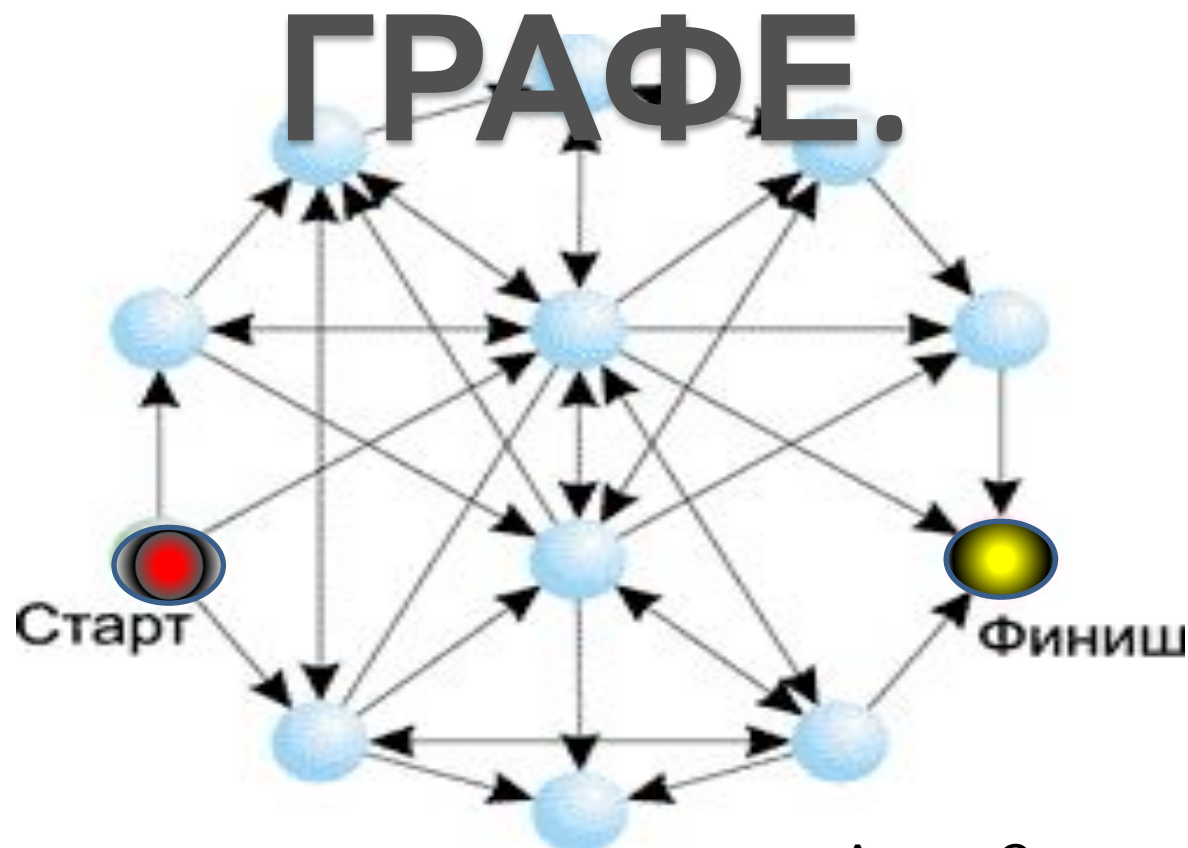


ГРАФЫ. ПОИСК ПУТЕЙ В



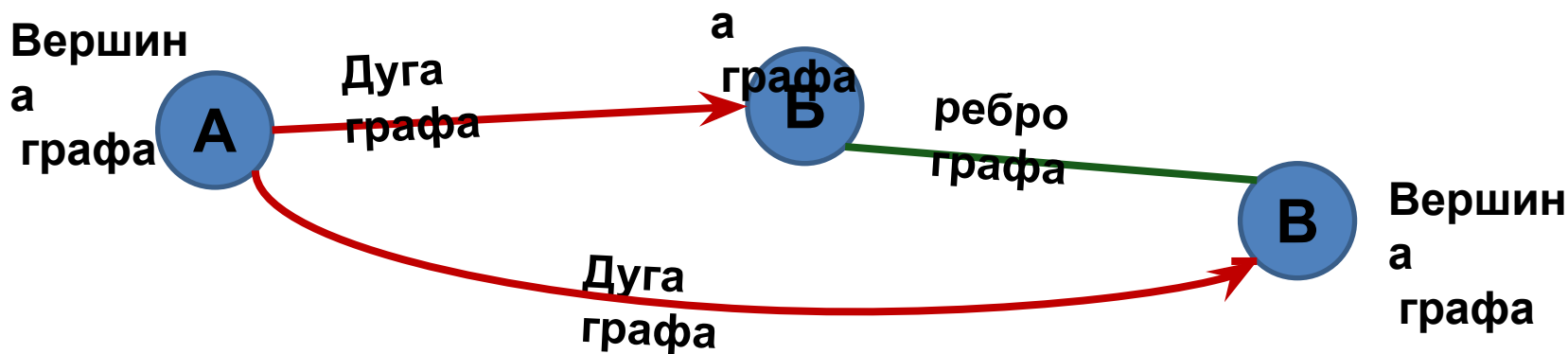
Автор: Сергеенкова И.М.,
ГБОУ Школа № 1191, г. Москва

Граф и его элементы. Основные понятия.

Граф – это совокупность объектов со связями между ними.

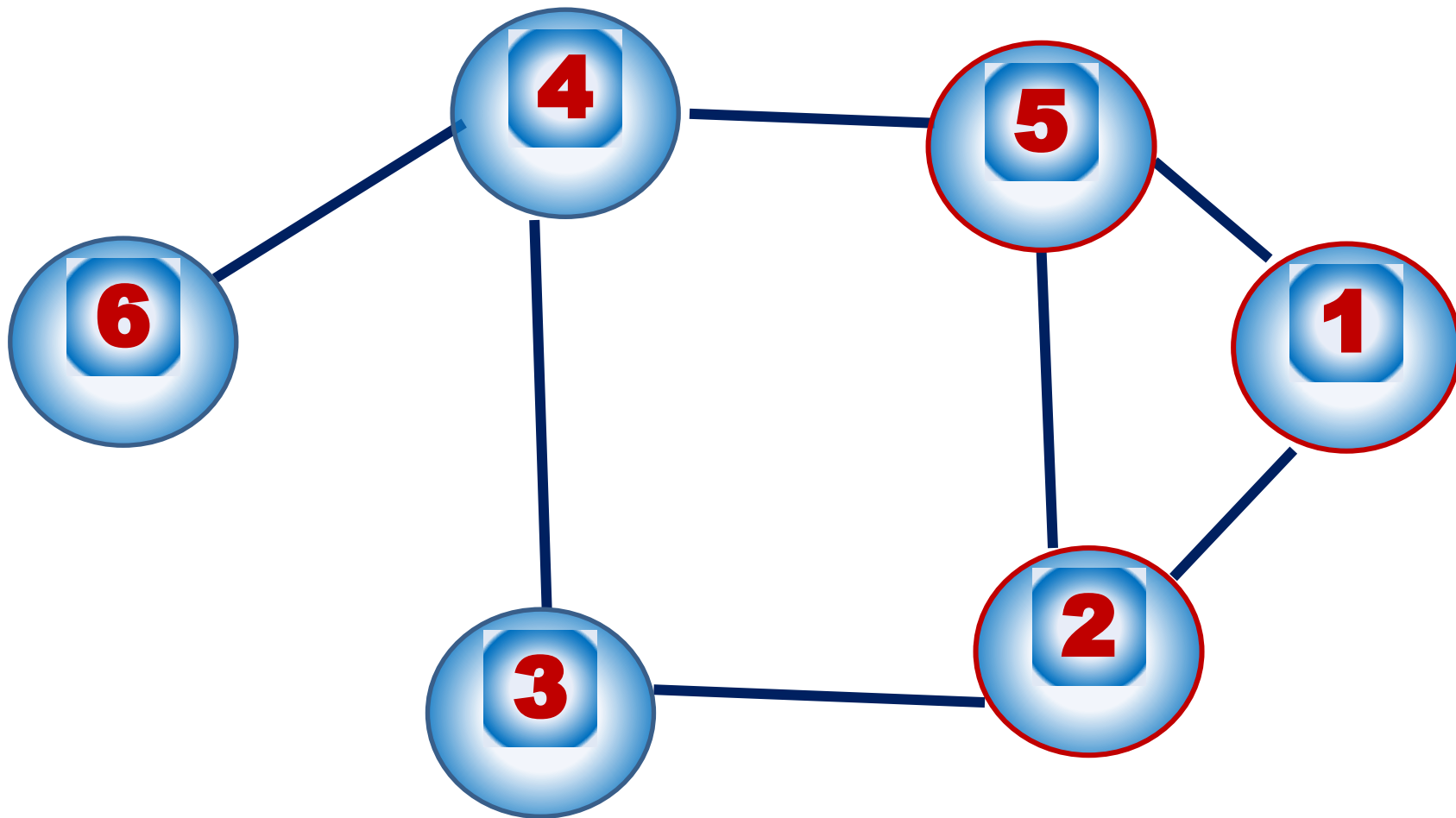
Объекты рассматриваются как вершины, или узлы графа, а связи – как дуги, или ребра.

Ребро графа называется **дугой**, если одна из его вершин считается **начальной**, другая – **конечной**.

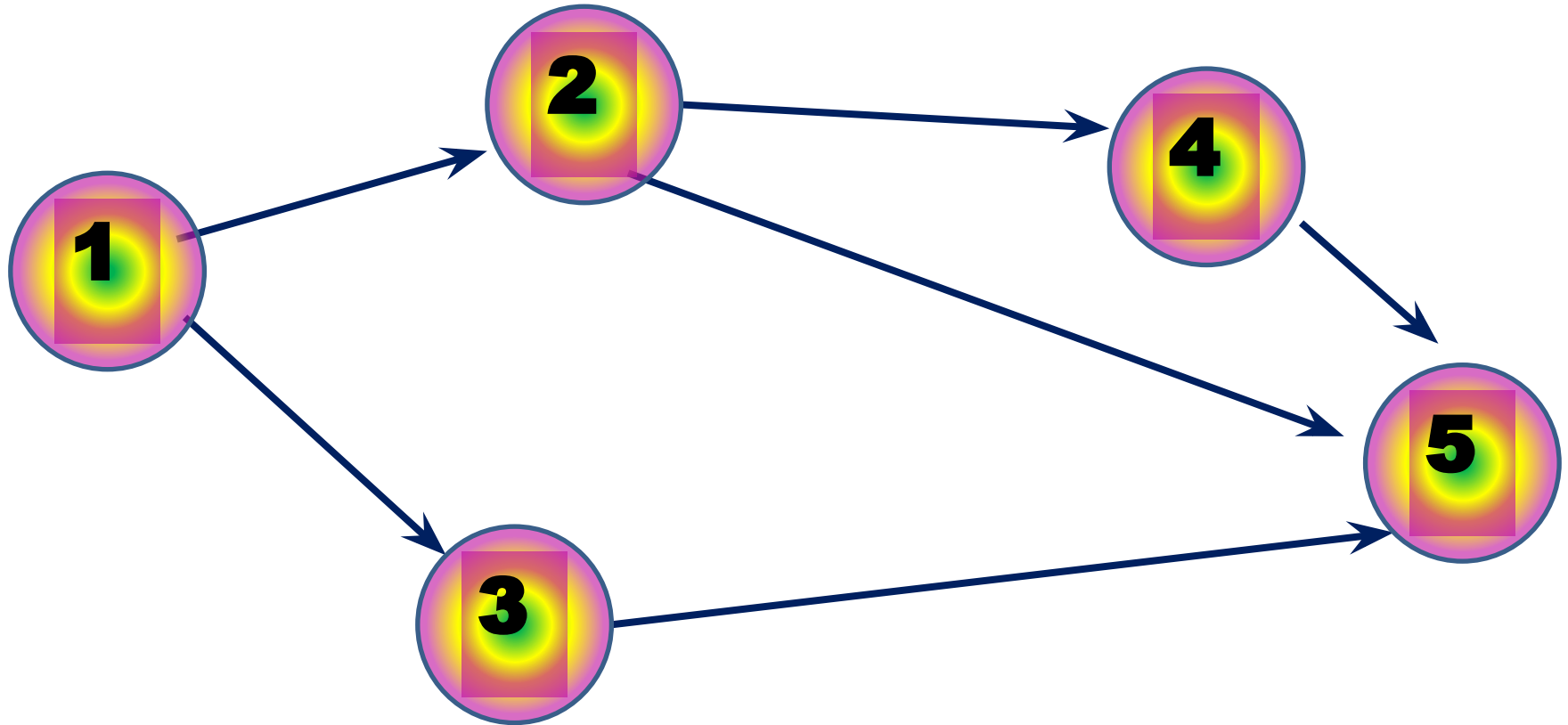


Основные элементы графа состоят из **вершин графа**, **ребер графа** и **дуг графа**. Сочетание этих элементов определяет понятия: **неориентированный граф**, **ориентированный граф** и **смешанный граф**.

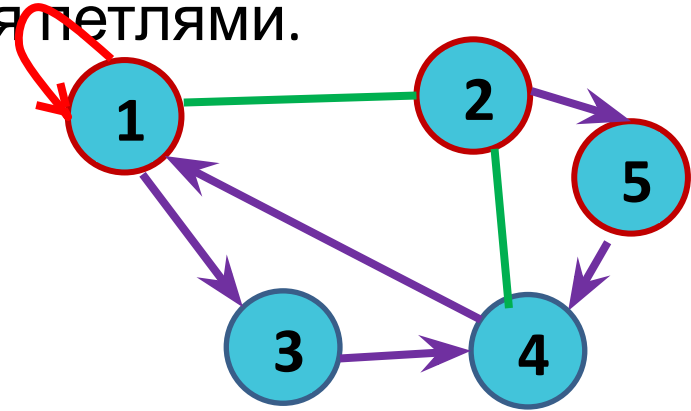
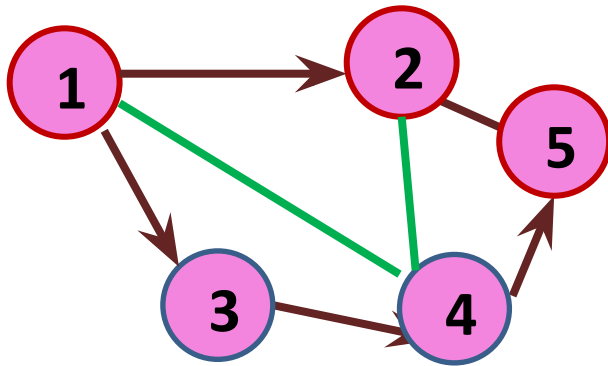
Неориентированный граф – это граф, для каждого ребра которого несуществен порядок двух его конечных вершин.



Ориентированный граф – это граф, для каждого ребра которого существует порядок двух его конечных вершин. Пара вершин может соединяться двумя или более ребрами (дугами одного направления), такие ребра называются кратными.



Смешанный граф – это граф, содержащий как ориентированные, так и неориентированные ребра. Любой из перечисленных видов графа может содержать одно или несколько ребер, у которых оба конца сходятся в одной вершине, такие ребра называются петлями.



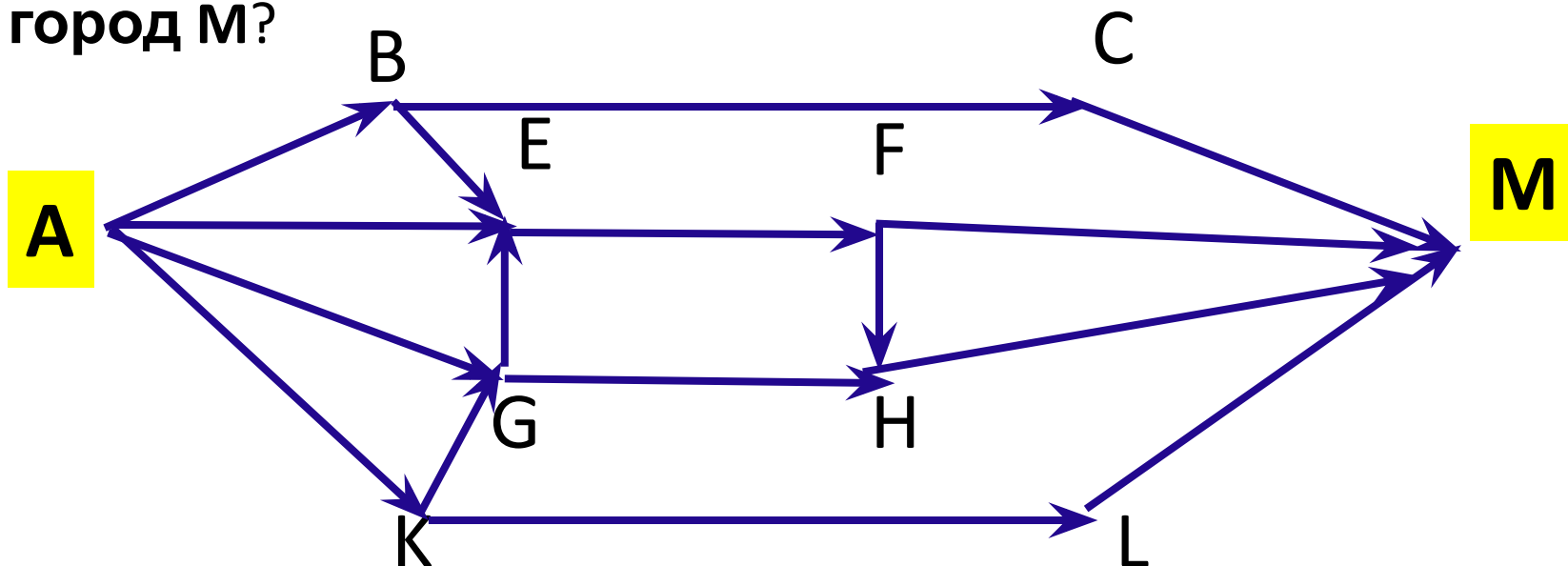
Путем в графе называют конечную последовательность вершин, в которой каждая вершина соединена ребром с последующей в последовательности вершин. Длиной пути во взвешенном графе называют сумму длин звеньев этого пути. Количество **k** ребер в пути называется **длиной пути**. Путь называют **циклом**, если в нем первая и последняя вершины совпадают.

Задачи на поиск путей в Графе

Задача 1.

На рисунке – схема дорог, связывающих города А, В, С, D, Е, F, G, H, K, L, М. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город М?



Решени

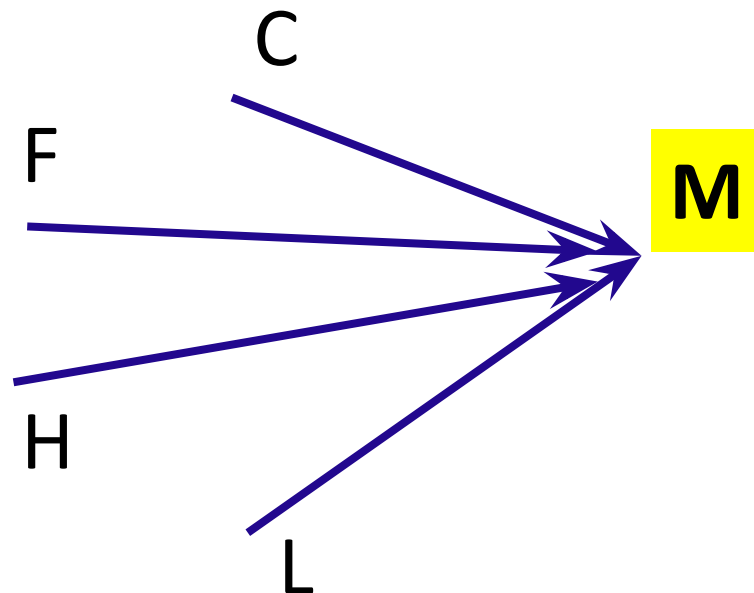
е

Решение задачи

1. Начнем считать количество путей с конца маршрута – с города **M**.

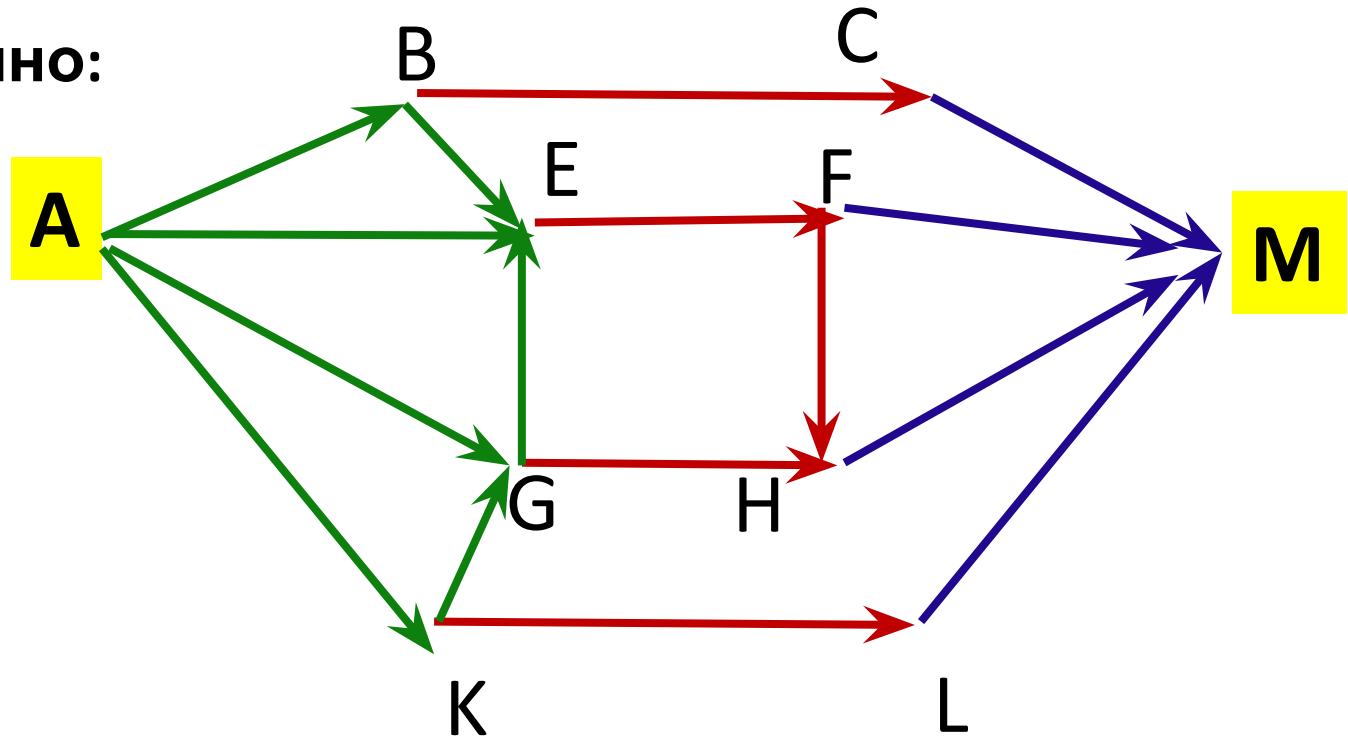
N_x — количество различных путей из города A в город X, N — общее число путей. В "M" можно приехать из C, F, L или H, поэтому

$$N = N_M = N_C + N_F + N_H + N_L \quad (1)$$



2. Аналогично:

$$\begin{aligned}N_C &= N_B; \\N_F &= N_E; \\N_H &= N_F + N_G; \\N_L &= N_K.\end{aligned}$$



3. Добавим еще вершины:

$$\begin{aligned}N_B &= N_A = 1; \\N_E &= N_B + N_A + N_G = 1 + 1 + 2 = 4; \\N_G &= N_A + N_K = 1 + 1 = 2; \\N_K &= N_A = 1.\end{aligned}$$

4. Преобразуем верши

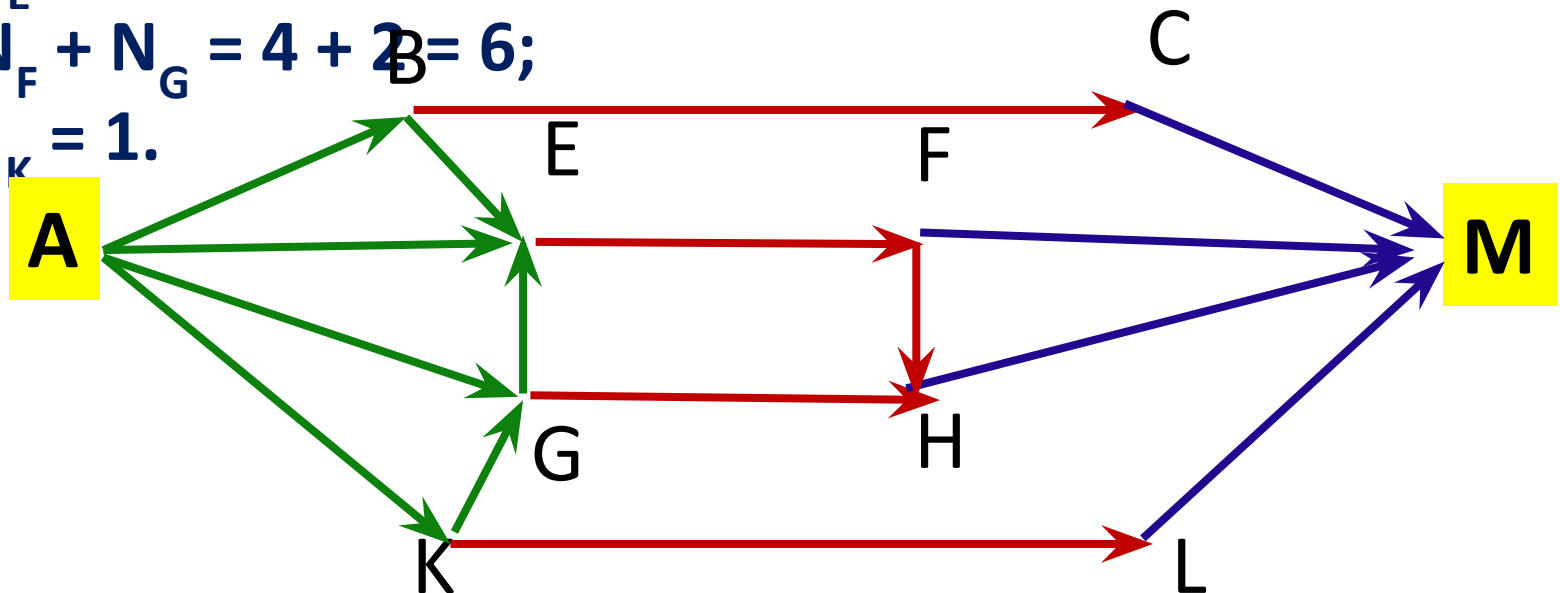
НЫ:

$$N_C = N_B = 1;$$

$$N_F = N_E = 4;$$

$$N_H = N_F + N_G = 4 + 2 = 6;$$

$$N_L = N_K = 1.$$



5. Подставим в формулу (1):

$$N = N_K = 1 + 4 + 6 + 1 = 12$$

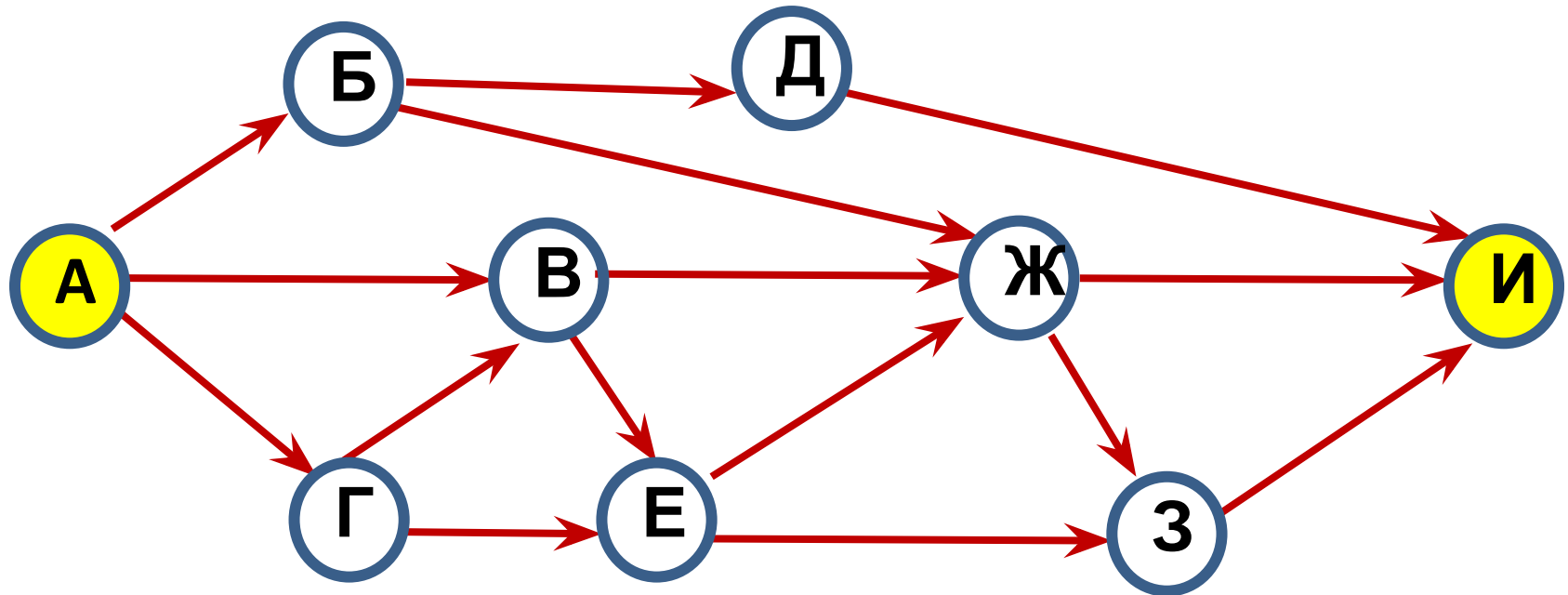
Ответ:

12

Задача

На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город И?

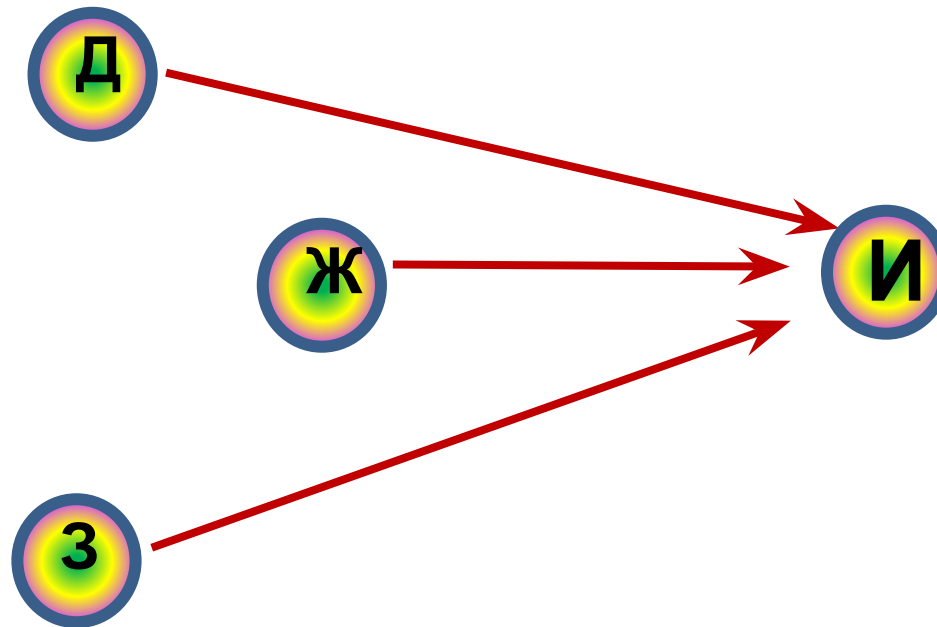


Решени

е

Решение задачи

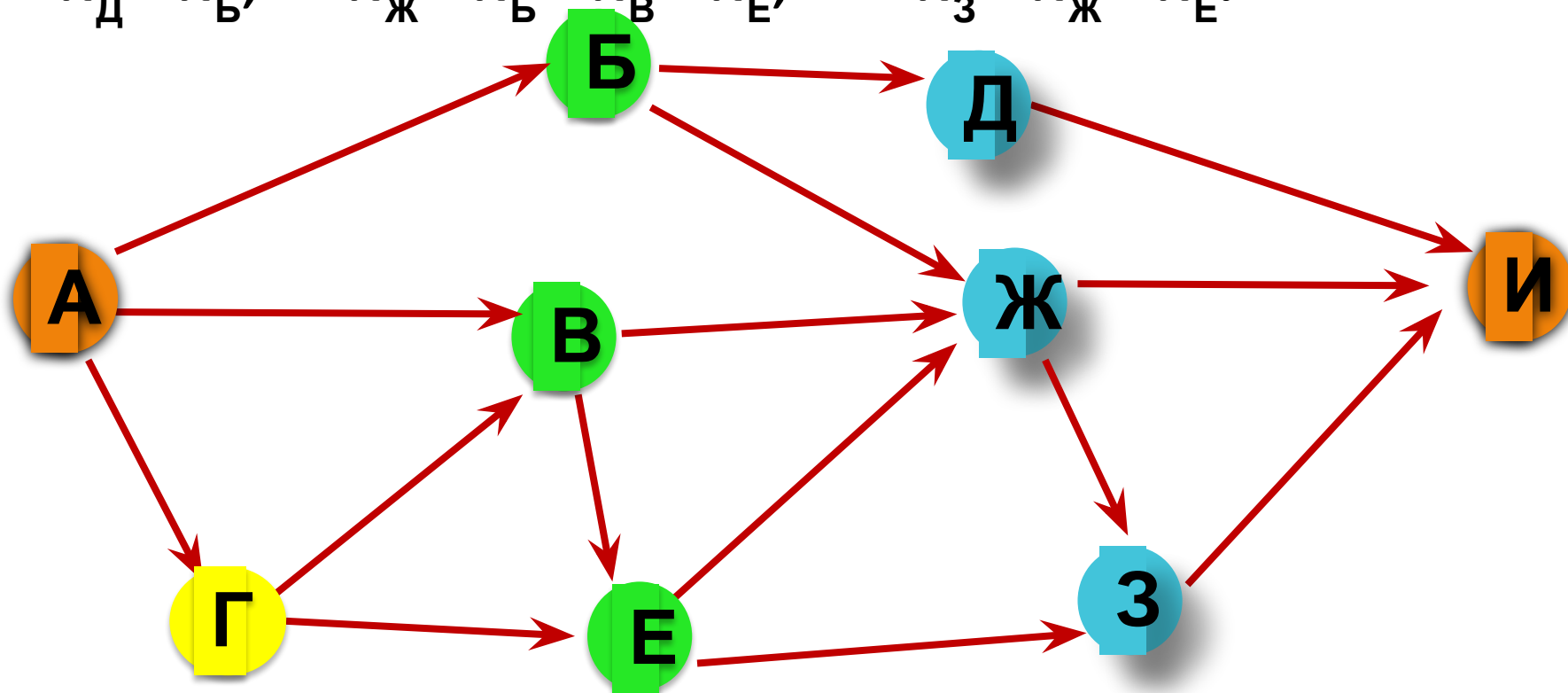
1. Начнем считать количество путей с конца маршрута – с города **И**. N_x — количество различных путей из города А в город X, N — общее число путей. В "И" можно приехать из Д, Ж, или З, поэтому

$$N = N_{\text{И}} = N_{\text{Д}} + N_{\text{Ж}} + N_{\text{З}} \quad (1)$$


2. Аналогично:

$$N_D = N_B; \quad N_{\text{Ж}} = N_B + N_B + N_E;$$

$$N_3 = N_{\text{Ж}} + N_E.$$



3. . Добавим еще вершины:

$$N_B = N_A = 1;$$

$$N_V = N_A + N_G = 1 + 1 = 2;$$

$$N_E = N_B + N_G = 2 + 1 = 3;$$

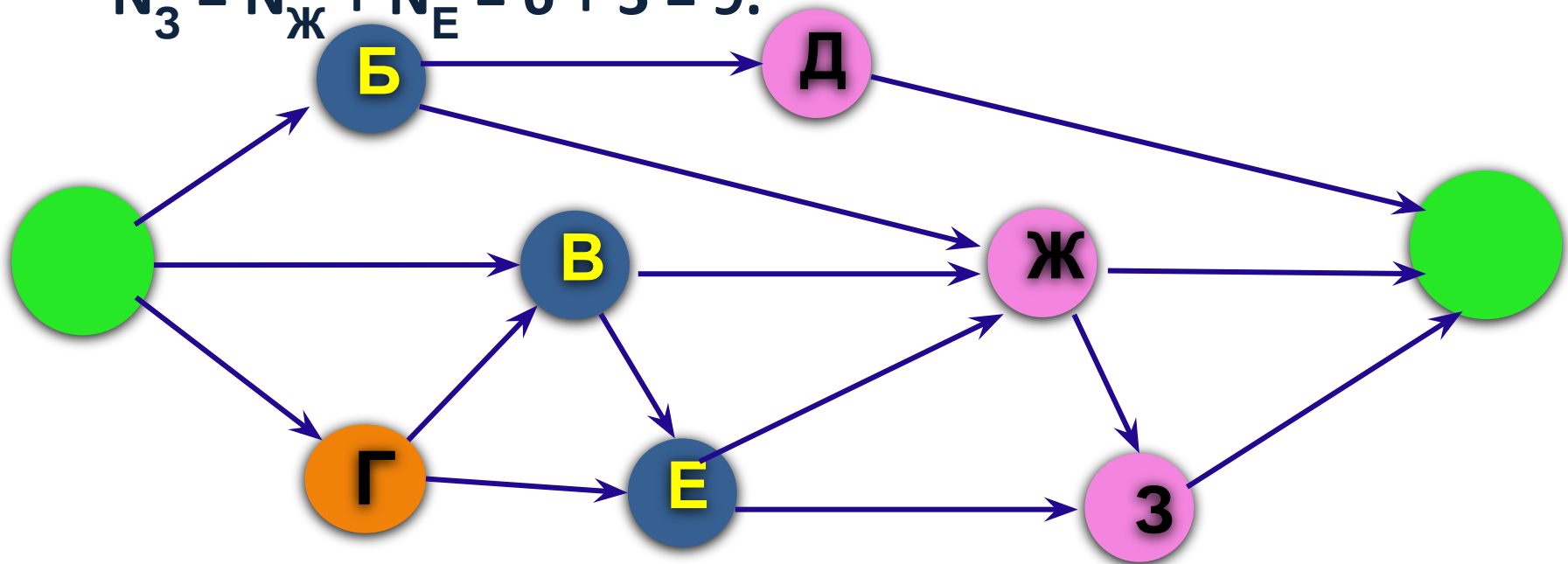
$$N_G = N_A = 1.$$

4. Преобразуем первые вершины с учетом значений вторых:

$$N_D = N_B = 1;$$

$$N_{\text{Ж}} = N_B + N_V + N_E = 1 + 2 + 3 = 6;$$

$$N_3 = N_{\text{Ж}} + N_E = 6 + 3 = 9.$$



5. Подставим в формулу (1):

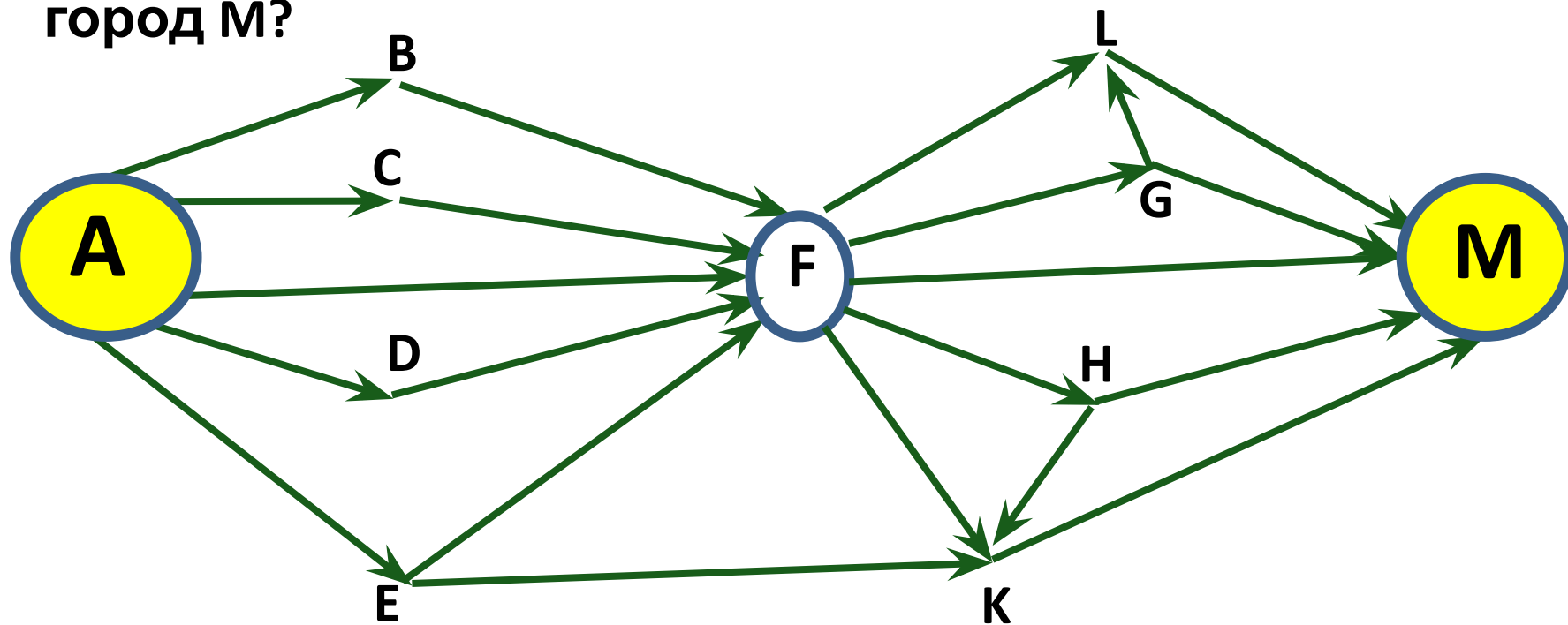
$$N = N_K = 1 + 6 + 9 = 16.$$

Ответ: 16

Задача

На рисунке изображена схема дорог, связывающих города А, В, С, D, E, F, G, H, K, L, M. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город М?



Решени

е

Решение задачи

1. Начнем считать количество путей с конца маршрута — с города М. Пусть N_X — количество различных путей из города А в город Х, N — общее число путей. В город М можно приехать из L, G, F, H или K, поэтому $N = N_M = N_L + N_G + N_F + N_H + N_K; (*)$

2. Аналогично:

$$N_L = N_F + N_G = 5 + 5 = 10;$$

$$N_G = N_F = 5;$$

$$N_H = N_F = 5;$$

$$N_K = N_F + N_E + N_H = 5 + 1 + 5 = 11;$$

$$N_F = N_A + N_B + N_C + N_D + N_E = 5.$$

3. Добавим еще вершины:

$$N_B = N_A = 1;$$

$$N_C = N_A = 1;$$

$$N_D = N_A = 1;$$

$$N_E = N_A = 1.$$

4. Подставим в формулу :

$$N = N_M = 10 + 5 + 5 + 11 + 5 = 36.$$

Ответ: 36.

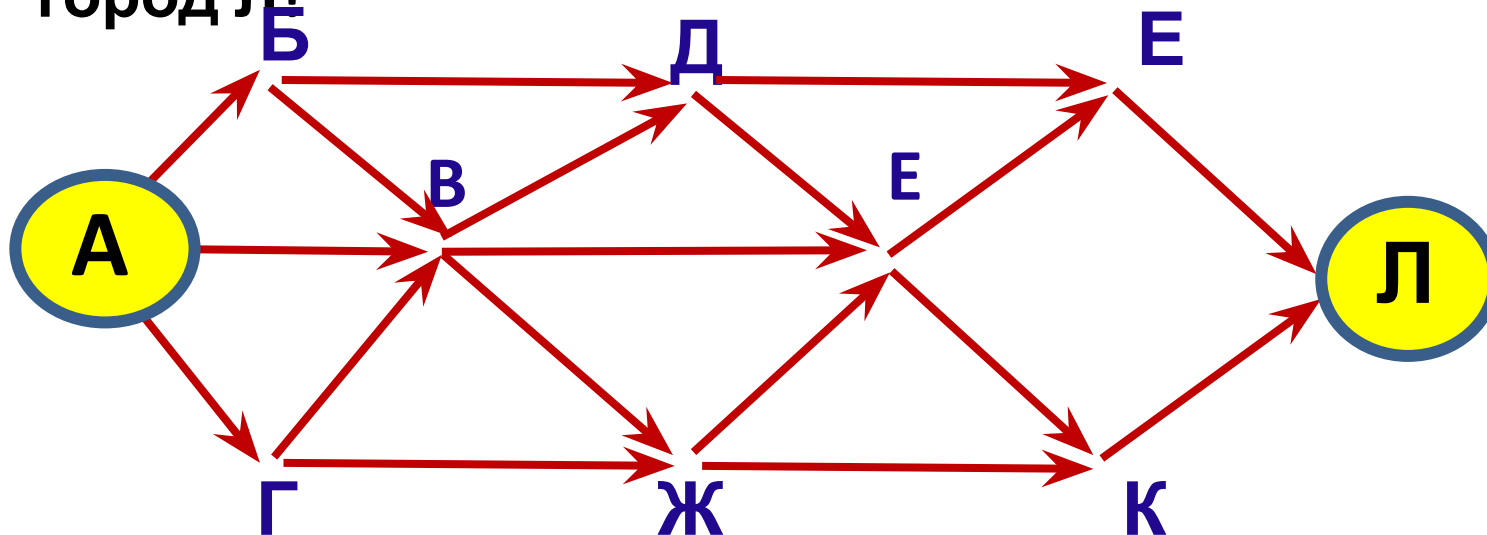
Решите

1).

самостоятельно:

На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город Л?

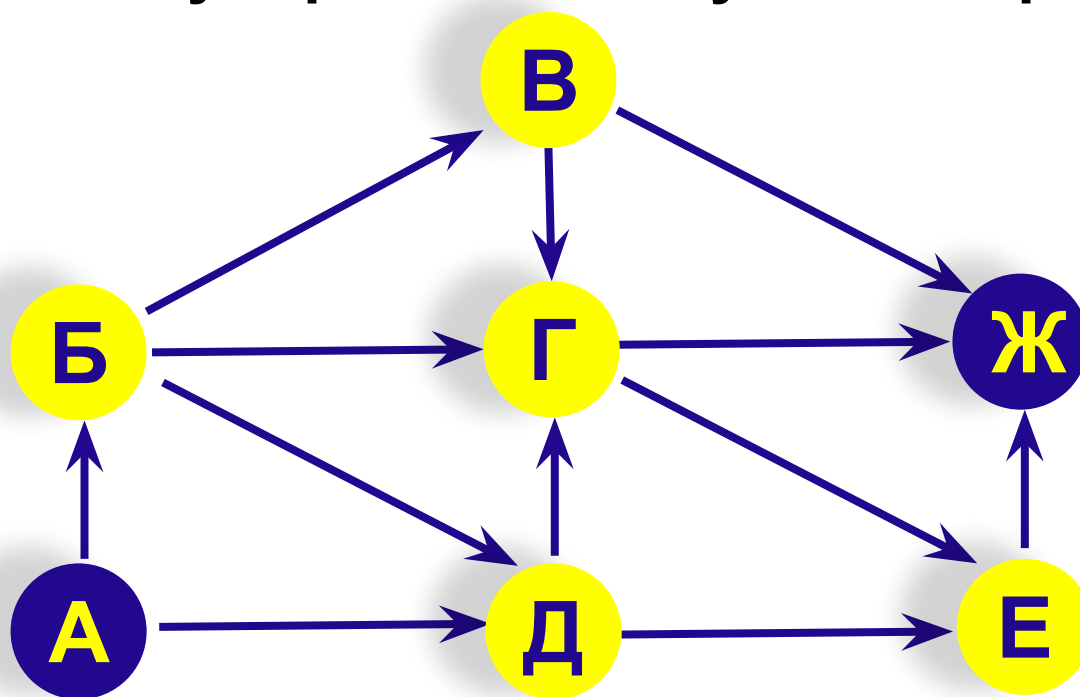


Ответ: 30

2).

На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город Ж?



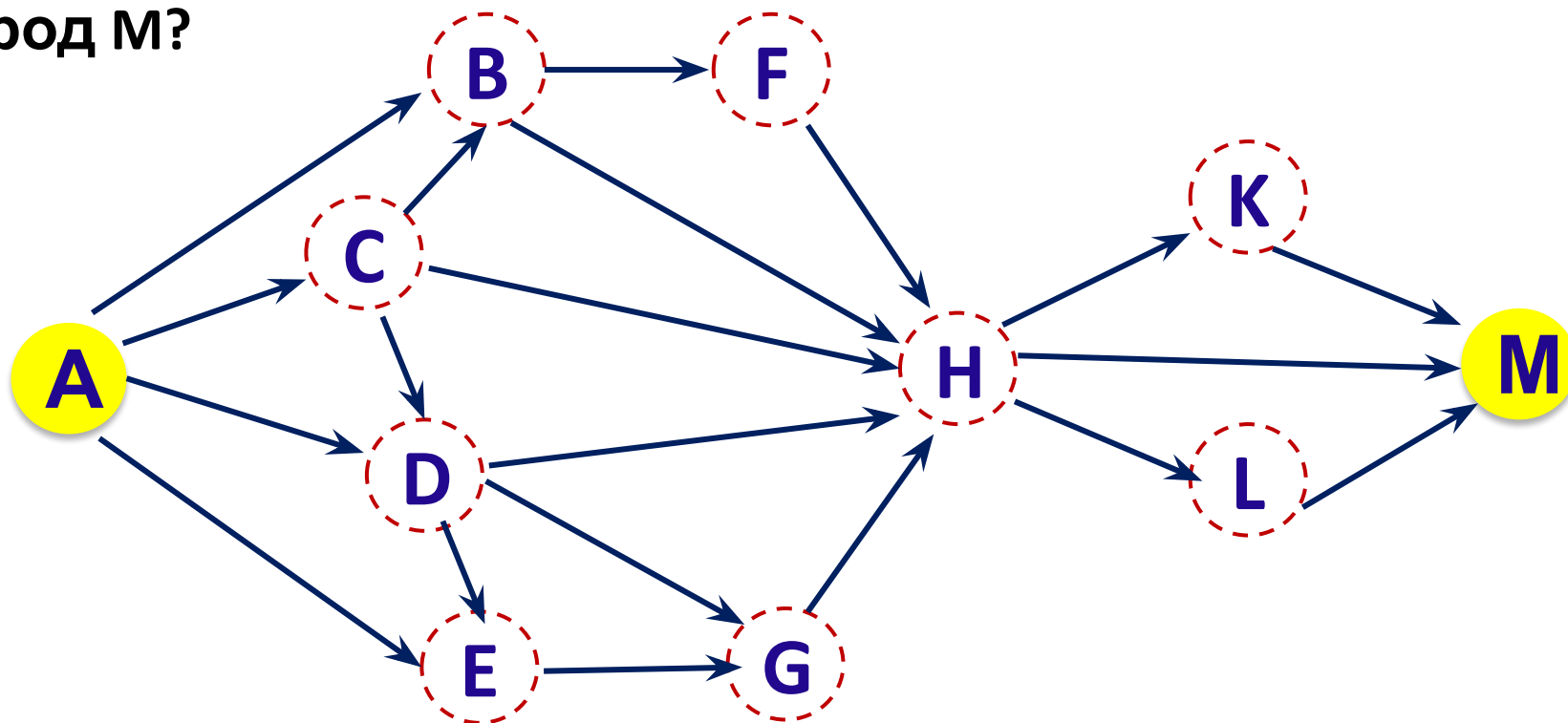
Ответ:

11

3).

На рисунке изображена схема дорог, связывающих города А, В, С, D, E, F, G, H, K, L, М. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город М?



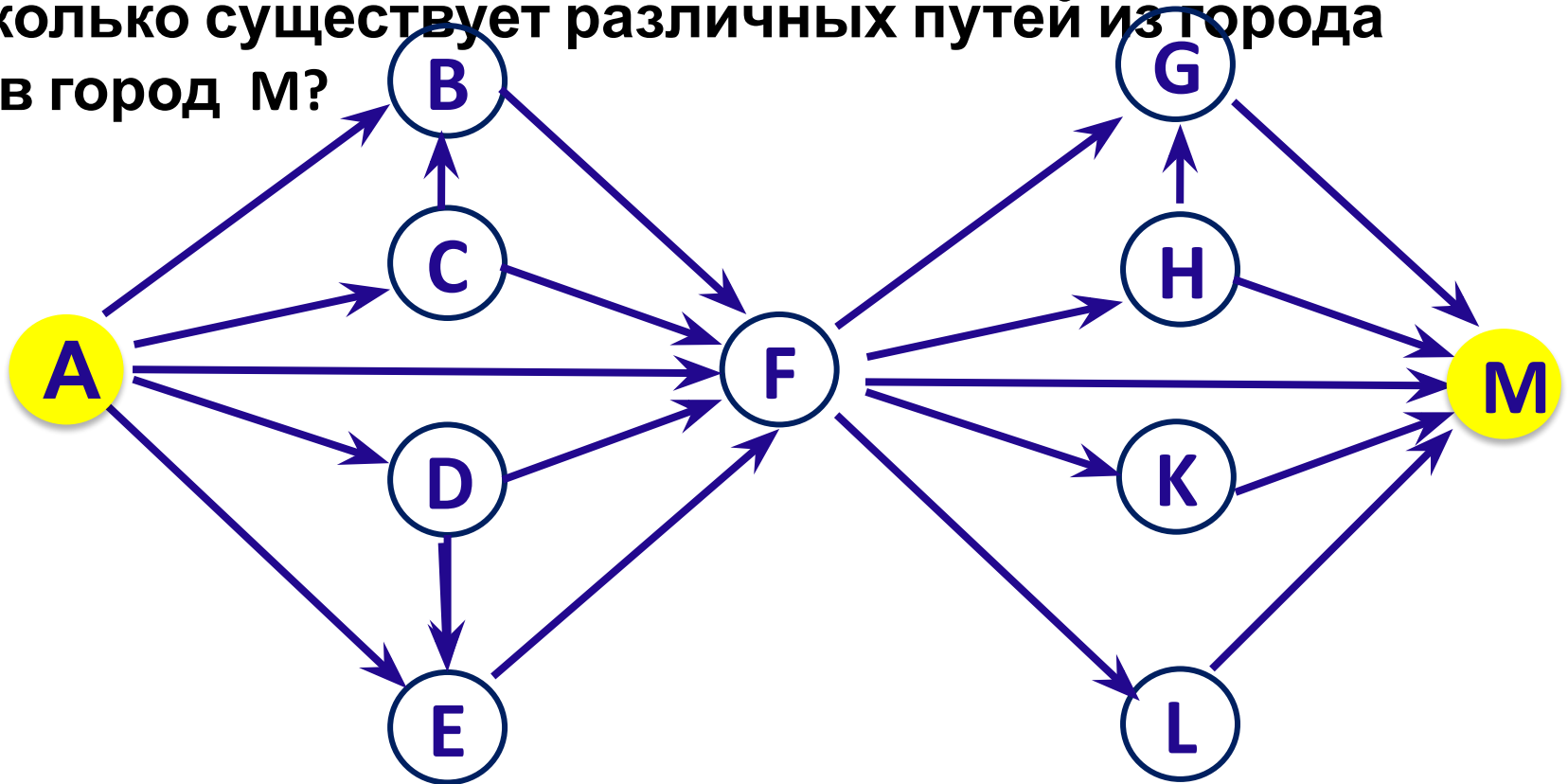
Ответ:

12

Задание на дом:

На рисунке изображена схема дорог, связывающих города А, В, С, D, E, F, G, H, K, L, М. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город М?



Источники информации:

1. <http://www.compress.ru/Archive/CP/2007/1/18/10.gif>
2. <http://kpolyakov.narod.ru/school/ege.htm>
3. <http://inf.reshuege.ru/test?theme=203>
4. http://inf.reshuege.ru/get_file?id=3029