

# Работа в Excel 2007

1. Основы
2. Диаграммы
3. Численные методы
4. Статистика
5. Восстановление зависимостей
6. Моделирование

# Работа в Excel 2007

## Тема 1. Основы

# Электронные таблицы

---

**Основная задача** – автоматические вычисления с данными в таблицах.

## Кроме того:

- хранение данных в табличном виде
- представление данных в виде диаграмм
- анализ данных
- составление прогнозов
- поиск оптимальных решений
- подготовка и печать отчетов

## Примеры:

- **Microsoft Excel** – файлы \*.xls, \*.xlsx
- **OpenOffice Calc** – файлы \*.ods – **бесплатно**



# Электронные таблицы

активная  
ячейка

имена столбцов

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				

номера  
строк

строка

неактивная  
ячейка


- текст
- числа
- **формулы**
- время
- дата

столбец

# Начало работы с *Microsoft Excel*



Программы – Microsoft Office – Excel 2007

Файлы:  **\*.xlsx** (старая версия – **\*.xls**)

**Вася.xlsx** *рабочая книга*

Лист 1

Лист 2



План  
по валу

Вал  
по

переходы  
по листам

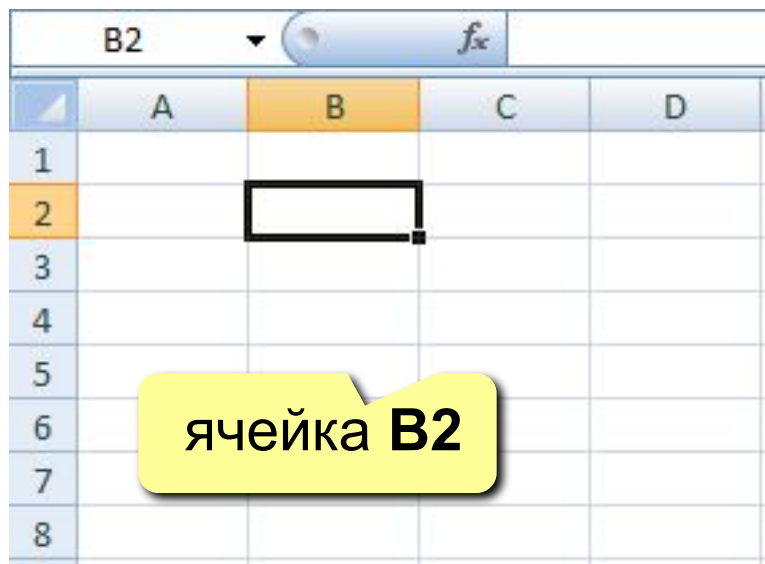
ЛКМ

ПКМ

- Вставить...
- Удалить
- Переименовать
- Переместить/скопировать...
-  Исходный текст
-  Защитить лист...
- Цвет ярлычка
- Скрыть
- Отобразить...
- Выделить все листы

# Адреса

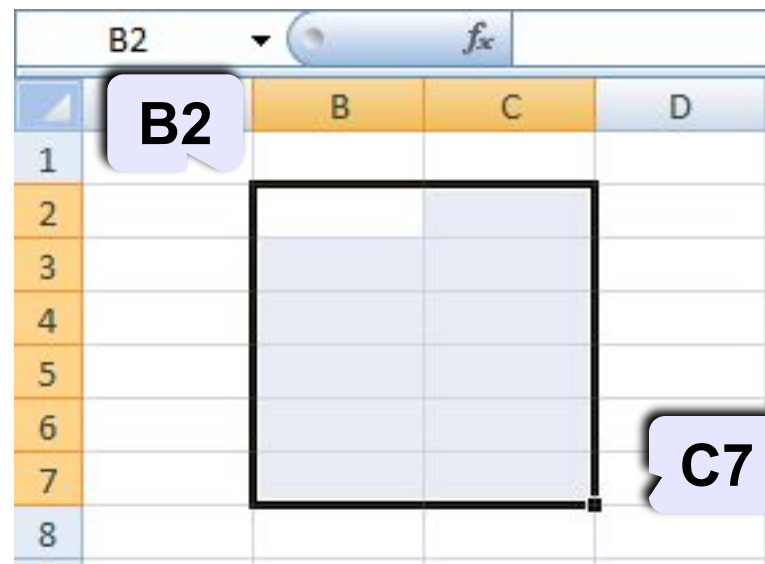
адрес активной ячейки



The image shows an Excel spreadsheet with columns A, B, C, and D, and rows 1 through 8. Cell B2 is highlighted with a thick black border, indicating it is the active cell. A yellow callout bubble points to cell B2 with the text "ячейка B2". The formula bar at the top shows "B2" and the function "fx".

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

диапазон B2:C7



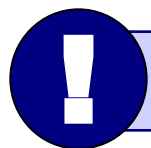
The image shows an Excel spreadsheet with columns A, B, C, and D, and rows 1 through 8. The range B2:C7 is highlighted with a thick black border, indicating it is the selected range. A yellow callout bubble points to cell B2 with the text "B2", and another yellow callout bubble points to cell C7 with the text "C7". The formula bar at the top shows "B2" and the function "fx".

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

## Ссылки в формулах:

$=B2+2*C3$

$=A2+2*СУММ(B2:C7)$



Формула всегда начинается знаком «=»!

# Ввод данных

адрес активной ячейки

отменить (*Esc*)

принять (*Enter*)

строка редактирования

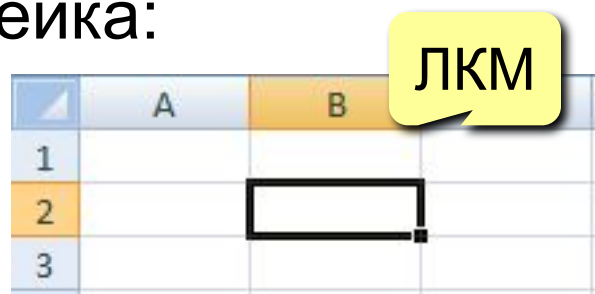
ЛКМ

	A	B	C
1			
2		Привет!	
3			
4			
5			

**F2** – редактировать прямо в ячейке


# Выделение данных

ячейка:



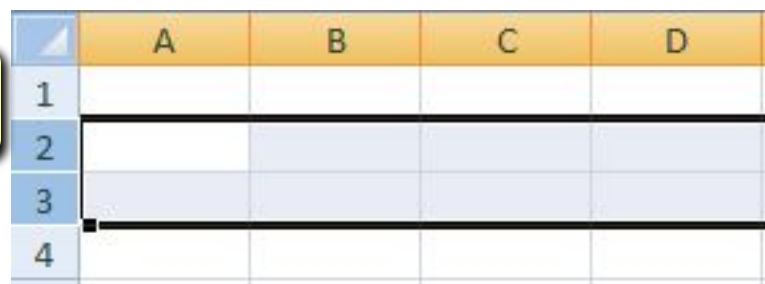
	A	B
1		
2		
3		

диапазон:



	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				

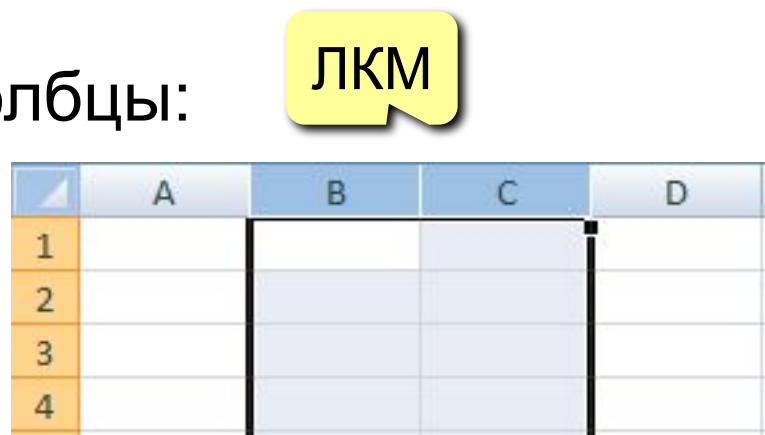
строки:



	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

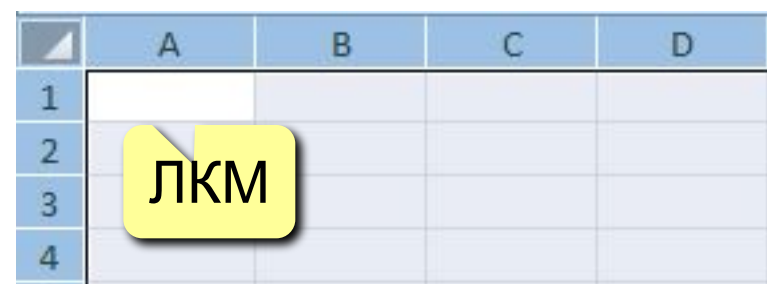
несвязанные диапазоны:  
**+Ctrl** и выделять второй

столбцы:



	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

вся таблица:



	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				



# Операции со строками и столбцами

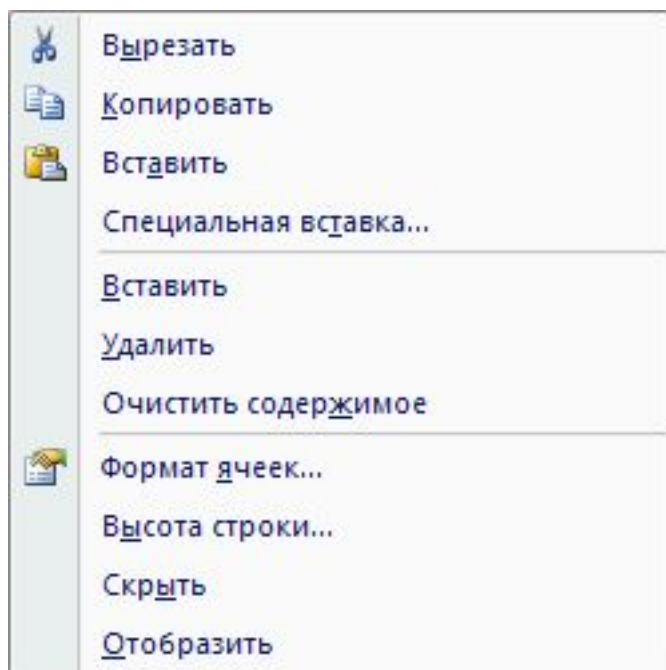
## размеры

высота  
строк

	A	B	C
1			
2			
3			

ширина  
столбцов

## добавление, удаление

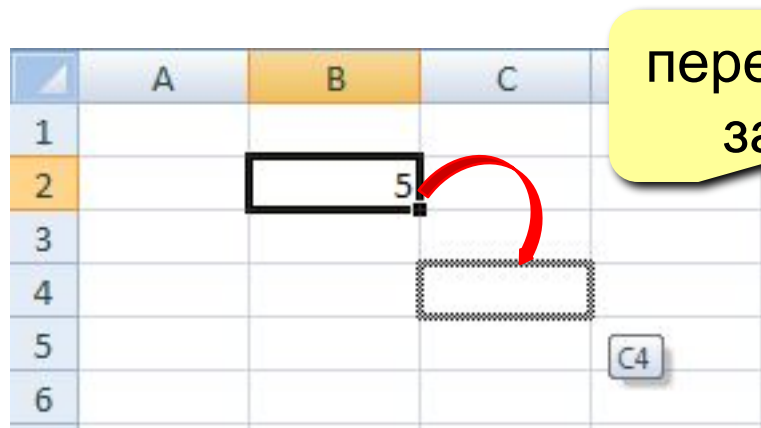


ПКМ

	A	B	C
1	1		
2	4		
3	5		
4	6		



# Перемещение и копирование



The diagram shows a spreadsheet with columns A, B, and C, and rows 1 to 6. Cell B2 contains the number 5. A red arrow indicates the mouse cursor dragging the cell from B2 to C4. A dashed box is shown at C4, and a small box labeled 'C4' is visible below it.

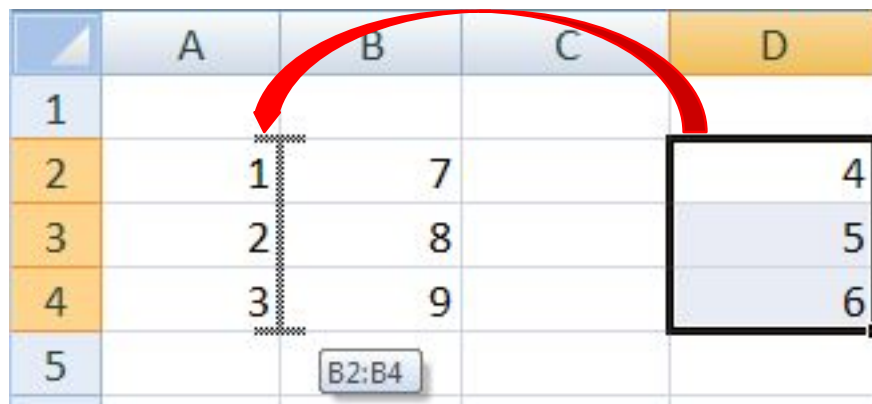
	A	B	C
1			
2		5	
3			
4			
5			
6			

перетащить ЛКМ  
за рамку (!)

**+Ctrl** = копирование

**+Alt** = на другой лист

**перемещение со сдвигом (+Shift)**



The diagram shows a spreadsheet with columns A, B, C, and D, and rows 1 to 5. A range of cells B2:B4 (containing 1, 2, 3) is being moved to D2:D4 (containing 4, 5, 6). A red arrow indicates the movement. A dashed box is shown at B2:B4, and a small box labeled 'B2:B4' is visible below it.

	A	B	C	D
1				
2		1	7	4
3		2	8	5
4		3	9	6
5				

# Типы ссылок

**относительные** (меняются так же, как и адрес формулы)

	A	B	C
1			
2		=B5+C8	
3			=C6+D9

формула «переехала» на  
один столбец вправо и  
на одну строку вниз;

имя **столбца** ↑ на 1  
номер **строки** ↑ на 1

## абсолютные

(не меняются)

	A	B
1	=\$B\$5+\$C\$8	=\$B\$5+\$C\$8
2	=\$B\$5+\$C\$8	=\$B\$5+\$C\$8
3	=\$B\$5+\$C\$8	=\$B\$5+\$C\$8

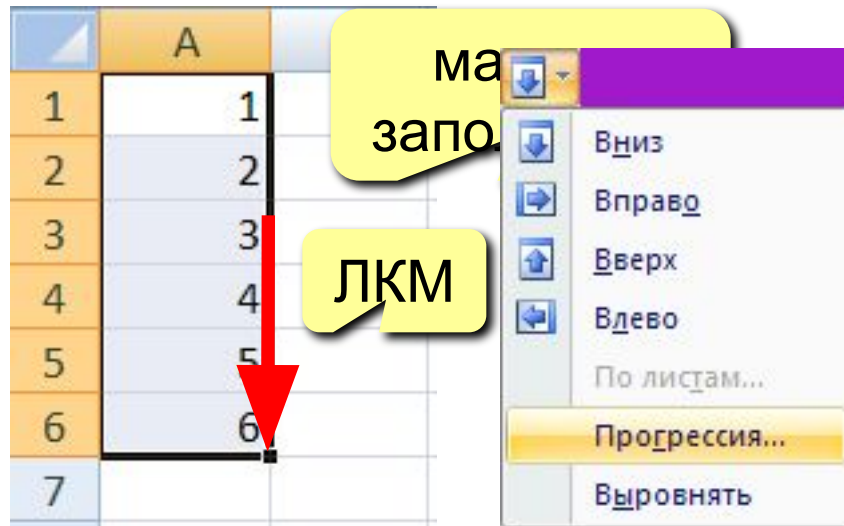
## смешанные

(меняется только относительная часть)

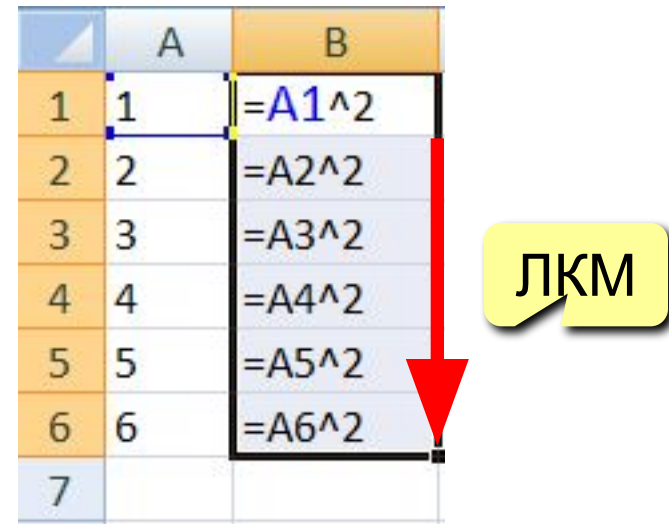
	A	B	C
1	=\$B4+B\$8	=\$B4+C\$8	=\$B4+D\$8
2	=\$B5+B\$8	=\$B5+C\$8	=\$B5+D\$8
3	=\$B6+B\$8	=\$B6+C\$8	=\$B6+D\$8

# Заполнение рядов

арифметическая прогрессия



копирование формул



даты

	A
1	02.02.2009
2	05.02.2009
3	08.02.2009
4	11.02.2009
5	14.02.2009
6	

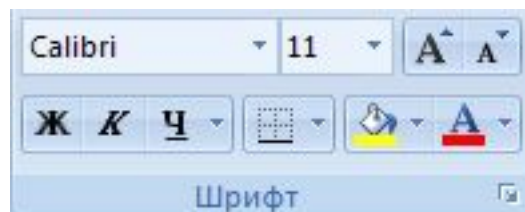
время

	A
1	12:00:00
2	12:20:00
3	12:40:00
4	13:00:00
5	13:20:00
6	

списки

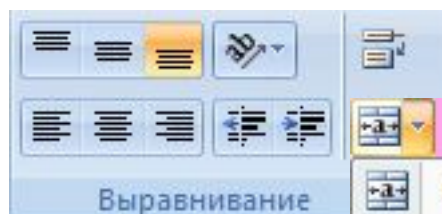
	A	B
1	январь	
2	февраль	
3	март	
4	апрель	
5	май	
6		

# Оформление ячеек

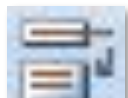


↑↓ размер

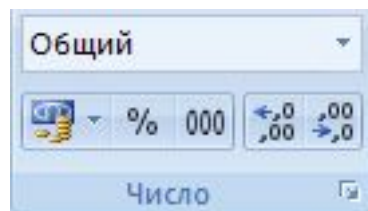
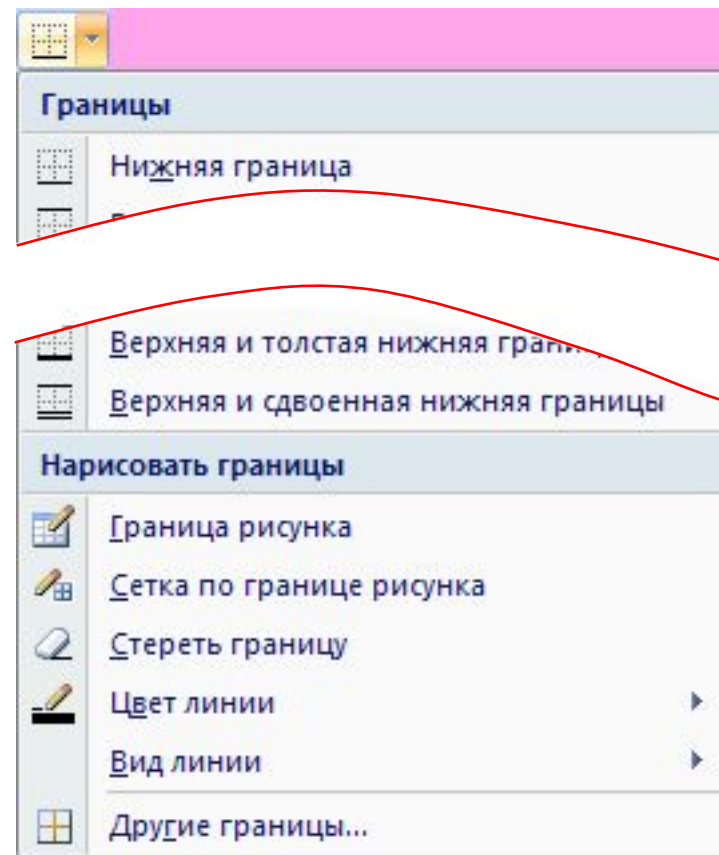
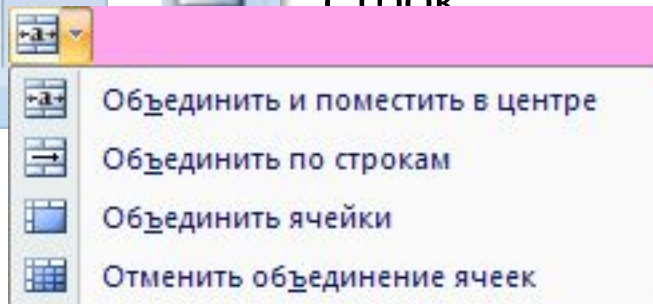
все свойства



направление



в несколько  
строк



денежный  
формат



количество знаков  
в дробной части



# Функции

ввод в строке редактирования

	A	B	C
1	1	2	5
2	3	4	6
3			=СУММ(A1:B2;C1)
4			

изменение  
диапазона

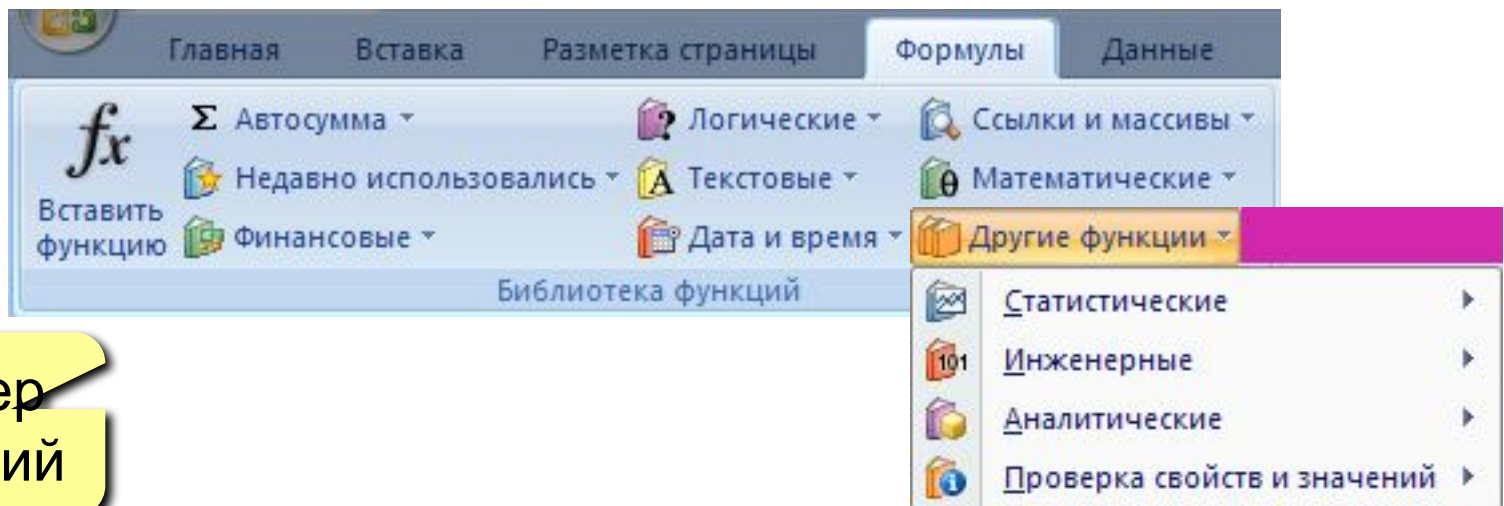
ввод в ячейке

диапазон

ячейка

**! Можно мышкой!**

мастер  
функций



# Некоторые функции

**СУММ** – сумма значений ячеек и диапазонов

**СРЗНАЧ** – среднее арифметическое

**МИН** – минимальное значение

**МАКС** – максимальное значение

	A	B	C	D
1	1	3	=СУММ(A1:B2)	=МИН(A1:B2)
2	2	4	=СРЗНАЧ(A1:B2)	=МАКС(A1:B2)

	A	B	C	D
1	1	3	10	1
2	2	4	2,5	4

# Функция ЕСЛИ

**ЕСЛИ** – выбор из двух вариантов

	А	В
1	Баллы	
2	68	=ЕСЛИ(A2>70;"сдал";"не сдал")
3	75	=ЕСЛИ(A3>=70;"сдал";"не сдал")
4	37	
5	88	

условие

если «да»

если «нет»

=ЕСЛИ (В2="сдал" ; ЕСЛИ (А2>80 ; 5 ; 4) ; "-")

	А	В
1	Баллы	Результат
2	68	не сдал
3	75	сдал
4	37	не сдал
5	88	сдал



# Логические операции

**НЕ** – обратное условие,  $\text{НЕ} (B2 < 10) \Leftrightarrow B2 \geq 10$

**И** – одновременное выполнение всех условий

	A	B	C	D
1	Фамилия	Год рождения	Рост	Принят
2	Алексеев	1995	176	=ЕСЛИ(И(B2>1994;C2>175);"да";"-")
3	Березин	1995	167	=ЕСЛИ(И(B3>1994;C3>175);"да";"-")
4	Викторов	1994	180	=ЕСЛИ(И(B4>1994;C4>175);"да";"-")

**=ЕСЛИ ( И (B2>1994 ; C2>175) ; "да" ; "-" )**

	A	B	C	D
1	Фамилия	Год рождения	Рост	Принят
2	Алексеев	1995	176	да
3	Березин	1995	167	-
4	Викторов	1994	180	-

# Логические операции

**ИЛИ** – выполнение хотя бы одного из условий

	A	B	C	D
1	Фамилия	Математика	Физика	Принят
2	Алексеев	100	67	=ЕСЛИ(ИЛИ(B2=100;C2=100;B2+C2>=180);"да";"-")
3	Березин	98	98	=ЕСЛИ(ИЛИ(B3=100;C3=100;B3+C3>=180);"да";"-")
4	Викторов	90	80	=ЕСЛИ(ИЛИ(B4=100;C4=100;B4+C4>=180);"да";"-")

=ЕСЛИ( ИЛИ(B2=100; C2=100; B2+C2>=180) ; "да" ; "-" )

	A	B	C	D
1	Фамилия	Математика	Физика	Принят
2	Алексеев	100	67	да
3	Березин	98	98	да
4	Викторов	90	80	-

# Подсчёт числовых значений

**СЧЁТ** – считает ячейки с числами или формулами, которые дают числа

**=A1+1**

	A	B	C
1	1	2	
2		Вася	
3			=СЧЁТ(A1:B2)

**2**

# Подсчёт значений по условию

**СЧЁТЕСЛИ** – считает ячейки, удовлетворяющие условию

	A	B	C
1	1	2	=СЧЁТЕСЛИ(A1:B4;1)
2	3	1	
3	яблоко	дыня	
4	apple	дыня	

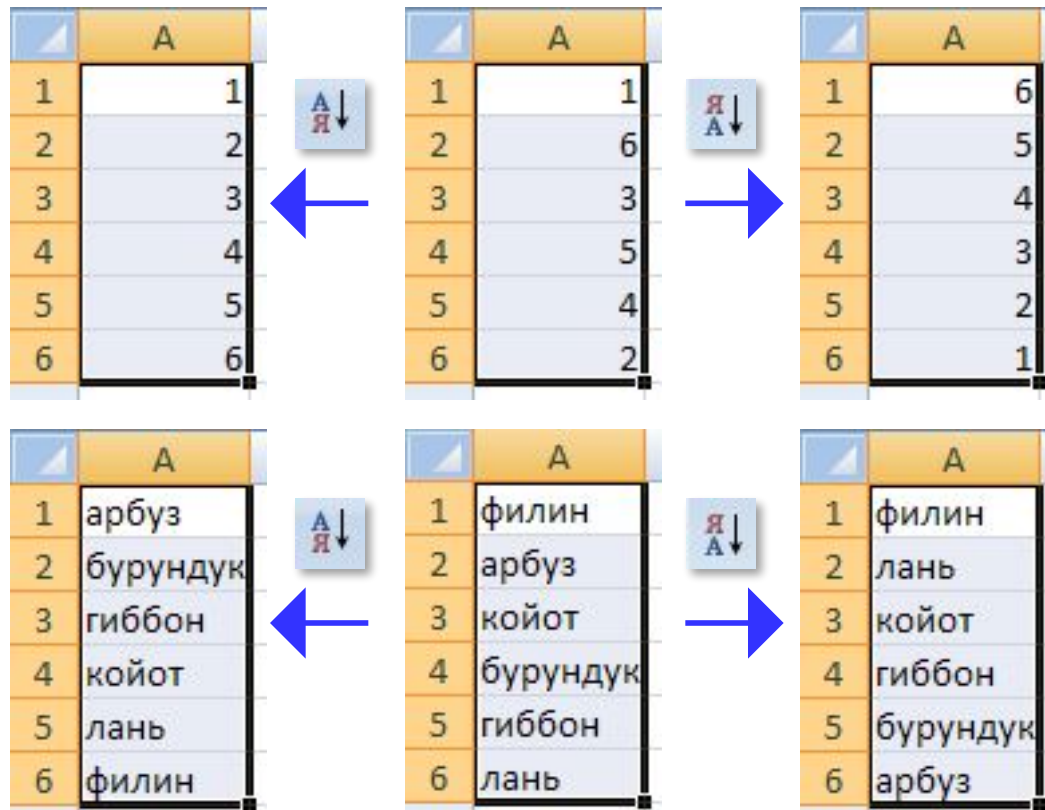
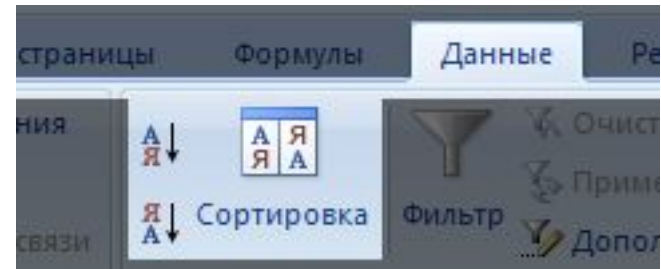
Diagram illustrating the COUNTIF function usage:

- 1: The range A1:B4 is selected (highlighted in blue).
- 2: The formula bar shows the formula =СЧЁТЕСЛИ(A1:B4;1).
- 3: The result of the formula is displayed in cell C1.

# Сортировка

**Сортировка** – это расстановка элементов в заданном порядке.

## Сортировка одного столбца



# Сортировка связанных данных

	А	В	С
1	Фам	А	В
2	Иван	1	Фамилия
3	Петр	2	Иванов
4	Сидо	3	Иванов
5	Сидо	4	Петров
6	Петр	5	Петров
7	Иван	6	Петров
8	Петр	7	Сидоров
		8	Сидоров

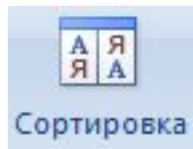


**Почему нельзя  
сортировать по  
столбцу?**

критерий

строки или  
столбцы

первая  
строка – это  
заголовки



**Сортировка**

☒ Мои данные содержат заголовки

Столбец	Сортировка	Порядок
Сортировать по	Значения	От А до Я
<div>           Фамилия            Имя            Вес         </div>		

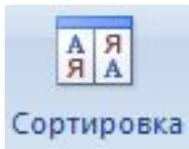


# Многоуровневая сортировка

	А	В	С
1	Фамилия	Имя	Вес
2	Иванов	Иван	
3	Петров	Георгий	
4	Сидоров	Степан	
5	Сидоров	Матвей	
6	Петров	Денис	
7	Иванов	Кузьма	
8	Петров	Семен	

**Задача:** расставить фамилии по людям *с одинаковыми* расставить в порядке *по именам*.

	А	В	С
1	Фамилия	Имя	Вес
2	Иванов	Иван	54
3	Иванов	Кузьма	55
4	Петров	Георгий	75
5	Петров	Денис	62
6	Петров	Семен	68
7	Сидоров	Матвей	67
8	Сидоров	Степан	64



ЛКМ

**Сортировка**

+ Добавить уровень    X Удалить уровень    Копировать уровень    ↑ ↓ Параметры...    ☒ Мои данные содержат заголовки

Столбец	Сортировка	Порядок
Сортировать по	Фамилия	Значения
		От А до Я

OK Отмена

# Имена ячеек и диапазонов

## Присвоить имя

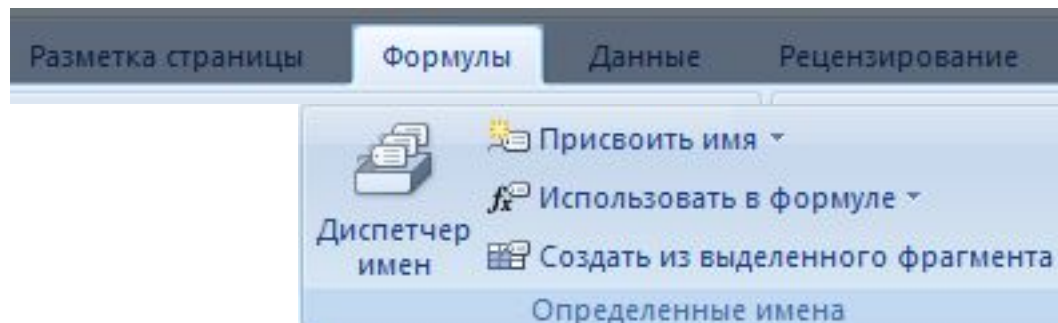
ВВЕСТИ ИМЯ

Таблица	A	B
1	1	2
2	3	4

## Имена в формулах

СРЗНАЧ	A	B	C	D
1	1	2		
2	3	4		
3			=СРЗНАЧ(Таблица)	

## Работа с именами





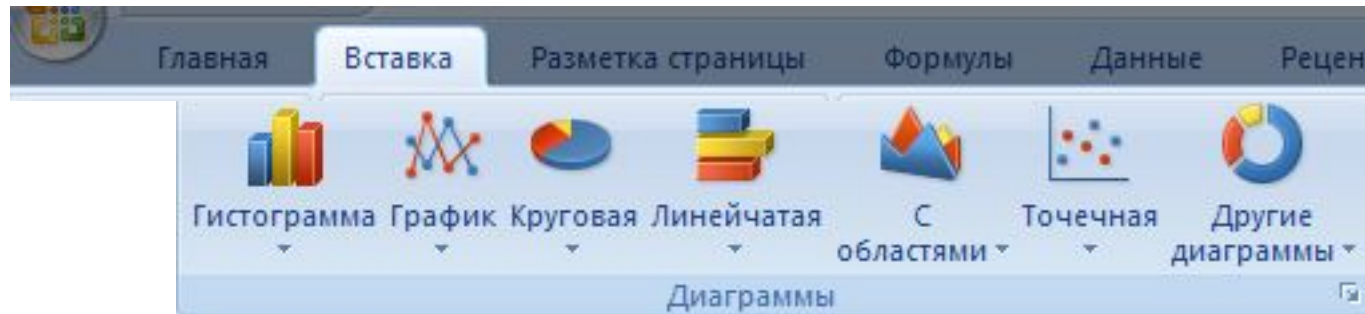
# Работа в Excel 2007

## Тема 2. Диаграммы

# Общий подход

---

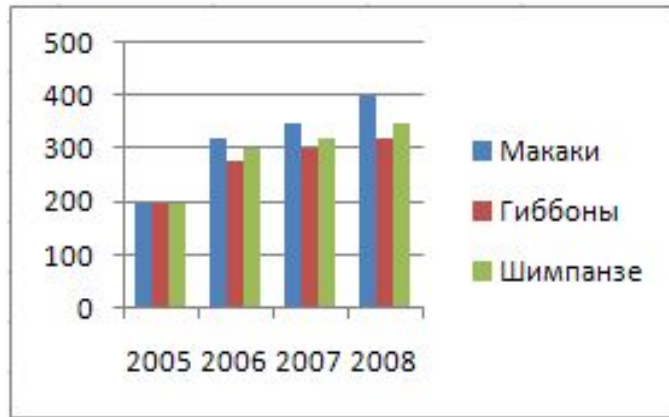
- диаграммы строятся на основе данных таблицы
- проще всего сначала выделить все нужные данные, а потом...



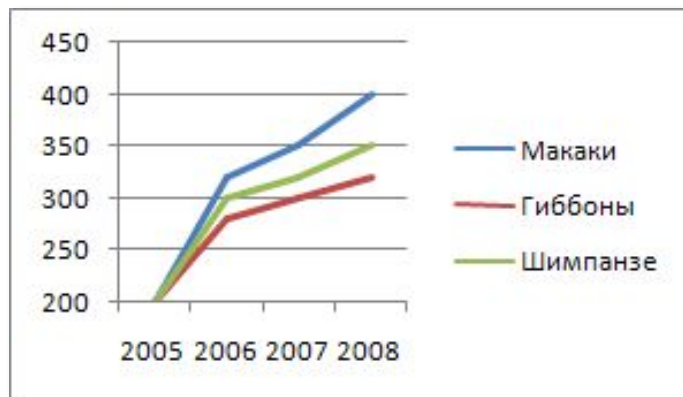
- все данные, которые должны обновляться автоматически, нужно выделить
- для выделения несвязанных диапазонов используем **+Ctrl**

# Основные типы диаграмм

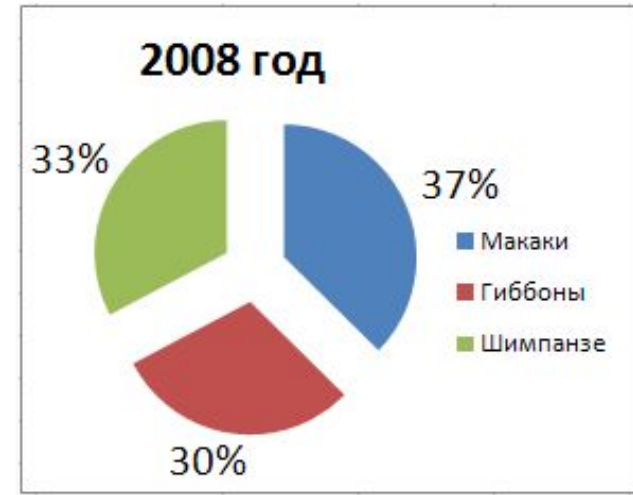
**Гистограмма (столбчатая диаграмма):** сравнение значений одного или нескольких рядов данных



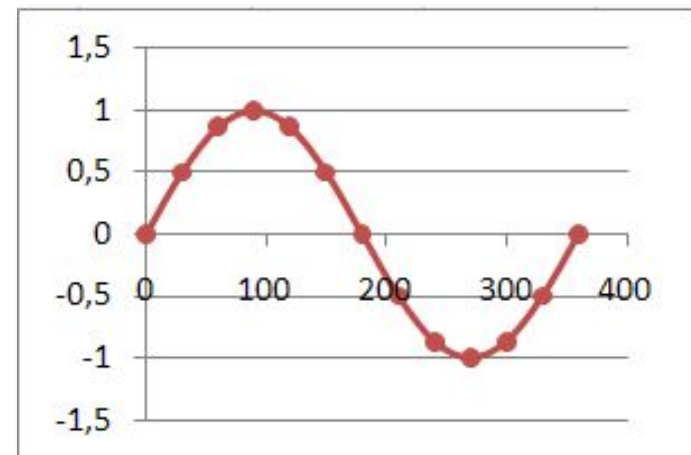
**График:** показывает изменение процесса во времени (равномерные отсчеты)



**Круговая:** доли в сумме



**Точечная:** связь между парами значений (график функции)



# Элементы диаграмм

название  
диаграммы

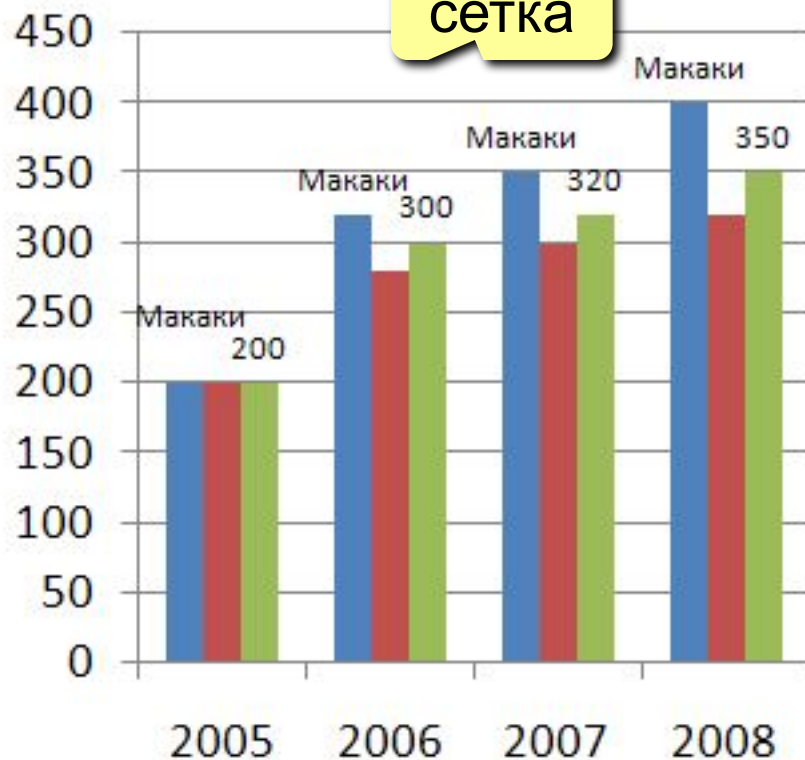
Обезьяны в зоопарках

подписи  
данных

сетка

легенда

количество



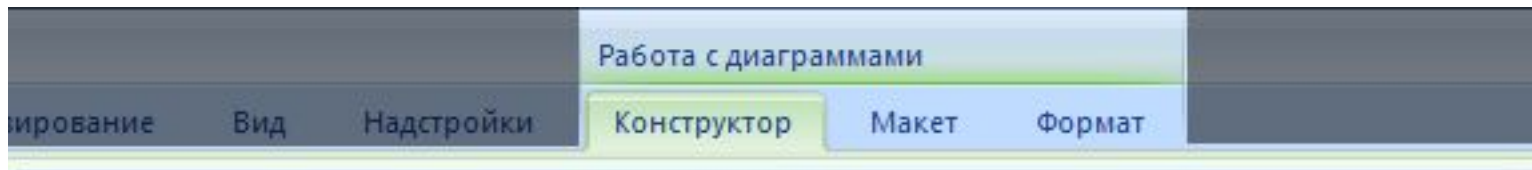
Макаки  
Гиббоны  
Шимпанзе

ряды  
данных

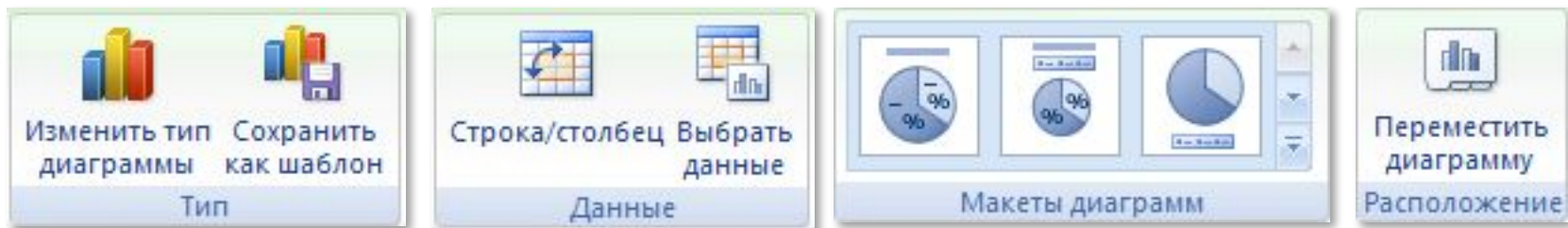
ось

названия осей

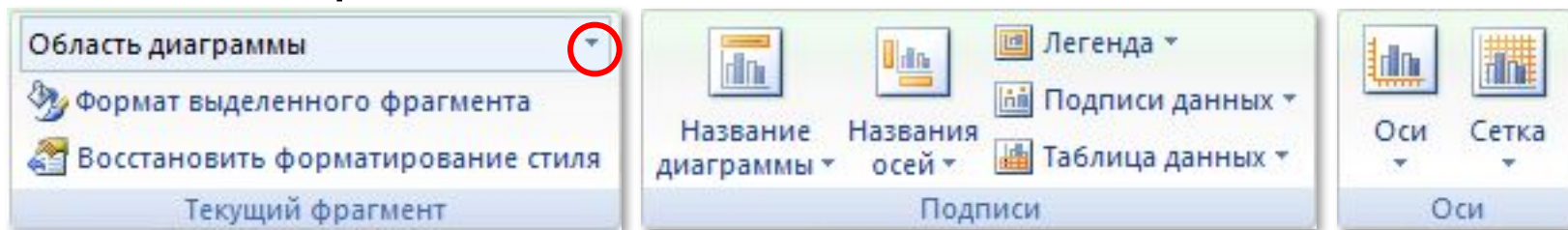
# Настройка диаграммы и ее элементов



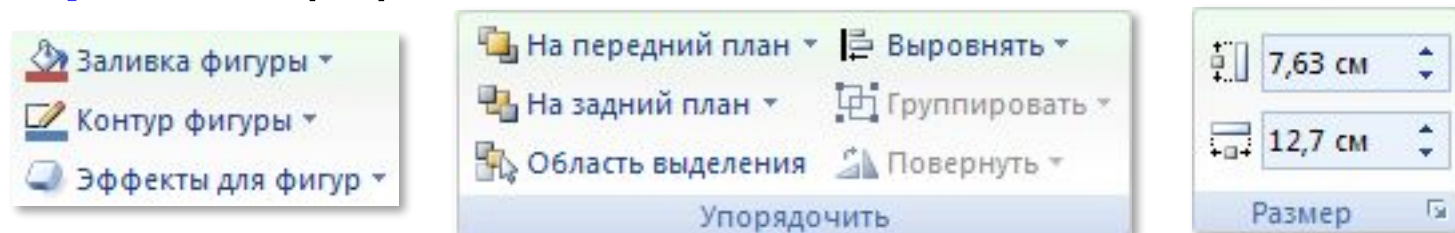
## Конструктор: общие свойства



## Макет: настройка свойств отдельных элементов



## Формат: оформление отдельных элементов



# Графики функций

**Задача:** построить график функции  $y = x^2$  для  $-5 \leq x \leq 5$ .

**Таблица значений функции:** шаг 0,5

	A	B
1	x	y
2	-5	
3	-4,5	
4		
5		
6		

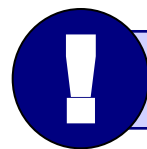
ЛКМ

	A	B
1	x	y
2	-5	
3	-4,5	
4	-4	
5	-3,5	
6	-3	
7	-2,5	
8	-2	

	A	B
1	x	y
2	-5	=A2^2
3	-4,5	
4	-4	
5	-3,5	
6	-3	
7	-2,5	
8	-2	

ЛКМ

	A	B
1	x	y
2	-5	=A2^2
3	-4,5	=A3^2
4	-4	=A4^2
5	-3,5	=A5^2
6	-3	=A6^2
7	-2,5	=A7^2
8	-2	=A8^2



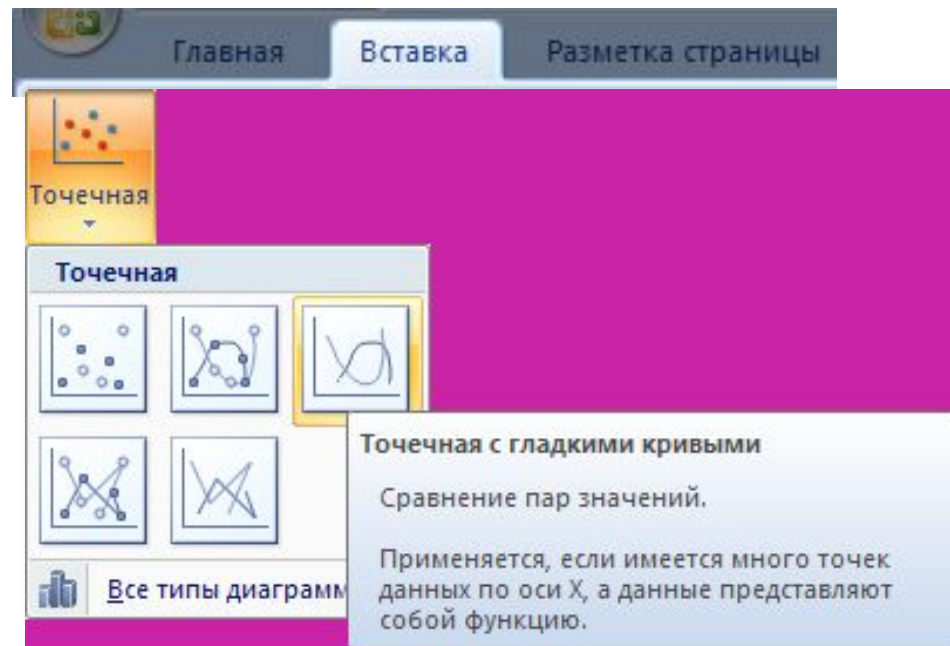
Что зависит от шага?

# Графики функций

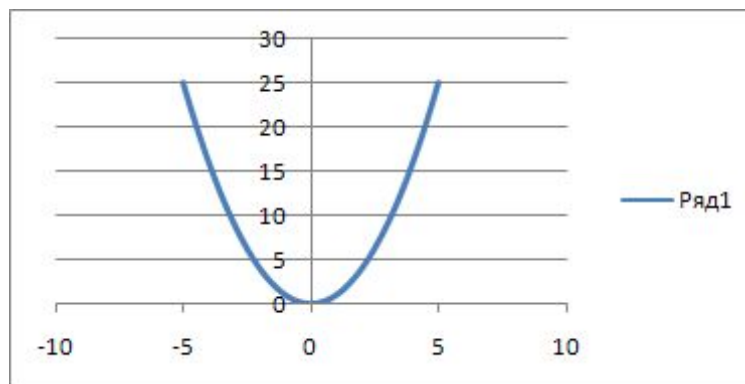
## Вставка диаграммы «Точечная»:

выделить данные

	A	B
1	x	y
2	-5	25
3	-4,5	20,25
4	-4	16
5	-3,5	12,25
6	-3	9
7	-2,5	6,25
8	-2	4
9	-1,5	2,25



результат:



# Работа в Excel 2007

## Тема 3. Численные методы



# Решение уравнений

**Задача:** найти все решения уравнения  $x^2 = 5 \cos x$  на интервале  $[-5, 5]$



**Как решить математическими методами?**

**Методы решения уравнений:**

- **аналитические:** решение в виде формулы  $x = \dots$
- **численные:** *приближенное* решение, число
  - 1) выбрать *начальное приближение*  $x_0$  «рядом» с решением



**Как выбрать начальное приближение?**

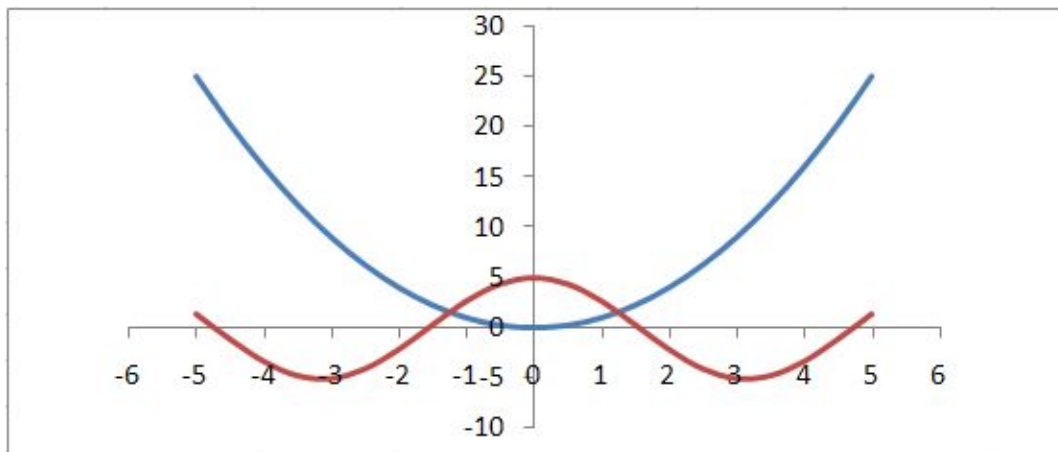
- 2) по некоторому алгоритму вычисляют первое приближение, затем – второе и т.д.  $x_0 \rightarrow x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow \dots$
- 3) вычисления прекращают, когда значение меняется очень мало (метод сходится)  $x_0 \rightarrow \dots \rightarrow x_{15} \rightarrow x_{16} \approx x^*$

# Решение уравнения $x^2 = 5 \cos x$

## 1. Таблица значений функций на интервале $[-5, 5]$

	A	B	C	D
1	x	f1	f2	
2	-5	=A2^2	=5*COS(A2)	
3	-4,5			
4				

## 2. Графики функций (диаграмма «Точечная»)



**2 решения:**

начальные приближения

$$x_0 = -1,5$$

$$x_0 = 1,5$$

# Решение уравнения $x^2 = 5 \cos x$

## 3. Подготовка данных

начальное  
приближение

	E	F	G	H
1	x	f1	f2	f2-f1
2	-1,5	=E2^2	=5*COS(E2)	=F2-G2
3				

целевая  
ячейка

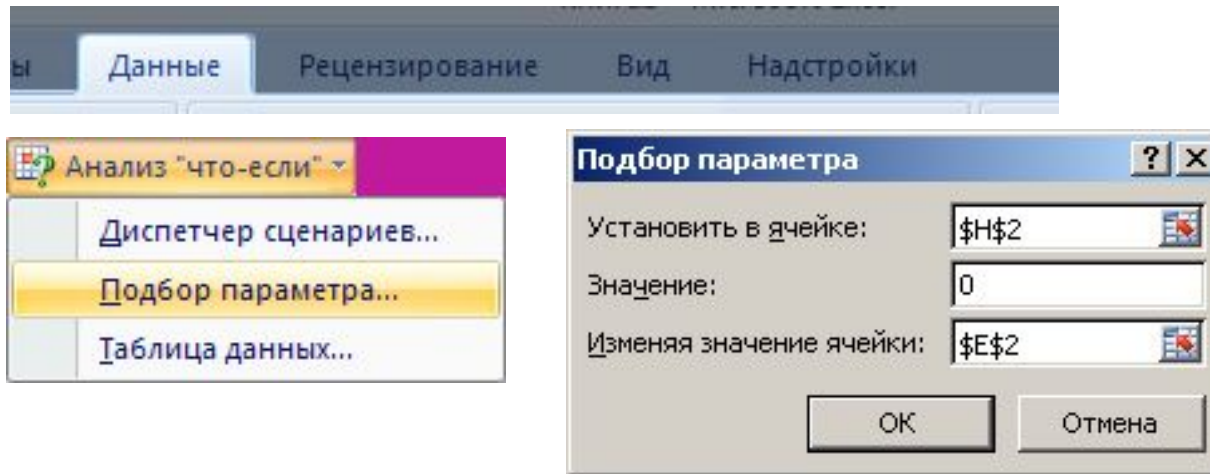
Цель: H2=0



Зачем нужна разность?

# Решение уравнения $x^2 = 5 \cos x$

## 4. Подбор параметра



решение  
уравнения

	E	F	G	H
1	x	f1	f2	f2-f1
2	-1,252	1,568	1,567	0,00053

ошибка



Почему  
не нуль?



Как найти второе решение?

# Оптимизация

---

**Оптимизация** – это поиск оптимального (наилучшего) варианта в заданных условиях.

**Оптимальное решение** – такое, при котором некоторая заданная функция (*целевая функция*) достигает минимума или максимума.

## Постановка задачи:

- **целевая функция**

$$f(x) \rightarrow \min \quad (\text{расходы, потери, ошибки})$$

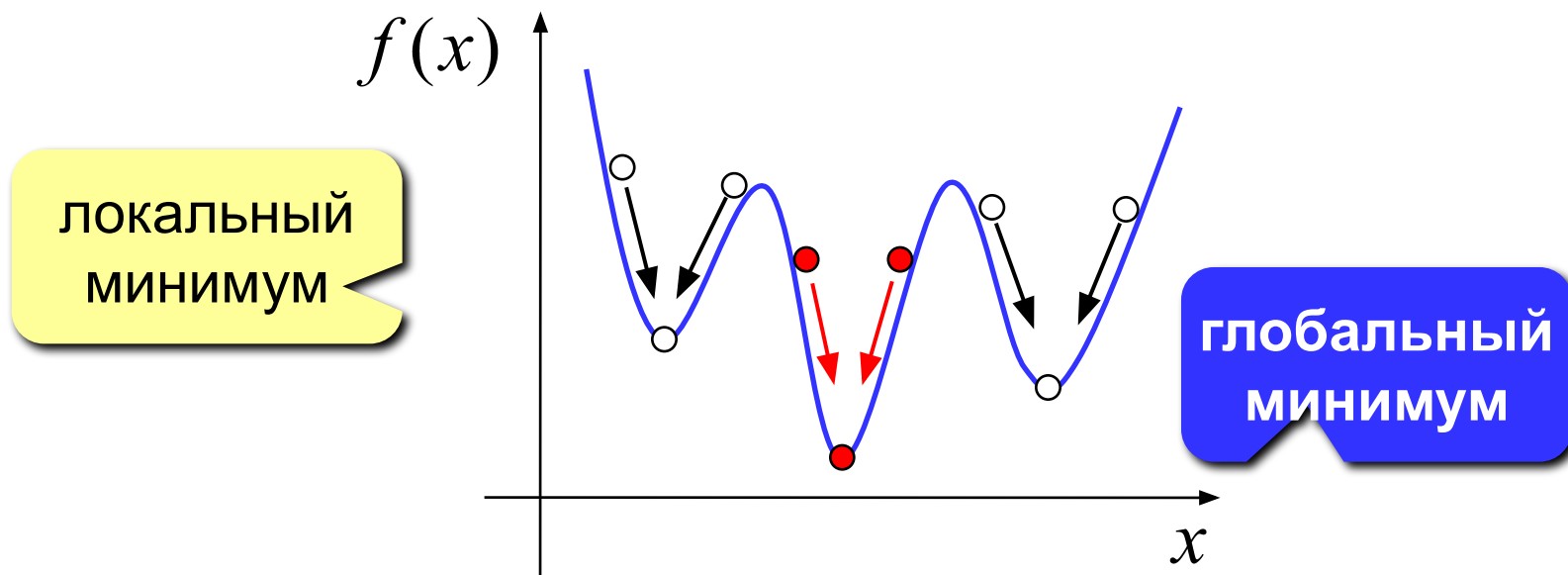
$$f(x) \rightarrow \max \quad (\text{доходы, приобретения})$$

- **ограничения**, которые делают задачу осмысленной

*Задача без ограничений:* построить дом  
при минимальных затратах.

*Решение:* не строить дом вообще.

# Оптимизация

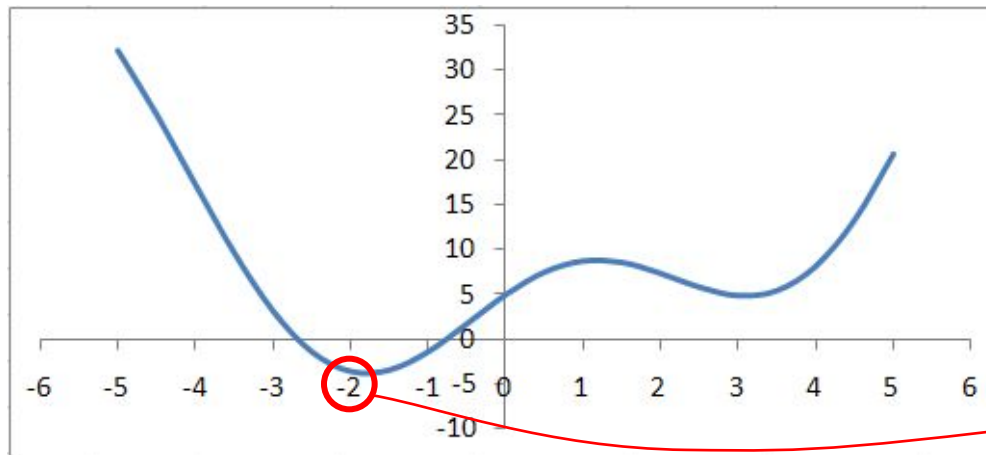


- обычно нужно найти **глобальный минимум**
- большинство численных методов находят только **локальный минимум**
- минимум, который найдет *Excel*, зависит от выбора начального приближения («шарик на горке скатится в ближайшую ямку»)

# Поиск минимума функции

$$y = x^2 + 6 \sin x + 5 \cos x$$

## 1. Строим график функции (диаграмма «Точечная»)



Зачем нужен график?

начальное приближение

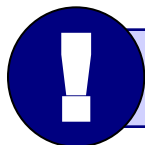
$$x_0 = -2$$

## 2. Подготовка данных

начальное приближение

	E	F
1	x	f
2	-2	=E2^2+6*SIN(E2)+5*COS(E2)

целевая ячейка



Изменение E2 должно влиять на F2!

# Поиск минимума функции

	E	F
1	x	f
2	-2	=E2^2+6*SIN(E2)+5*COS(E2)

## 3. Настройка «Поиск решения»

целевая  
ячейка

изменяемые  
ячейки:

E2  
D2:D6  
D2:D6; C5:C8

ограничения

A1 <= 20  
B2:B8 >= 5  
A1 = целое

**Поиск решения**

Установить целевую ячейку:

Равной: ☐ максимальному значению ☐ значению:  ☐ минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:



**Параметры поиска решения** [X]

Максимальное время:  секунд

Предельное число итераций:

Относительная погрешность:

Допустимое отклонение:  %

Сходимость:

☐ Линейная модель

☐ Автоматическое масштабирование

☐ Неотрицательные значения

☐ Показывать результаты итераций

Оценки

☒ линейная

☐ квадратичная

Разности

☒ прямые

☐ центральные

Метод поиска

☒ Ньютона

☐ сопряженных градиентов

# Оптимизация

---



**Подбор параметра – это оптимизация?**

**Надстройка «Поиск решения» позволяет:**

- искать минимум и максимум функции
- использовать несколько изменяемых ячеек и диапазонов
- вводить ограничения ( $\leq$ ,  $\geq$ , целое, двоичное)



**Как влияет ограничение «А1-целое» на сложность решения задачи?**

# Работа в Excel 2007

## Тема 4. Статистика

# Ряд данных и его свойства

---

**Ряд данных** – это упорядоченный набор значений

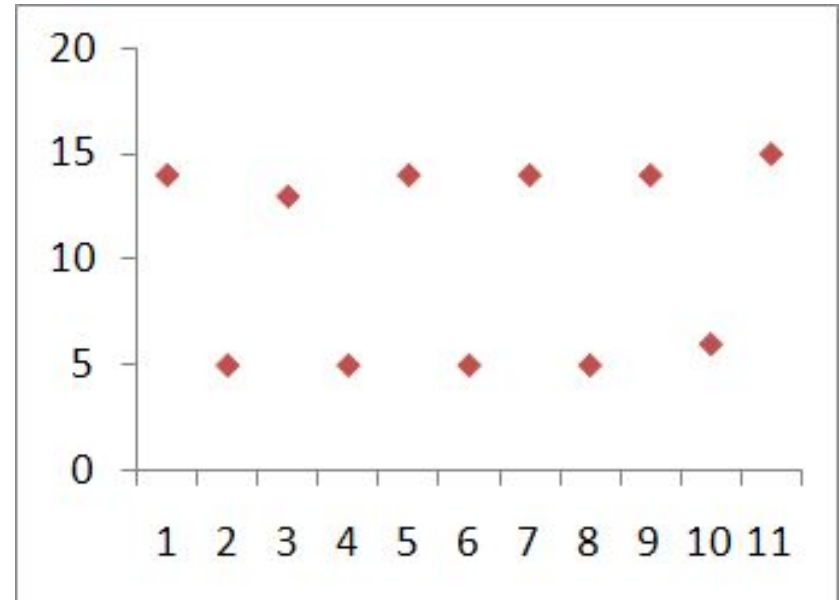
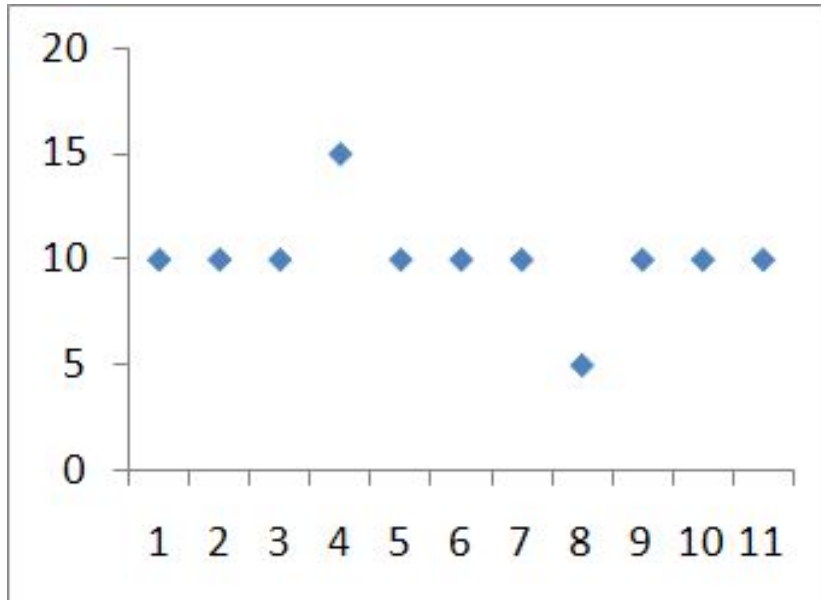
$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

**Основные свойства** (ряд A1 : A20):

- количество элементов =СЧЁТ (A1 : A20)
- количество элементов, удовлетворяющих некоторому условию:  
= СЧЁТЕСЛИ (A1 : A20 ; "<5" )
- минимальное значение =МИН (A1 : A20)
- максимальное значение =МАКС (A1 : A20)
- сумма элементов =СУММ (A1 : A20)
- среднее значение =СРЗНАЧ (A1 : A20)

# Дисперсия

Для этих рядов одинаковы МИН, МАКС, СРЗНАЧ

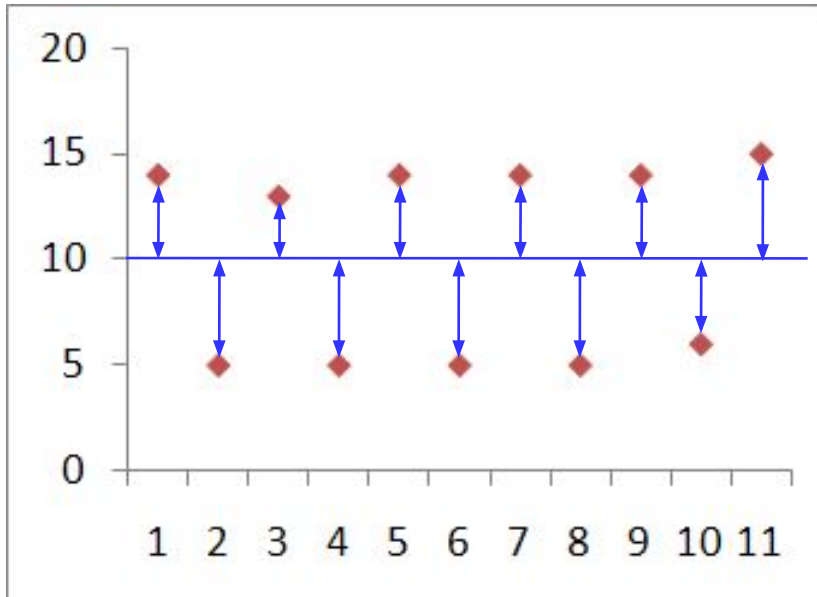


В чем различие?

**Дисперсия** («разброс») – это величина, которая характеризует разброс данных относительно среднего значения.

$$D_x = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \square + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \square + x_n}{n} \quad \text{среднее арифметическое}$$



$(x_1 - \bar{x})^2$  квадрат  
отклонения  $x_1$   
от среднего

$D_x$  *средний* квадрат  
отклонения от  
среднего значения

# Дисперсия и СКВО

---

## Стандартная функция

=ДИСПР (А1 : А20)

*Функции – Другие – Статистические*

## Что неудобно:

если  $x$  измеряется в метрах,  
то  $D_x$  – в  $\text{м}^2$



В каких  
единицах  
измеряется?

**СКВО = среднеквадратическое отклонение**

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}$$

=СТАНДОТКЛОНП (А1 : А20)



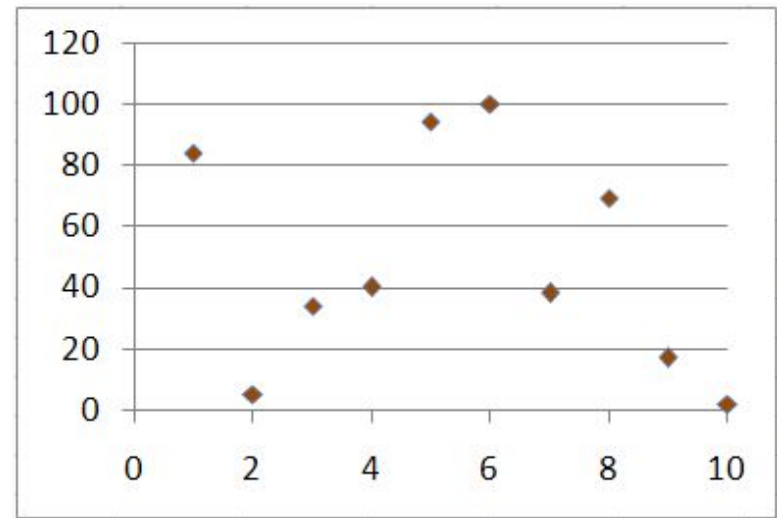
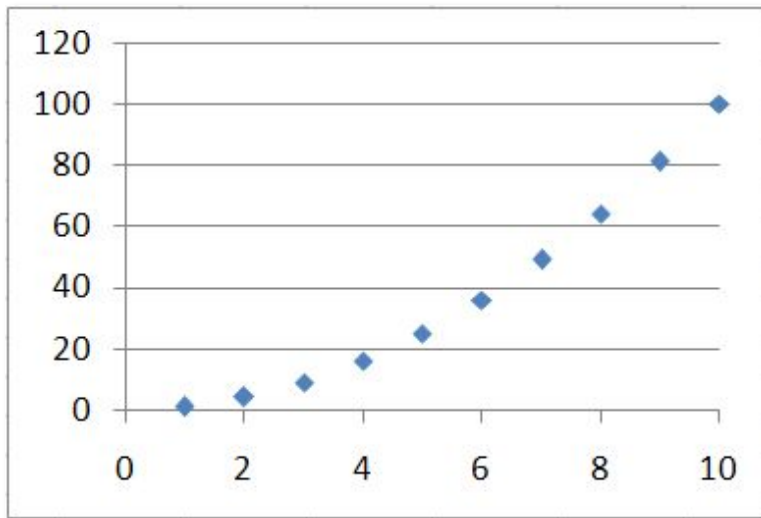
# Взаимосвязь рядов данных

## Два ряда одинаковой длины:

$$x_1, x_2, \dots, x_n \quad y_1, y_2, \dots, y_n$$

## Вопросы:

- есть ли связь между этими рядами (соответствуют ли пары  $(x_i, y_i)$  какой-нибудь зависимости  $y = f(x)$ )
- насколько сильна эта связь?



# Взаимосвязь рядов данных

Ковариация:

$$K_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}$$



Если  $x$  и  $y$  – один и тот же ряд?

$$K_{xx} = D_x$$

в среднем!

Как понимать это число?

- если  $K_{xy} > 0$  увеличение  $x$  приводит к увеличению  $y$
- если  $K_{xy} < 0$  увеличение  $x$  приводит к уменьшению  $y$
- если  $K_{xy} \approx 0$  связь обнаружить не удалось

Что плохо?

- единицы измерения: если  $x$  в метрах,  $y$  в литрах, то  $K_{xy}$  – в м · л
- $K_{xy}$  зависит от абсолютных значений  $x$  и  $y$ , поэтому ничего не говорит о том, насколько сильна связь

# Взаимосвязь рядов данных

## Коэффициент корреляции:

$$\rho_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad \sigma_x, \sigma_y \text{ – СКВО рядов } x \text{ и } y$$



Какова размерность?

безразмерный!

$$-1 \leq \rho_{xy} \leq 1$$

## Как понимать это число?

- если  $\rho_{xy} > 0$  : увеличение  $x$  приводит к увеличению  $y$
- если  $\rho_{xy} < 0$  : увеличение  $x$  приводит к уменьшению  $y$
- если  $\rho_{xy} \approx 0$  : связь обнаружить не удалось

**=КОРРЕЛ (A1 : A20 ; B1 : B20)**

# Взаимосвязь рядов данных

## Как понимать коэффициент корреляции?

$0 < |\rho_{xy}| \leq 0,2$  : очень слабая корреляция

$0,2 < |\rho_{xy}| \leq 0,5$  : слабая

$0,5 < |\rho_{xy}| \leq 0,7$  : средняя

$0,7 < |\rho_{xy}| \leq 0,9$  : сильная

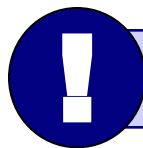
$0,9 < |\rho_{xy}| \leq 1$  : очень сильная

$\rho_{xy} = 1$  : линейная зависимость  $y = ax + b$ ,  $a > 0$

$\rho_{xy} = -1$  : линейная зависимость  $y = ax + b$ ,  $a < 0$



Если  $\rho_{xy} \approx 0$ , то связи нет?



Метод для определения линейной зависимости!

# Работа в Excel 2007

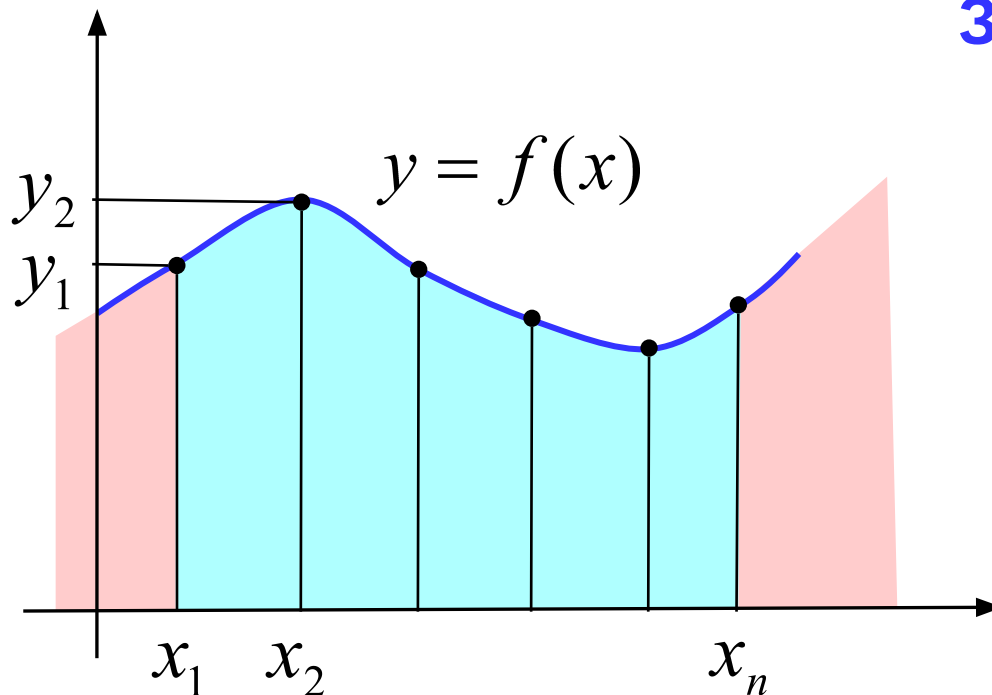
## **Тема 5. Восстановление зависимостей**

# Восстановление зависимостей

Два ряда одинаковой длины:

$$x_1, x_2, \dots, x_n \quad y_1, y_2, \dots, y_n$$

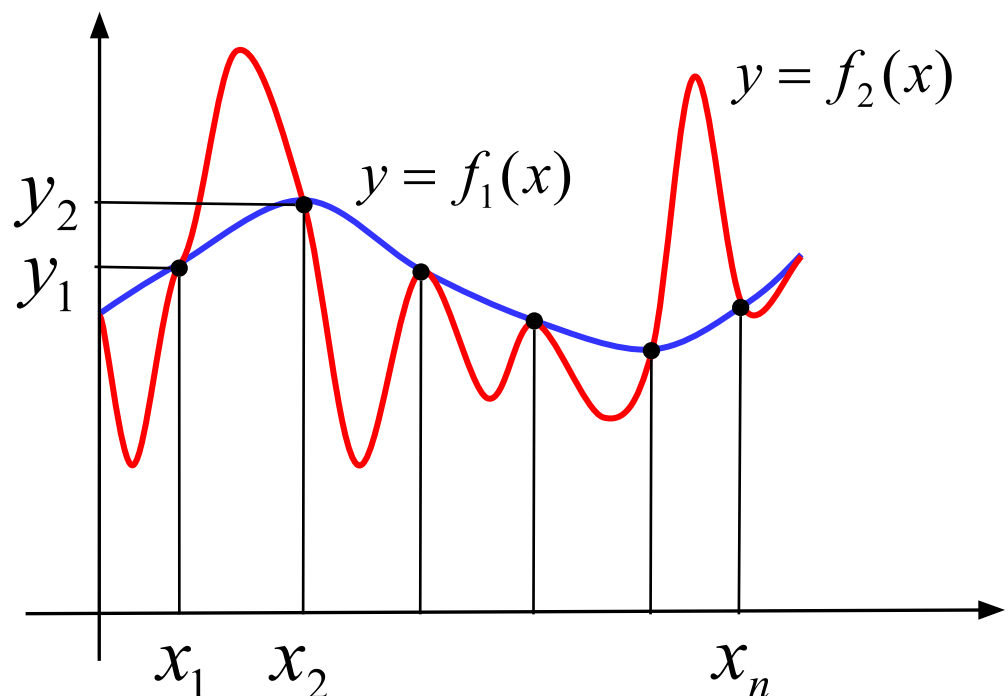
задают некоторую неизвестную функцию  $y = f(x)$



**Зачем:**

- найти  $y$  в промежуточных точках (интерполяция)
- найти  $y$  вне диапазона измерений (экстраполяция, прогнозирование)

# Какое решение нам нужно?

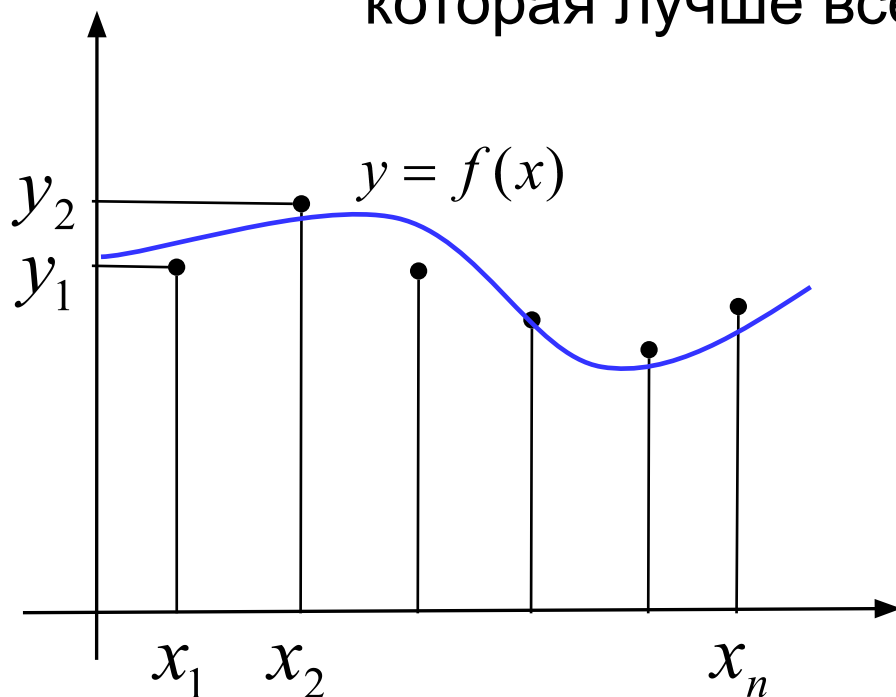


**Через заданный набор точек проходит бесконечно много разных кривых!**

**Вывод:** задача **некорректна**, поскольку решение неединственно.

# Восстановление зависимостей

**Корректная задача:** найти функцию заданного вида, которая лучше всего соответствует данным.



**Примеры:**

•линейная  $y = a \cdot x + b$

•полиномиальная  

$$y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

•степенная  $y = a \cdot x^b$

•экспоненциальная

$$y = a \cdot e^{bx}$$

•логарифмическая

$$y = a \cdot \ln x + b$$



**График функции не обязательно проходит через заданные точки!**

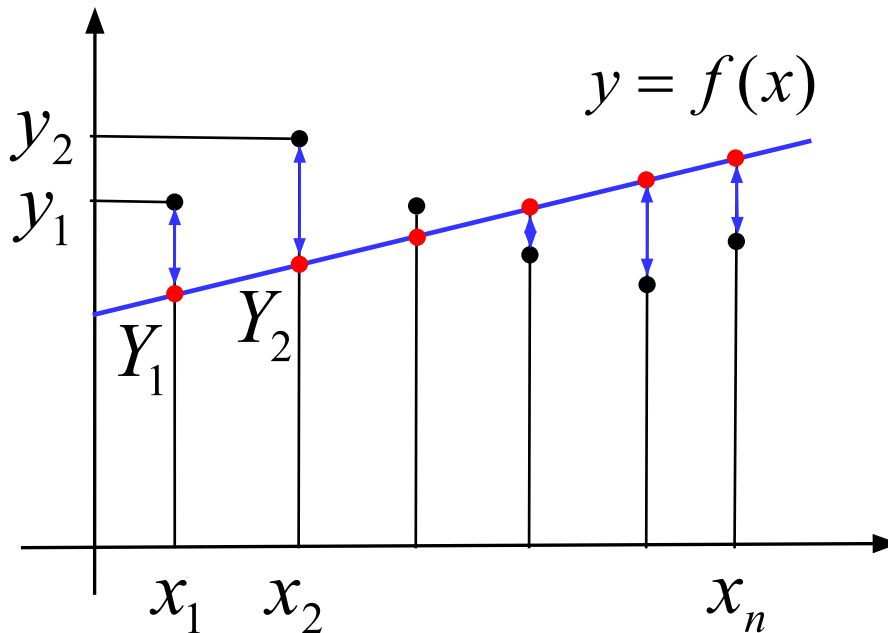


**Как выбрать функцию?**



# Что значит «лучше всего соответствует»? 56

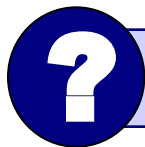
## Метод наименьших квадратов (МНК):



$(x_i, y_i)$  заданные пары значений

$$Y_i = f(x_i)$$

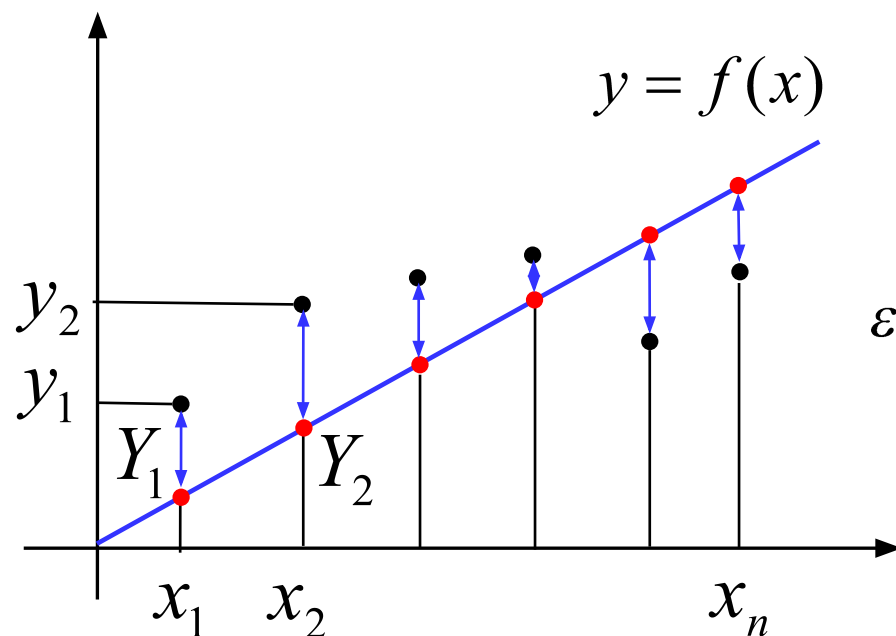
$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2 \rightarrow \min$$



**Зачем возведение в квадрат?**

- 1) чтобы складывать положительные значения
- 2) решение сводится к системе линейных уравнений (просто решать!)

# МНК для линейной функции



НЕИЗВЕСТНО!

$$Y_i = k \cdot x_i$$

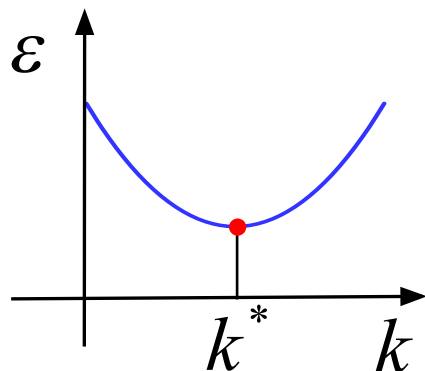
$$\begin{aligned} \varepsilon(k) &= \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - kx_i)^2 \\ &= k^2 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - k \cdot 2 \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i + \sum_{i=1}^n y_i^2 \end{aligned}$$

$a$

$-b$

$c$

$$\varepsilon(k) = ak^2 + bk + c \rightarrow \min$$



$$k^* = -\frac{b}{2a} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

# Коэффициент достоверности

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

$(x_i, y_i)$  заданные пары значений

$$Y_i = f(x_i)$$

$\bar{y}$  – среднее значение  $y_i$

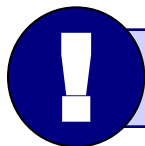
Крайние случаи:

- если график проходит через точки:

$$R^2 = 1$$

- если считаем, что  $y$  не меняется и  $Y_i = \bar{y}$ .

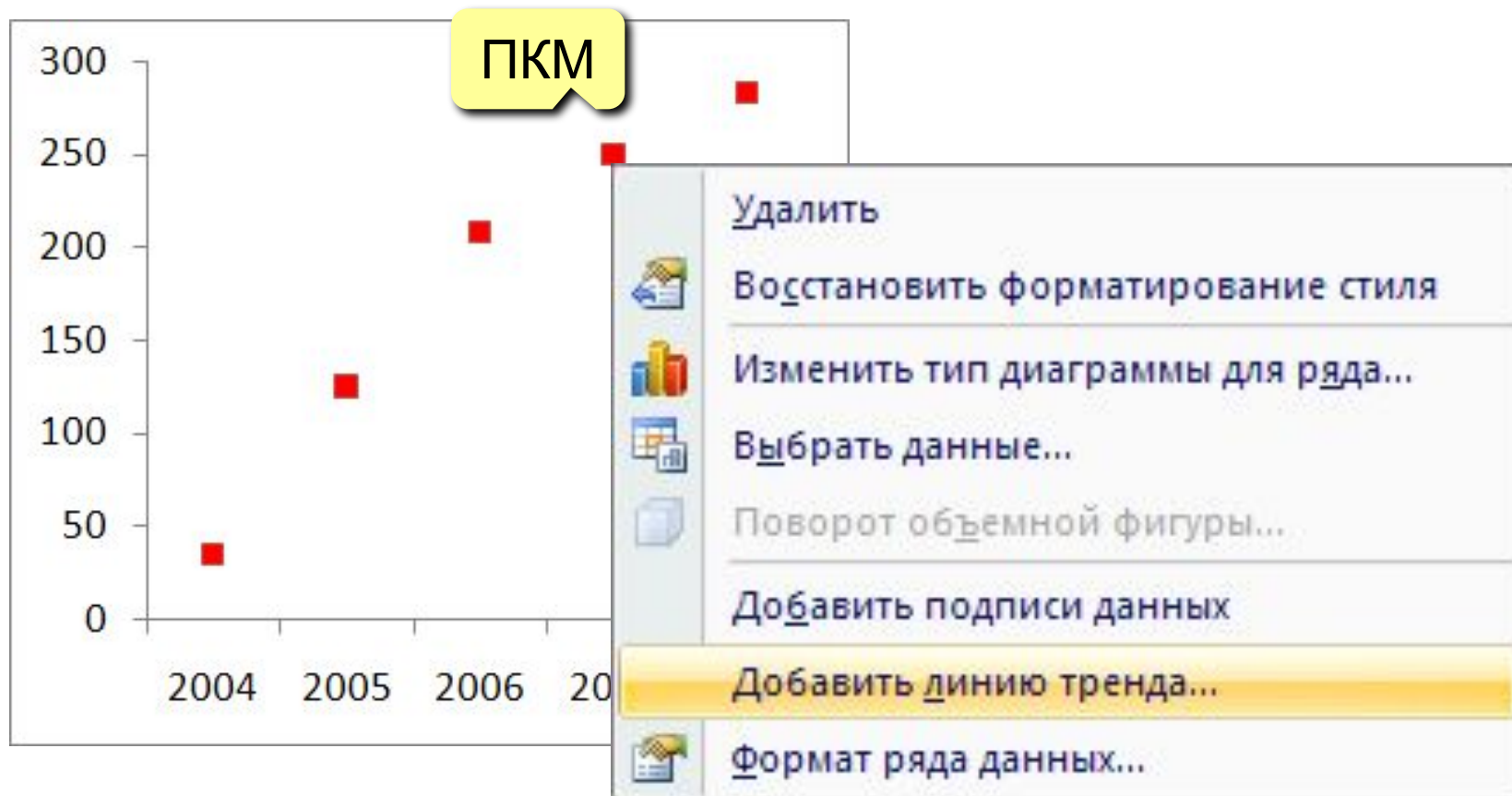
$$R^2 = 0$$

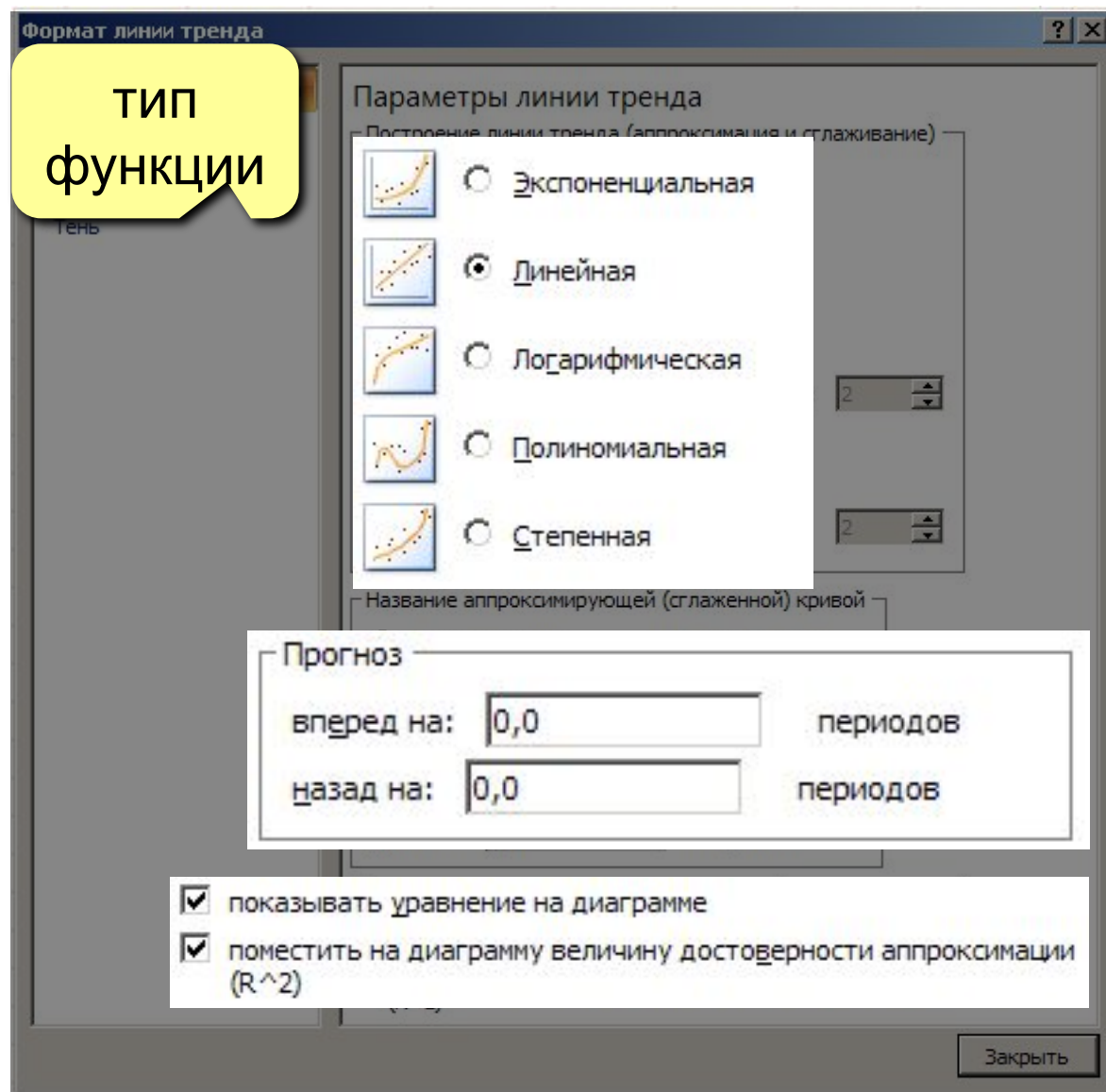


**Фактически – метод наименьших квадратов!**

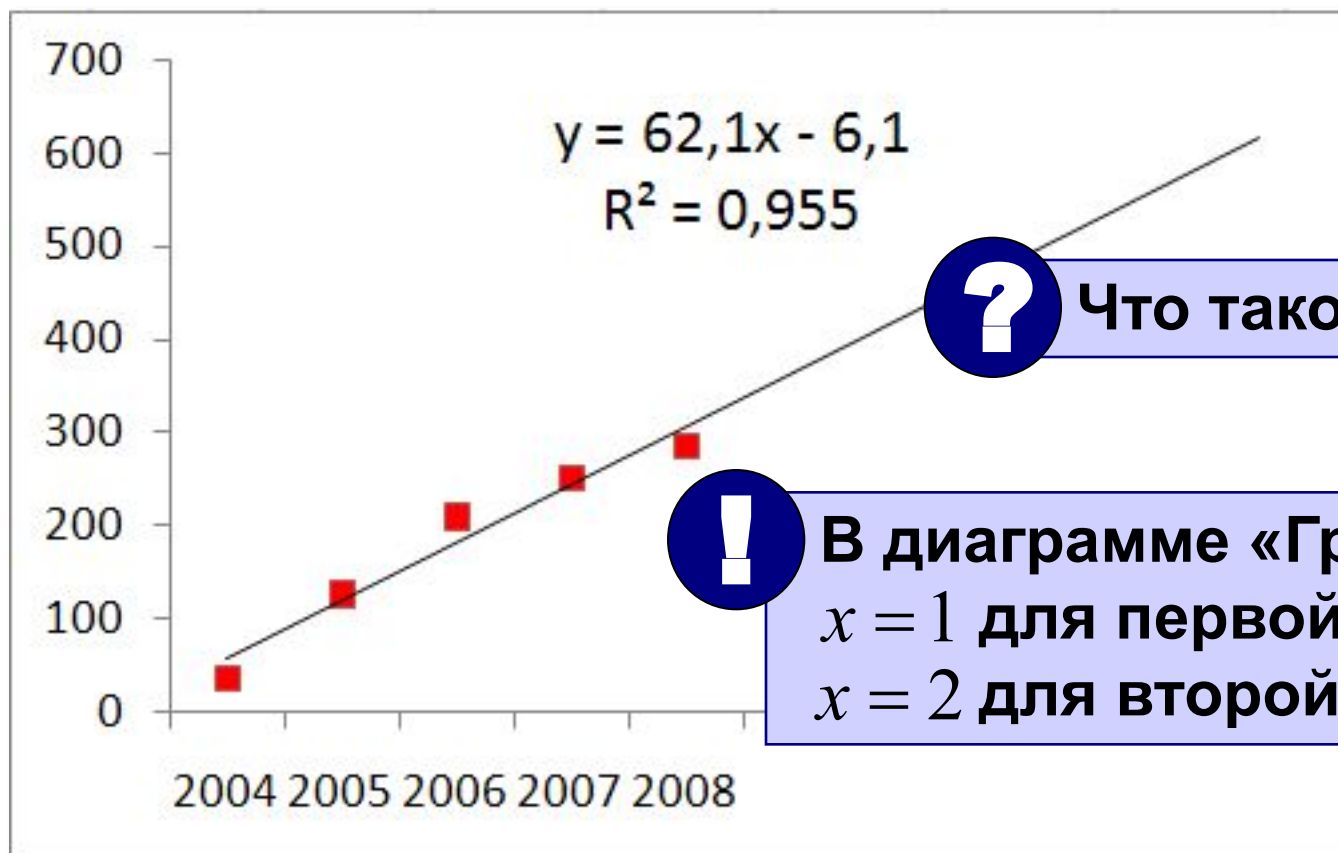
# Восстановление зависимостей

## Диаграмма «График»:





# Восстановление зависимостей



Что такое  $x$  ?



В диаграмме «График»  
 $x = 1$  для первой точки,  
 $x = 2$  для второй и т.д.



Насколько хорошо выбрана функция?

# Восстановление зависимостей

**Сложные случаи** (нестандартная функция):

$$f(x) = a \cdot \sin kx + b$$



Что делать?

**Алгоритм:**

- 1) выделить ячейки для хранения  $a, k, b$
- 2) построить ряд  $Y_i = f(x_i)$  для тех же  $x_i$
- 3) построить на одной диаграмме ряды  $y_i$  и  $Y_i$
- 4) попытаться подобрать  $a, k, b$  так, чтобы два графика были близки
- 5) вычислить  $R^2$  в отдельной ячейке  
функции: СУММКВРАЗН – сумма квадратов разностей рядов  
ДИСПР – дисперсия
- 6) Поиск решения:  $R^2 \rightarrow \min$



Это задача оптимизации!

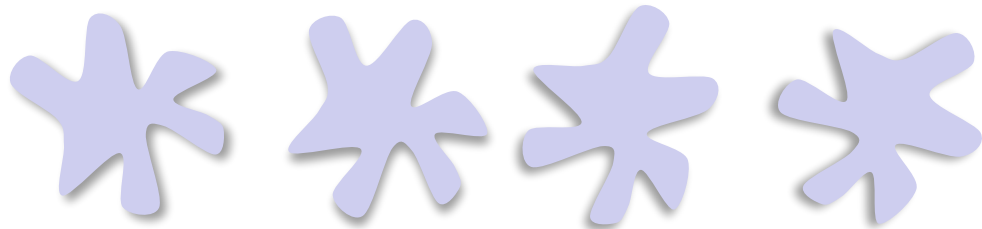
# Работа в Excel 2007

## Тема 6. Моделирование

(по материалам учебника Н.В. Макаровой)



# Модель деления

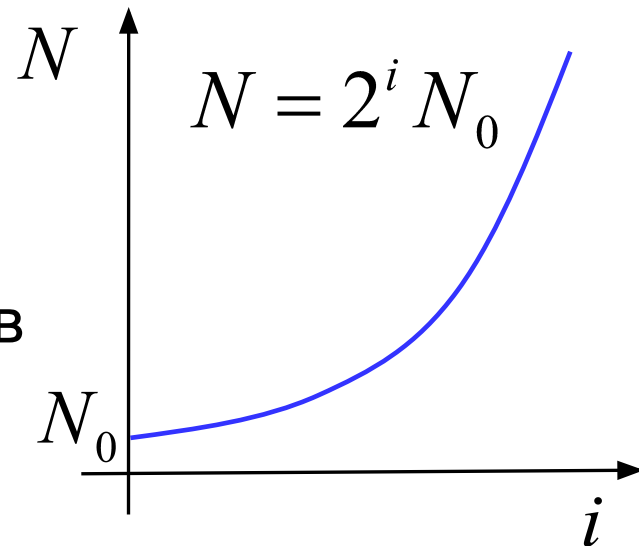


$N_0$  – начальная численность

$N_1 = 2N_0$  – после 1 цикла деления

$N_2 = 2N_1 = 4N_0$  – после 2-х циклов

$$N_i = 2N_{i-1} = 2^i N_0$$



## Особенности модели:

- 1) не учитывается смертность
- 2) не учитывается влияние внешней среды
- 3) не учитывается влияние других видов

# Рождаемость и смертность

$$N_i = N_{i-1} + K_p \cdot N_{i-1} - K_c \cdot N_{i-1}$$

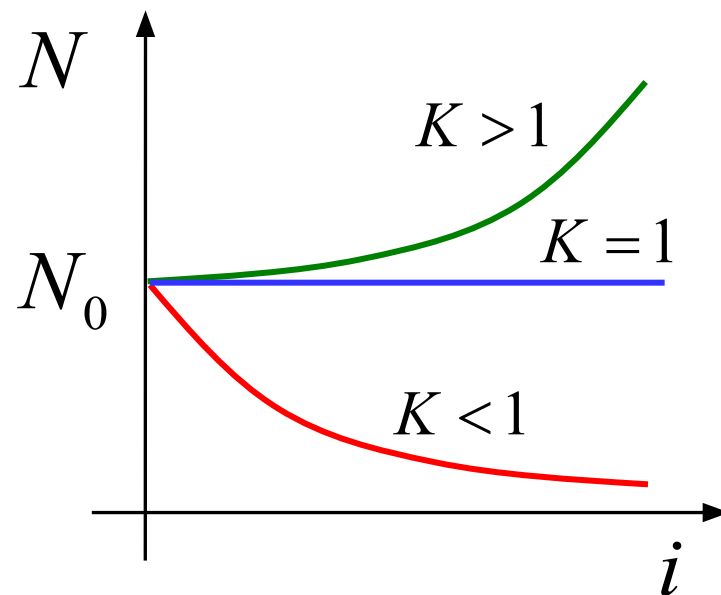
$K_p$  – коэффициент рождаемости

$K_c$  – коэффициент смертности

$$N_i = K \cdot N_{i-1}$$

Коэффициент изменения  
численности

$$K = 1 + K_p - K_c$$



## Особенности модели:

- 1) не учитывается влияние численности  $N$  и внешней среды на  $K$
- 2) не учитывается влияние других видов на  $K$

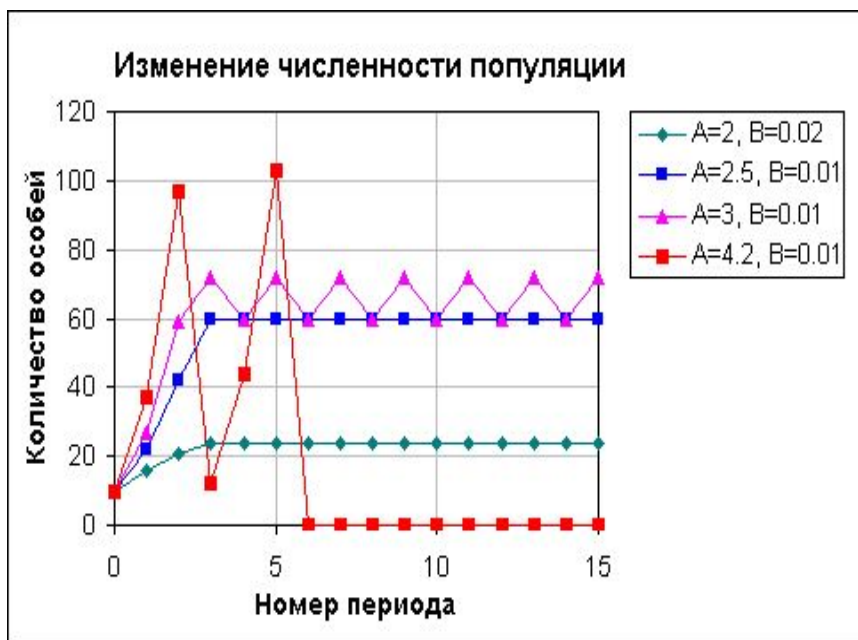
# Влияние численности и внешней среды

$$N_i = K \cdot N_{i-1}$$

$$K = A \cdot (1 - B \cdot N_{i-1})$$

$A$  – коэффициент устойчивости вида

$B$  – коэффициент среды обитания



## Варианты:

- устанавливается постоянная численность
- постоянно меняется (колебания)
- вымирание

# Влияние других видов

$N_i$  – численность белок,  $M_i$  – численность бурундуков

$$N_i = N_{i-1} (2 - K_1 \cdot N_{i-1} - K_2 \cdot M_{i-1})$$

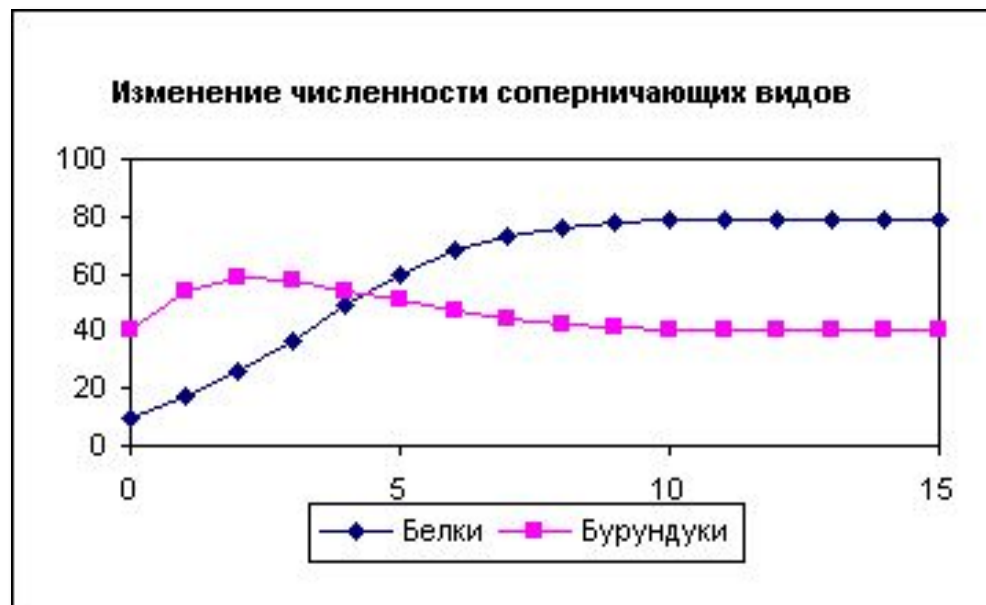
$$M_i = M_{i-1} (2 - K_3 \cdot M_{i-1} - K_4 \cdot N_{i-1})$$



Откуда видно  
влияние?

$K_2, K_4$  – взаимное влияние

если  $K_2 > K_1$  или  $K_4 > K_3$  – враждующие виды



# Моделирование двух популяций

 $N_0$ 
 $M_0$ 

	A	B	C	D	E	F
1	$i$	$N$	$M$		$K1$	0,05
2	0	20	20		$K2$	0,01
3	1	$=B2*(2-F1*B2-F2*C2)$			$K3$	0,05
4	2				$K4$	0,01
5	3					

$$N_i = N_{i-1} (2 - K_1 \cdot N_{i-1} - K_2 \cdot M_{i-1})$$



Как скопировать формулы «вниз»?

