | | | | | | | | | |
|----|---|----|--|----|----|--|---|--|--|
| 20 | 1 | 32 | | 54 | 45 | | 7 | | |
|----|---|----|--|----|----|--|---|--|--|

Добавим число 50. Помещаем в первую свободную ячейку после 0. Добавим 33.

Помещаем в первую свободную ячейку после 3.

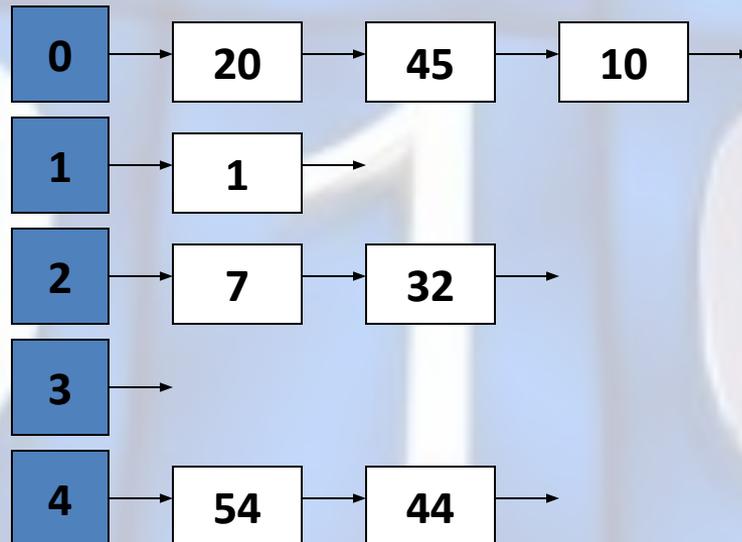
| | | | | | | | | | |
|----|---|----|-----------|----|----|-----------|---|--|--|
| 20 | 1 | 32 | <u>50</u> | 54 | 45 | <u>33</u> | 7 | | |
|----|---|----|-----------|----|----|-----------|---|--|--|

Метод цепочек

Хеш функция $h(x)=x \bmod 5$

Строим хеш-таблицу из чисел

7, 54, 20, 1, 45, 32, 10, 44



Операции с хеш-таблицей

1. Вставка элемента

1. Удаление элемента

1. Поиск элемента

Реализация метода открытой адресации - 1

```
#include <iostream>
using namespace std;

const int size = 10;
struct Element {
    int item;
    bool empty;
};
Element hashtable[size];
int hfunc(int x) {
    return x%size;
}
```

Реализация метода открытой адресации - 2

```
void init() {  
    for (int i=0; i<size; i++) {  
        hashtable[i].empty = true;  
    }  
}
```

Реализация метода открытой адресации - 3

```
int getEmptyPosition(int x) {  
    int h = hfunc(x);  
    int i=h;  
    int trials=0;  
    while (trials<size) {  
        if (hashtable[i].empty) {  
            return i;  
        }  
        i=(i+1)%size;  
        trials++;  
    }  
    return -1;  
}
```

Реализация метода открытой адресации - 4

```
void add(int x) {  
    int pos = getEmptyPosition(x);  
    if (pos==-1) {  
        cout << "No place\n";  
    } else {  
        hashtable[pos].item=x;  
        hashtable[pos].empty=false;  
    }  
}
```

Реализация метода открытой адресации - 5

```
void displayTable() {  
    for (int i=0; i<size; i++) {  
        if (!hashtable[i].empty) {  
            cout << hashtable[i].item << " ";  
        }  
    }  
    cout << endl;  
}
```

Реализация метода открытой адресации - 6

```
void traceTable() {
    for (int i=0; i<size; i++) {
        if (!hashtable[i].empty) {
            cout << hashtable[i].item << " ";
        } else {
            cout << -1 << " ";
        }
    }
    cout << endl;
}
```

Реализация метода открытой адресации - 7

```
int main()
{
    init();
    add(rand() % 100);
    add(rand() % 100);
    add(rand() % 100);
    add(rand() % 100);
    add(rand() % 100);

    displayTable();
    traceTable();
    system("pause");
    return 0;
}
```

```
0 41 34 24 67 78 69
0 41 -1 -1 34 24 -1 67 78 69
Всего элементов в таблице: 10
```

Реализация метода цепочек - 1

```
struct Element {
    int item;
    Element* next;
};

int size=10;
Element* hashtable[10];

void init() {
    for (int i=0; i<size; i++) {
        hashtable[i] = NULL;
    }
}
```

Реализация метода цепочек - 2

```
Element* createElement(int x) {
    Element* newElement = new Element;
    newElement->item = x;
    newElement->next = NULL;
    return newElement;
}

int hfunc(int x) {
    return x%size;
}
```

Реализация метода цепочек - 1

```
void add(int x) {
    int h = hfunc(x);
    if (hashtable[h]==NULL) {
        hashtable[h] = createElement(x);
    } else {
        Element* temp=hashtable[h];
        while (temp->next != NULL) {
            temp=temp->next;
        }
        temp->next=createElement(x);
    }
}
```

Реализация метода цепочек - 1

```
void displayChain(Element* chain) {  
    Element* temp=chain;  
    while (temp != NULL) {  
        cout << temp->item << " ";  
        temp=temp->next;  
    }  
}
```

Реализация метода цепочек - 1

```
void displayTable() {
    for (int i=0; i<size; i++) {
        displayChain(hashtable[i]);
    }
    cout << endl;
}

void traceTable() {
    for (int i=0; i<size; i++) {
        cout << i << " -> ";
        displayChain(hashtable[i]);
        cout << endl;
    }
}
```

Реализация метода цепочек - 1

```
int main() {  
    init();  
    for (int i=0; i<20; i++) {  
        add(rand()%100);  
    }  
    displayTable();  
    traceTable();  
    system("pause");  
    return 0;  
}
```

Реализация метода цепочек - 1

```
0 41 81 61 62 34 24 64 5 45 67 27 78 58 69
0 -> 0
1 -> 41 81 61
2 -> 62
3 ->
4 -> 34 24 64
5 -> 5 45
6 ->
7 -> 67 27
8 -> 78 58
9 -> 69
```

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое хеш-таблица? Привести примеры.
2. Какие методы построения хеш-таблиц существуют?
3. Что такое коллизия?
4. Описать алгоритм и привести примеры построения хеш-таблицы методом открытой адресации.
5. Описать алгоритм и привести примеры построения хеш-таблицы методом открытий адресации.
6. Привести примеры вырожденных случаев, когда сложность поиска в хеш-таблице становится того же порядка, что и при последовательном поиске.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Реализуйте операции вставки, проверки на пустоту и вывода хеш-таблицы методом открытой адресации.
2. Реализуйте операции вставки, проверки на пустоту и вывода хеш-таблицы методом цепочек.
3. Реализуйте подсчет количества чисел, больших введенного пользователем числа в хеш-таблице.
4. Реализуйте вычисление суммы элементов хеш-таблицы.
5. Реализуйте нахождение максимального и минимального элемента в хеш-таблице.
6. Реализуйте вывод нечетных элементов хеш-таблицы.
7. Определите, есть ли введенный пользователем элемент в хеш-таблице.
8. Вычислите среднее арифметическое элементов хеш-таблицы.
9. Определите количество двузначных элементов в хеш-таблицы.