

Кодирование числовой информации. Системы счисления



Система счисления (СС) – знаковая система, в которой числа записываются по определённым правилам с помощью знаков некоторого алфавита (цифр).

- *Код
- *Длина кода
- *Перекодирование
- *Алфавит
- *Мощность алфавита

- **Код** - символическое изображения числа.
- **Длина кода** - количество знаков, которое используется для представления кодируемого числа.
- **Перекодирование** - это операция преобразования одной знаковой системы в знаки другой знаковой системы.
- **Алфавит** - используемый для кодирования конечный набор отличных друг от друга знаков.
- **Мощность алфавита** – это число символов в алфавите.

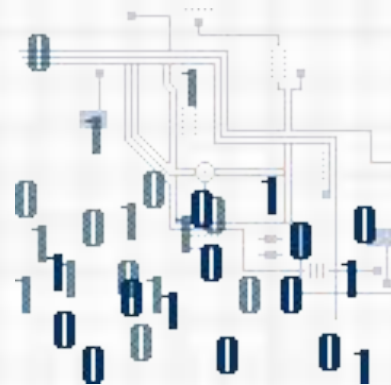
- СС

- позиционная

- 2-ая, 10-ая, 16-ая и т.д.

- непозиционная

- Римская, Арабская.



Непозиционная система счисления - система, в которой символы, обозначающие то или иное количество, не меняют своего значения в зависимости от местоположения (позиции).

1	I	100	C
5	V	500	D
10	X	1000	M
50	L	2000	Z

Римские цифры

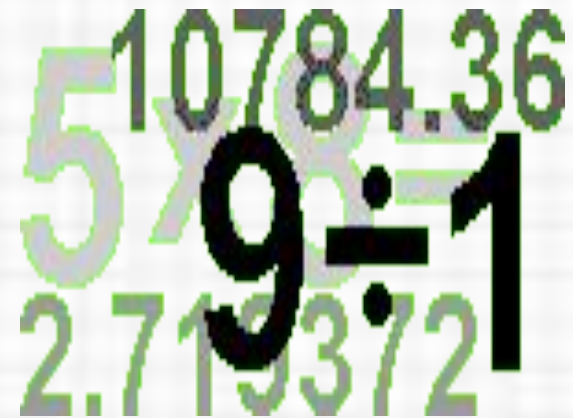
А	1	†	1	Азь
Б		Ѡ	2	Буки
В	2	Ѳ	3	Вѣди
Г	3	Ѣ	4	Глаголь
Д	4	Ѧ	5	Добро
Ѧ	5	Ѧ	6	Есть
Ж		Ѧ	7	Живѣте
З	6	Ѧ	8	Зѣло
З	7	Ѧ	9	Земля
Н	8	Ѧ	10	Иже
І	10	Ѧ	20	І

Древнерусский алфавит

Позиционная система счисления –
система счисления, в которой значение каждого
числового знака (цифры) в записи числа зависит
от его позиции (разряда).

• **Достоинства**

- * Возможность записи любого числа при помощи ограниченного количества символов
- * Простота выполнения арифметических операций



Основание системы – количество цифр в её алфавите.

Позиционная система	Алфавит	Основание
Двоичная	0,1	2
Восьмеричная	0,1,2,3,4,5,6,7	8
Десятеричная	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	10
Шестнадцатеричная	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A,B,C,D,E,F	16

A=10, B=11, C=12, D=13, E=14, F=15

Правила перевода чисел из одной системы счисления в другую

□ перевод числа из десятичной СС в другую.

Правило №1. Для перевода числа в десятичной форме в другую СС, это число делят «уголком» на новое основание. Деление продолжается до тех пор, пока делитель не станет меньше основания. Получившееся число записывают справа-налево, начиная с делителя.

Пример 1:

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} \text{—} 26 \\ \underline{26} \\ 0 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{r} \begin{array}{r} \text{—} 13 \\ \underline{12} \\ 1 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{r} \begin{array}{r} \text{—} 6 \\ \underline{6} \\ 0 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{r} \begin{array}{r} \text{—} 3 \\ \underline{2} \\ 1 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{r} \begin{array}{r} \text{—} 1 \\ \underline{1} \\ 0 \end{array} \end{array}$$

The diagram illustrates the conversion of the decimal number 26 to binary using the division-by-2 method. The divisions are shown in a staircase pattern from left to right. An arrow points from the final remainder '1' back to the first division step.

□ перевод числа из любой СС в десятичную

Правило №2. расставляем степени справа –налево, начиная с нулевой степени, каждую цифру числа возводим в степень, находим сумму получившихся чисел.

Пример 2.

$$\begin{array}{r} 2 \rightarrow 10 \\ \begin{array}{cccccc} 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \\ 101110_2 = 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = \\ = 46_{10} \\ \text{Ответ: } 46_{10} \end{array}$$

Пример 3.

$$\begin{array}{r} 8 \rightarrow 10 \\ \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 5 & 6 \end{array} \\ 56_8 = 5 * 8^1 + 6 * 8^0 = 40 + 6 = \\ = 46_{10} \\ \text{Ответ: } 46_{10} \end{array}$$

□ перевод чисел в двоичную систему счисления из восьмеричной и шестнадцатеричной, и обратно

Правило №3. достаточно заменить каждую цифру этого числа соответствующим трехразрядным двоичным числом (триадой) или четырехразрядным двоичным числом (тетрадой).

Пример 4.

Двоичная система	Восьмеричная система
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

а) Перевести $3054_8 \longrightarrow$ «2» СС

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & 0 & 5 & 4 & & = & 11000101100_2 \\ \underbrace{} & \underbrace{} & \underbrace{} & \underbrace{} & & & \\ 011 & 000 & 101 & 100 & & & \end{array}$$

Наоборот:

а) Перевести $11011110011101_2 \longrightarrow$
"8" с.с.

$$\begin{array}{ccccccc} 011 & 011 & 110 & 011 & 101 & & = 33635_8 \\ \underbrace{} & \underbrace{} & \underbrace{} & \underbrace{} & \underbrace{} & & \\ 3 & 3 & 6 & 3 & 5 & & \end{array}$$

2 –ая СС	16 – ая СС
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Пример 5.

б) Перевести $7B2E_{16} \longrightarrow$ "2" СС

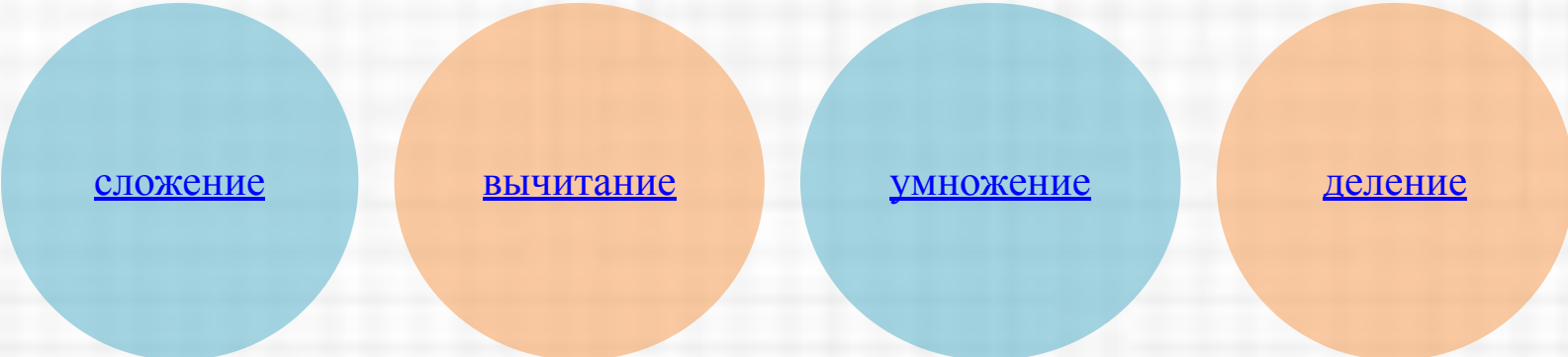
$$\begin{array}{cccc} 7 & B & 2 & E \\ \hline 0111 & 1011 & 0010 & 1110 \end{array} = 111101100101110_2$$

Наоборот:

Перевести $11111111011.100111_2 \longrightarrow$
"16" с.с.

$$\begin{array}{ccccc} 0001 & 1111 & 1110 & 1110 & 0111 \\ \hline 1 & F & E & E & 7 \end{array} = 1FEE7_{16}$$

Арифметические операции в позиционных системах счисления



сложение

вычитание

умножение

деление

Сложение:

Двоичная система счисления:

$$0+0=0$$

$$0+1=1$$

$$1+0=1$$

$$1+1=10$$

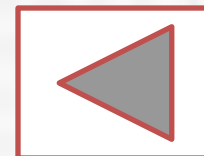
$$\begin{array}{r} + 110_2 \\ 11_2 \\ \hline 1001_2 \end{array}$$

Восьмеричная система счисления:

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 17_8 \\ 6_8 \\ \hline 25_8 \end{array}$$

$7+6=13=8+5$
 $1+1=2$



Шестнадцатеричная система

счисления:

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

$$\begin{array}{r} 1 \\ + \quad F \\ \hline 6 \\ 15 \\ \hline 15+6=21=16+5 \end{array}$$

При сложении цифры суммируются по разрядам, и если при этом возникает избыток, то он переносится влево.



Вычитание:

Двоичная система счисления:

$$0-0=0$$

$$1-0=1$$

$$0-1=11$$

$$1-1=0$$

$$\begin{array}{r} 110_2 \\ - 11_2 \\ \hline 11_2 \end{array}$$

Аналогично можно выполнять арифметические действия в восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления.

Необходимо только помнить, что величина переноса в следующий разряд при сложении и заем из старшего разряда при вычитании определяется величиной основания системы счисления:

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 1 \\ \hline 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \\ 8-1=7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9C_{16} \\ - 78_{16} \\ \hline 24_{16} \end{array}$$



Умножение:

Двоичная система
счисления:

*	0	1
0	0	0
1	0	1

$$\begin{array}{r}
 1110011 \\
 \times 110011 \\
 \hline
 1110011 \\
 1110011 \\
 1110011 \\
 1110011 \\
 1110011 \\
 \hline
 1011011101001
 \end{array}$$

Восьмеричная система
счисления:

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

$$\begin{array}{r}
 163 \\
 \times 63 \\
 \hline
 531 \\
 1262 \\
 \hline
 13351
 \end{array}$$



Деление:

Деление в любой позиционной системе счисления производится по тем же правилам, как и деление углом в десятичной системе.

$$\begin{array}{r|l} 11110 & 110 \\ 110 & 101 \\ \hline 110 & \\ 110 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 13351 & 163 \\ 1262 & 63 \\ \hline 531 & \\ - 531 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Для проведения арифметических операций над числами, выраженными в различных системах счисления, необходимо предварительно перевести их в одну и ту же систему

